

1.1. Оңтайландыру міндеттерін белгілеу

Оңтайландыру тапсырмасын қою кезінде сізге қажет:

1. Оңтайландыру объектісінің болуы және оңтайландыру мақсаты. Сонымен қатар, оңтайландырудың әр тапсырмасының формуласы тек бір шаманың экстремалды мәнін талап етуі керек, яғни бір уақытта жүйеге екі немесе одан да көп оптимизация критерийі жатқызылмауы керек, өйткені әрдайым бір критерийдің экстремумы екіншісінің экстремумына сәйкес келмейді.

Оңтайландыру тапсырмасын қате қоюдың әдеттегі мысалы:

Ең төменгі өзіндік құнмен ең жоғары өнімділікті алу". Қате-бұл бір-біріне қарама-қайшы келетін екі шаманың оңтайлы мәнін табу міндеті.

Тапсырманы дұрыс қою мүмкін:

а) берілген өзіндік құн кезінде ең жоғары өнімділікті алу;

б) берілген өндірістік құн кезінде ең төменгі өзіндік құнды алу. Бірінші жағдайда оңтайландыру критерийі –өнімділік, ал екінші жағдайда-өзіндік құн.

2. Оңтайландырылған объектінің кейбір параметрлерінің мәндерін таңдау мүмкіндігін түсінетін оңтайландыру ресурстарының болуы. Объект белгілі бір еркіндік деңгейіне ие-басқарушы әсер етеді.

3. Оңтайландырылған мәнді сандық бағалау мүмкіндігі, өйткені тек осы жағдайда белгілі бір басқару әрекеттерін таңдаудағы әсерлерді салыстыруға болады.

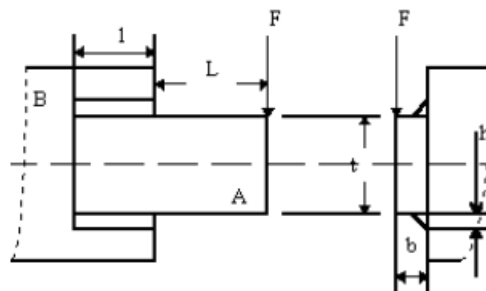
4. Шектеулерді есепке алу.

Мысал 1. Шектеулі ресурстармен өнім шығаруды жоспарлау міндеті

Мұнай өңдеу зауыты айына 1500000 л алкилат, 1200000 л крекинг бензині және 1300000л изопентол өндіреді. Осы компоненттерді 1:1:1 және 3:1:2 пропорцияларында араластыру нәтижесінде сәйкесінше А және В маркалы бензин алынады. 1000 литр А және В бензинінің құны сәйкесінше 16000 теңгеге және 20500 теңгеге шығарылған өнімнің құны максималды болатын А және В бензинін өндірудің айлық жоспарын анықтаңыз.

Мысал 2. Жүктелген сәуленің өлшемдерін табу міндеті

Ұзындығы $L=35,6$ см болатын керме А және қатты тіректен тұратын құрылыс құрылымы берілген. 1) дәнекерленген қосылыстың көмегімен. Керме 1010 маркалы болаттан жасалған және $F= 2721,5$ кг жүктемеге төтеп беруі керек өлшемдері h, t , қалыңдығы, ені l дәнекерлеу толық шығындар минималды болатындай етіп таңдалуы керек.



Сурет - 1 Жүктелген керме.

Мысал 3. Көлік міндеті

Облыста екі цемент зауыты және олардың өнімдерін үш тұтынушы үй құрылысы комбинаттары бар. Кестеде. 1 цемент өндірісінің тәуліктік көлемі, оған комбинаттардың тәуліктік қажеттілігі және әр зауыттан әр комбинатқа 1 тонна цемент тасымалдау құны көрсетілген.

Кесте 1. Көлік мәселесінің сандық сипаттамалары

Зауыттар	Цемент өндірісі (т / тәул)	1 т цемент тасымалдау құны (бірл.)		
		1 комбинаты	2 комбинаты	3 комбинаты
1	40	10	15	25
2	60	20	30	30
	Цементке қажеттілік (т / тәул)	50	20	30

Көлік шығындары минималды болатындай етіп цементті күнделікті тасымалдау жоспарын жасау қажет.

