

## Лабораторная работа № 18

### Определение $C_p/C_v$ методом Клемана и Дезорма

**Цель работы:** определение отношения теплоёмкостей воздуха при постоянном давлении и постоянном объёме  $\gamma = C_p/C_v$ .

**Оборудование:** насос, стеклянная ёмкость, водяной манометр, зажим, пробка.

#### ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

**Теплоемкостью** называется величина, численно равная количеству теплоты, которое необходимо сообщить телу, чтобы увеличить его температуру на **1 К**.

$$C = \frac{dQ}{dT}. \quad (1)$$

Теплоемкость единицы массы называется **удельной теплоемкостью**:

$$C_{уд} = \frac{dQ}{mdt}. \quad (2)$$

Теплоемкость одного моль вещества называется **молярной теплоемкостью**:

$$C = \frac{dQ}{\frac{m}{\mu} dT}. \quad (3)$$

где  $m$  — масса вещества,  $\mu$  — молярная масса.

Согласно первому началу термодинамики, количество теплоты  $\delta Q$ , переданное телу, идет на увеличение его внутренней энергии  $dU$  и на работу  $\delta A$ , совершаемую телом против внешних сил.

$$\delta Q = dU + \delta A \quad (4)$$

В выражении (4)  $dU$  является полным дифференциалом, а  $\delta Q$  и  $\delta A$  таковыми не являются.

Подставим (4) в (1):

$$C = \frac{dU}{dT} + \frac{dA}{dT} \quad (5)$$

где

$$dA = p dV \quad (6)$$

Теплоемкость будет различной в зависимости от того, нагревается тело при постоянном объеме ( $dV = 0$  — изохорический процесс) или при постоянном давлении ( $dP = 0$  — изобарический процесс). Пусть  $C_v$  и  $C_p$  — теплоемкости соответственно при постоянном объеме и постоянном давлении.

При изохорическом процессе объем газа не изменяется и работа, как видно из уравнения (6), не совершается ( $dA = 0$ ). Таким образом, все количество теплоты при изохорическом процессе идет на увеличение внутренней энергии ( $\delta Q = dU$ ). Тогда из (5) получим:

$$C_v = \frac{dU}{dT}. \quad (7)$$

При изобарическом процессе изменяется объем газа, то есть  $dA \neq 0$ . Следовательно, сообщенное газу количество теплоты идет не только на увеличение внутренней энергии, но и на совершение работы:

$$C_p = \frac{dU}{dT} + \frac{dA}{dT} \quad (8)$$

Подставляя (7) в (8), получим:

$$C_p = C_v + \frac{dA}{dT}. \quad (9)$$

Как видно из (9),  $C_p$  больше  $C_v$  на величину работы, которую совершает газ при изобарическом расширении в результате повышения темпе-

ратуры на **1 К**. Найдем величину этой работы для **1** моля идеального газа. Учитывая сравнения (8), запишем:

$$\frac{dA}{dT} = p \frac{dV}{dT} \quad (10)$$

Воспользуемся уравнением состояния идеального газа для одного моля:

$$pV = RT \quad (11)$$

Продифференцируем (11), учитывая что  $p = \text{const}$ :

$$pdV = RdT \quad (12)$$

Подставим (12) в (10) получим:

$$\frac{dA}{dT} = R. \quad (13)$$

Тогда для молярных теплоемкостей имеет место связь:

$$C_p = C_v + R. \quad (14)$$

Отношение  $C_p / C_v$  обозначается « $\gamma$ ».

Оно играет в термодинамике весьма важную роль. В частности, оно входит в уравнения **адиабатического процесса** (уравнение Пуассона):

$$pV^\gamma = \text{const}. \quad (15)$$

Процесс называется **адиабатическим**, если отсутствует теплообмен с окружающей средой, т.е.

$$dQ = 0. \quad (16)$$

Можно с достаточным приближением рассматривать всякое быстрое расширение или сжатие газа как процесс адиабатический, т.к. при этом не

успеет произойти значительный теплообмен между газом и окружающей средой.

Первое начало термодинамики для адиабатического процесса имеет вид:

$$-dU = dA \quad (17)$$

При адиабатическом расширении газ совершает работу за счет уменьшения внутренней энергии, при этом температура газа уменьшается.