1.2. Оңтайландыру есептерінің математикалық тұжырымы

1.2.1. Шектеулердің түрлері

Қолданбалы тапсырмалар мүлдем басқа салаларға жататынына карамастан, олар жалпы формада болады. Барлық осы есептерді нақты мәнді функцияны азайту есептері ретінде жіктеуге болады $f(x)$, Ω n -өлшемді векторлық Аргументтің белгілі бір жиынында $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$. Жиын теңдеулер жүйесіне сәйкес келетін x векторының компоненттеріне шектеулермен анықталады $h_k(x)=0$ теңсіздіктер жиынтығы $g_1(x) \geq 0$, сондай-ақ жоғарғы және төменгі жағынан шект елген, яғни

$$x_1^{(u)} \geq x_1 \geq x_1^{(1)}$$

Кейде Ω жиынтығы барлық n өлшемді кеңістікке сәйкес келеді. Бұл жағдайда оңтайландыру міндеті деп те аталатын максималды немесе минимумды табу міндеті шартсыз деп аталады. Егер $f(x)$ функциясы нүктеде болса, ескеріңіз x^* минимум, содан кейін функция $-f(x)$ да x^* максимум бар. Сондықтан максимумды табу үшін минимумды табу сияқты әдістер қолданылады. Әрі қарай, біз, әдетте, минимумды табу міндеті туралы ғана ұрламыз.

$f(x)$ функциясының жергілікті минимумы бар дейді x^* , егер белгілі бір соңғы нүкте болса-нүктенің айналасы x^* , онда орындалады

$$f(x^*) \leq f(x), \quad |x - x^*| \leq \varepsilon, \quad x \in \Omega \quad (1.1)$$

Функцияда көптеген жергілікті минимумдар болуы мүмкін. Егер $f(x^*)$ -барлық минимумдардың ішіндегі ең кішісі, онда $f(x)$ функциясы Ω жиынындағы абсолюттік минимумды білдіреді деп айтылады. Бұл минимумды Ғаламдық деп те атайды.

Абсолютті минимумды табу үшін барлық жергілікті минимумдарды тауып, оларды салыстырып, ең кіші мәнді таңдау керек. Сондықтан жаһандық минимумды табу міндеті біз қарастыратын (1.1) тапсырмаға дейін азаяды.

Келесі мәлімдемеде $f(x)$ функциясы мақсатты функция, теңдеулер деп аталады $h_k(x)=0$ - теңдік және теңсіздік түріндегі шектеулер $g_1(x) \geq 0$ - теңсіздіктер түріндегі шектеулер. Сонымен қатар, тапсырмада пайда болатын барлық функциялар нақты болып табылады және шектеулер саны әрине болады деп болжанады.

Жалпы түрдегі міндет: азайту $f(x)$ (жазылуы $f(x) \rightarrow \min$ шектеулер кезінде

$$\begin{aligned} h_k(x) &= 0, & k &= 1, \dots, K, \\ g_j(x) &\geq 0, & j &= 1, \dots, J, \\ x_i^{(u)} &\geq x_i \geq x_i^{(i)}, & i &= 1, \dots, N \end{aligned}$$

шектеулермен оңтайландыру мәселесі немесе шартты оңтайландыру мәселесі деп аталады.

Шектеулер жоқ тапсырма, яғни.

$$\begin{aligned} J &= K = 0 \\ x_i^{(u)} &= -x_i = \infty, & i &= 1, \dots, N \end{aligned}$$

оңтайландыру тапсырмасы шектеусіз немесе сөзсіз оңтайландыру тапсырмасы деп аталады.

1.2.2. Оңтайлылық критерийлері

Әдетте оңтайландырылған мән қарастырылып отырған объектінің (құрылғы, шеберхана, зауыт) тиімділігіне байланысты. Нысанның оңтайландырылған жұмыс нұсқасы қандай да бір сандық өлшеммен бағалануы керек-тиімділік өлшемі.

Оңтайлылық критерийі-объектінің оңтайландырылған сапасын сандық бағалау.

Таңдалған оптималдылық критерийінің негізінде мақсатты функция жасалады, ол оптималдылық критерийінің оның мәніне әсер ететін жұп метрге тәуелділігі болып табылады. Оңтайлылық критерийінің немесе мақсатты функцияның түрі нақты оңтайландыру міндетімен анықталады. Осылайша, оңтайландыру міндеті мақсатты функцияның экстремумын табуға дейін азаяды.

Оңтайлы міндеттің ең жалпы тұжырымы экономикалық бағалау түріндегі оңтайлылық критерийін білдіру болып табылады (өнімділік, өнімнің сатып алынбауы, пайда, кірістілік). Алайда, оңтайландырудың жеке тапсырмаларында, объект технологиялық процестің бөлігі болған кезде, қарастырылатын объектінің тиімділігін толық сипаттайтын тікелей экономикалық көрсеткішті бөліп алу мүмкін емес немесе әрдайым орынды емес. Мұндай жағдайларда оңтайлылық критерийі қондырғының тиімділігін жанама түрде бағалайтын технологиялық сипаттама бола алады (байланыс уақыты, Өнімнің шығуы, өзгеру дәрежесі, температура). Мысалы, оңтайлы температуралық профиль, "реакция-регенерация" циклінің ұзақтығы белгіленеді

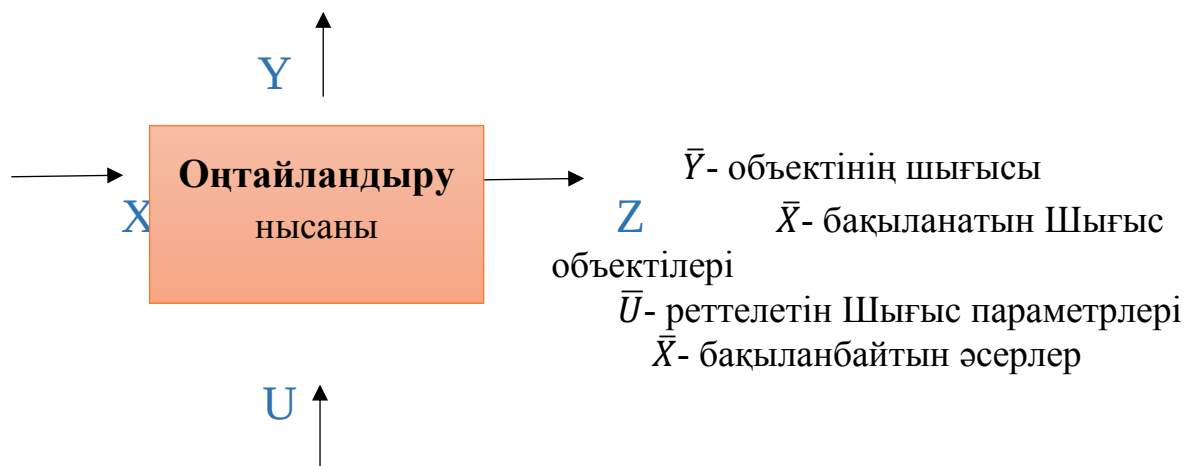
Оңтайлылық критерийіне қойылатын талаптарды толығырақ қарастырайық.

1. Оптимизм өлшемі сандық түрде көрсетілуі керек.
2. Оңтайлылық критерийі жалғыз болуы керек.
3. Оңтайлылық критерийі процестің маңызды жақтарын көрсетуі керек.
4. Оңтайлылық критерийінің нақты физикалық мағынасы бар және оңай есептелгені жөн.

Кез-келген оңтайландырылған нысанды сызбаға сәйкес ұсынуға болады 2 сурет.

Оңтайландырудың нақты міндеттерін қою кезінде аналитикалық өрнек түрінде оптимизм критерийін жазған жөн.

Кездейсоқ бұзылулар аз болған жағдайда және олардың объектіге әсерін ескермеуге болады, оптимизм критерийі кіріс, шығыс және басқару параметрлерінің функциясы ретінде ұсынылуы мүмкін:



Сурет – 2 Оңтайландырылған нысан.