### **ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ**

Установка (рис. 1) состоит из сосуда **А**, водяного манометра **М** и ручного насоса **Н**. Сосуд герметически закрыт пробкой, в которой вставлены две трубки. Одна трубка, снабженная зажимом **К<sub>1</sub>**, соединяет сосуд **А** с насосом **Н**. Другая трубка соединяет сосуд **А** с манометром. Отверстие сбоку, закрытое пробкой **К<sub>2</sub>**, служит для соединения **А** с атмосферой. Процесс определения отношения  $\gamma = C_p / C_v$  состоит из трех этапов.

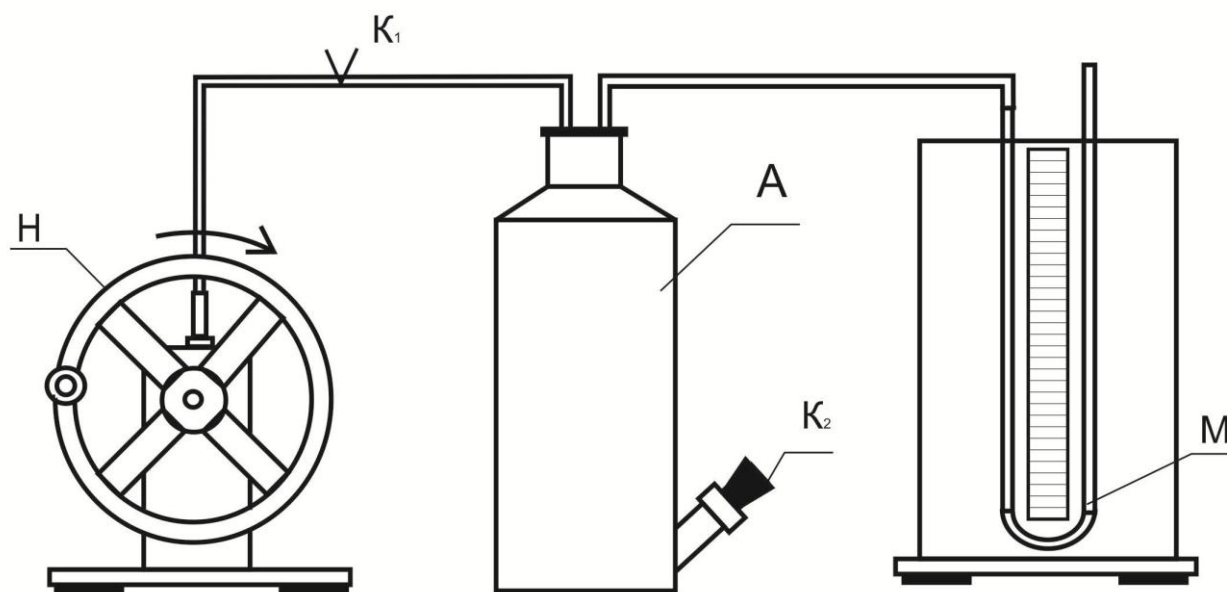
**1.** Насосом накачивают в сосуд воздух. Давление и температура в сосуде увеличивается. Закрывают зажим **К<sub>1</sub>**. Через 2-3 минуты, благодаря теплообмену, температура воздуха в сосуде уменьшается и становится равной комнатной **T<sub>1</sub>**. Давление при этом немного понижается. Обозначим его

$$p_1 = p_o + h_1, \quad (18)$$

где  $p_o$  — атмосферное давление,

$h_1$  — избыточное давление воздуха в сосуде над атмосферным.

Оно определяется по разности уровней воды в коленах манометра **М**. Выделим мысленно в сосуде **А** некоторую массу воздуха с объемом  $V_1$ . Итак, первое состояние воздуха характеризуется параметрами  $p_1$ ,  $V_1$ ,  $T_1$ . Оно изображено на рис. 2 точкой **1**.



**Рис.1** Схема установки. **Н** – насос, **А** – сосуд, **М** – водяной манометр, **К<sub>1</sub>** – зажим, **К<sub>2</sub>** – пробка.

**2.** Быстро вынимают пробку, соединяя сосуд с атмосферой. Так как воздух в сосуде быстро расширяется, теплообмен с окружающей средой не успевает произойти. Процесс расширения считают **адиабатическим**. На рис. 2. линия 1-2 изображает адиабатический процесс. В результате расширения давления воздуха в сосуде уменьшится до атмосферного  $p_0$ , температура понизится и станет  $T_2$ . Объем выделенной массы воздуха увеличится до  $V_2$ .

**Второе** состояние воздуха имеет параметры  $p_0$ ,  $V_2$ ,  $T_2$ . Оно изображено на рис. 2 точкой 2. Итак, в результате адиабатического процесса воздух из 1-го состояния переходит во 2-ое состояние. Следовательно, параметры этих состояний связаны уравнением Пуассона:

$$p_1 V_1^\gamma = p_0 V_2^\gamma. \quad (19)$$

**3.** Как только давление воздуха в сосуде сравняется с атмосферным, пробкой **К<sub>2</sub>** закрывают сосуд. За счет теплообмена с окружающей средой температура воздуха в сосуде увеличивается и становится равной  $T_1$ . Давление тоже увеличивается и достигает некоторой величины  $p_2 = p_0 + h_2$ ,

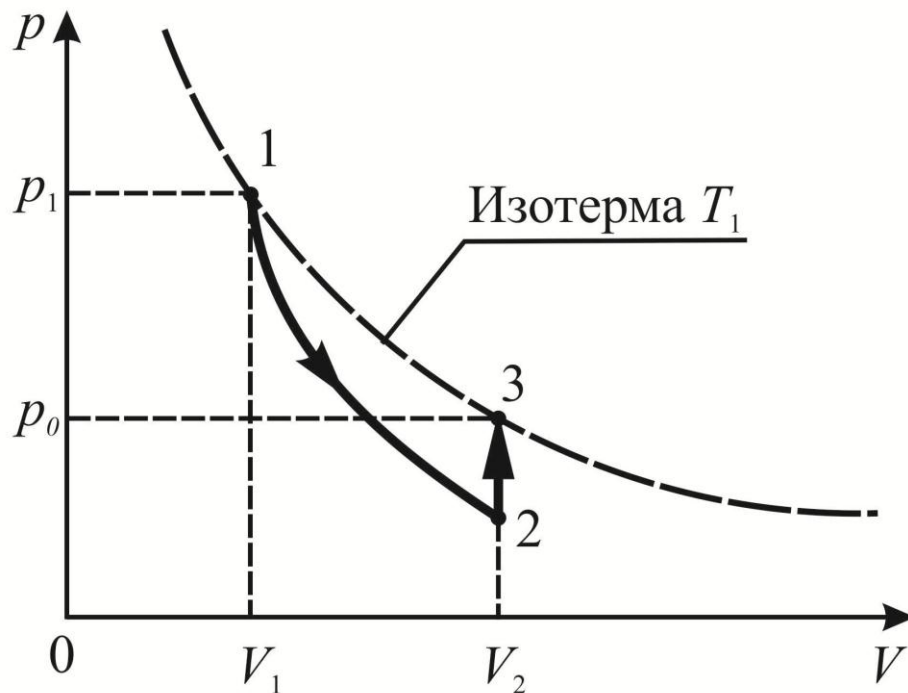
где  $h_2$  — разность уровней в коленах манометра. Так как сосуд оставался закрытым, объем выделенной массы воздуха не изменяется, остается

равным  $V_2$ , т.е. в сосуде протекает **изохорический** процесс. Он изображен на рис. 2 линией 2-3.

**Третье** состояние воздуха имеет параметры  $p_2$ ,  $V_2$ ,  $T_1$ .

Воздух в **1** и **3** состояниях имеет одинаковую температуру. Следовательно, для параметров этих состояний можно записать закон Бойля-Мариотта:

$$p_1 V_1 = p_2 V_2. \quad (20)$$



**Рис. 2.** График эксперимента.

4. Возведя уравнение (20) в степень  $\gamma$  и разделив его на уравнение (19), получим:

$$\frac{p_1^{\gamma-1}}{p_o} = \frac{p_2^{\gamma}}{p_o}. \quad (21)$$

Прологарифмировав уравнение (21), получим выражение для  $\gamma$ :

$$\gamma = \frac{\lg p_1 - \lg p_o}{\lg p_1 - \lg p_2}, \quad (22)$$

где

$$\begin{aligned}p_1 &= p_o + h_1 \\ p_2 &= p_o + h_2.\end{aligned}$$

Давления  $p_1$  и  $p_2$  обычно намного больше  $p_o$ , поэтому разложив  $\lg p_1$  и  $\lg p_2$  в ряд Тейлора, можно двумя первыми членами:

$$\begin{cases} \lg p_1 = \lg p_o + \frac{h_1}{p_o} \\ \lg p_2 = \lg p_o + \frac{h_2}{p_o} \end{cases} \quad (23)$$

Подставим (23) в (22), получим:

$$\gamma = \frac{h_1}{h_1 - h_2} \quad (24)$$

где

$h_1$  — разность уровней жидкости в коленях манометра до того, как было произведено адиабатического расширения;

$h_2$  — разность уровней после того, как было произведено адиабатическое расширение и температуры в сосуде уже сравнялась с комнатной.

### **ПОРЯДОК РАБОТЫ.**

1. Открывают зажим **К<sub>1</sub>** и осторожно насосом нагнетают воздух в сосуд **А**.

При небрежности работающего жидкость в манометре может быть выброшена, поэтому нужно внимательно следить за уровнем жидкости.

Когда разность уровней в манометре достигает 25-30 см, прекращают накачивание и закрывают зажим **К<sub>1</sub>**. Через 2-3 минуты, когда давление внутри сосуда окончательно установится, а температура воздуха в сосуде сравняется с комнатной температурой, определяют  $h_1$ .

2. Вынуть пробку **К<sub>2</sub>** на такое время, чтобы давление в сосуде успело сравняться с атмосферным и снова закрывают его. (Нельзя держать сосуд

открытым долго, так как этим заметно нарушается **адиабатичность** процесса). Выждав несколько минут, пока температура в сосуде не сравняется с комнатной, что определяют по неизменности уровней в манометре, определяют  $h_2$ .

3. Вычислить  $\gamma$  по формуле (24).
4. Опыт повторить 7 раз.
5. Найти среднее арифметическое значение  $\bar{\gamma}$  :

$$\bar{\gamma} = \frac{\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 + \dots + \gamma_n}{n}.$$

6. Определить среднюю квадратичную ошибку среднего арифметического значения  $S_{\bar{\gamma}}$  :

$$S_{\bar{\gamma}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\bar{\gamma} - \gamma_i)^2}{n(n-1)}}.$$

7. При заданных доверительной вероятности  $P = 0,95$  и числе опытов  $n = 7$  определить доверительный интервал  $\Delta\gamma$  найденного среднего арифметического значения отношения  $\gamma = C_p / C_v$  :

$$\Delta\gamma = S_{\bar{\gamma}} \cdot t_{P,n}.$$

Данные занести в таблицу 1.

Таблица 1.

№	$h_{1, \text{м}}$	$h_{2, \text{м}}$	$h_1 - h_{1, \text{м}}$	$\gamma$	$\bar{\gamma}$	$ \bar{\gamma} - \gamma $	$S_{\bar{\gamma}}$	$\Delta\gamma$	$\gamma = \bar{\gamma} \pm \Delta\gamma$
1									
2									
3									
...									
7									



## Контрольные вопросы

1. Что называется теплоемкостью тела, удельной теплоемкостью, теплоемкостью модуля?
2. Как связаны друг с другом  $C_p$  и  $C_v$ ; что больше и почему?
3. Какой процесс называется адиабатическим? Написать уравнение адиабатического процесса (уравнение Пуассона).
4. Сформулировать и записать 1 начало термодинамики.
5. Как изменяется внутренняя энергия тела при адиабатическом процессе?
6. Чему равняются теплоемкости при изотермическом и при адиабатическом процессах?
7. Считая воздух идеальным газом? Записать значение  $C_p$  и  $C_v$  для воздуха и вычислить  $\gamma$ .
8. Когда при выполнении этой работы совершаются изохорический процесс?
9. Когда при выполнении этой работы выполняются адиабатические процессы.
10. Параметры каких двух состояний воздуха в сосуде связаны законом Бойля-Мариотта?

## Литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики. Механика. Молекулярная физика. 350 с. т.1.— М. Наука. 1989.
2. Савельев И.В. Курс общей физики. Учебное пособие для втузов. В 5 книгах. — М. Астрель/АСТ 2003 г.
3. Трофимова Т.И. Краткий курс физики: Учебное пособие для вузов. Изд. 2-е, испр.— 352 стр — М: Высшая школа, 2002 г.
4. Грабовский Р.И. Курс физики: Учебник для вузов. Изд. 6-е — 608 с. {Учебники для вузов; специальная литература}, СПб; Лань, 2002 г.
5. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики: Учебник для вузов. Изд. 4-е, испр.— 607 с. М: Высшая школа, 1989 г.