Өйткені $\bar{Y} \models F(\bar{U})$ онда бекітілген $\bar{X}$ жазуға болады:

$$R = R(\bar{U}).$$

Бұл жағдайда басқару параметрлері мәндерінің кез-келген өзгерісі R мәніне екі есе әсер етеді:

– тікелей, өйткені басқару параметрлері оңтайландыру критерийінің өрнегіне тікелей енеді;

– жанама түрде – басқарушыларға тәуелді болатын процестің шығыс параметрлерін өзгерту арқылы.

Егер кездейсоқ бұзылулар жеткілікті үлкен болса және оларды үйрету қажет болса, онда объектінің моделін тек зерттелген жергілікті аймақ үшін жарамды функция түрінде алуға мүмкіндік беретін эксперименттік-статистикалық әдістерді қолдану керек. оптимизм критериялары:

$$R = R(X, U).$$

Негізінде, математикалық модельдің орнына оңтайландыру үшін Сіз объектінің өзін қолдана аласыз, бірақ эмпирикалық түрде оңтайландырудың бірқатар кемшіліктері бар:

а) нақты объект қажет;

б) технологиялық режимді айтарлықтай деңгейде өзгерту қажет, бұл әрдайым мүмкін емес;

в) сынақтардың ұзақтығы және деректерді өңдеудің күрделілігі.

Математикалық модельдің болуы (егер ол процесті сенімді түрде сипаттайтын болса) оңтайландыру мәселесін аналитикалық немесе сандық әдістермен шешуді әлдеқайда жеңілдетеді.

Оңтайландыру тапсырмаларында қарапайым және күрделі оңтайландыру критерийлері ерекшеленеді.

Егер қандай да бір басқа шамаларға жағдай жасамай-ақ, мақсатты функцияның экстремумын анықтау қажет болса, оңтайлылық критерийі **қарапайым** деп аталады. Мұндай өлшемдер, әдетте, оптиканың нақты мәселелерін шешуде қолданылады (мысалы, мақсатты өнімнің максималды

концентрациясын, реакциялық қоспаның аппаратта болуының оңтайлы уақытын және т.б. анықтау).

Егер бірқатар басқа шамаларға сәйкес келетін белгілі бір жағдайларда мақсатты функцияның экстремумын белгілеу қажет болса, оңтайлылық критерийі **күрделі** деп аталады (мысалы, берілген құны бойынша максималды өнімділікті анықтау, катализатордың ыстыққа төзімділігі бойынша шектеулер кезінде оңтайлы температураны анықтау және т.б.).

Оңтайландыру мәселесін шешу процедурасы міндетті түрде басқару параметрлерін таңдаумен қатар, осы өлшемдерге шектеулер қоюды да қамтиды (жылу кедергісі, жарылыс қауіпсіздігі, айдау құрылғыларының қуаты). Шектеулер технологиялық және экономикалық себептерге байланысты қойылуы мүмкін.

Сонымен, оңтайландыру мәселесін шешу үшін сізге қажет:

а) оңтайландыру объектісінің математикалық моделін құру

$$Y = F(X, U),$$

б) оңтайлылық критерийін таңдап, мақсатты функцияны құру

$$R = \varphi(Y) = F(X, U),$$

в) айнымалыларға сәйкес келуі мүмкін шектеулерді орнатыңыз;

г) қажетті шамалардың экстремалды мәндерін табуға мүмкіндік беретін оңтайландыру әдісін таңдаңыз.

Тұрақты режимдерде жүретін процестер үшін статикалық оңтайландыру есептерін және динамикалық оңтайландыру есептерін ажырату әдетке айналған.

Бірінші жағдайда процестің оңтайлы моделін құру және іске асыру мәселелері шешіледі, екіншісінде – белгіленген жұмыс режимдерімен процесті оңтайлы басқару жүйесін құру және іске асыру міндеттері.

1.2.3. Міндеттерді жіктеу

Біріншіден, оңтайландыру мәселелерін аргументтер түріне дискретті (х векторының компоненттері дискретті немесе бүтін мәндерді алады) және үздіксіз (вектордың компоненттері үздіксіз) жатқызуға болады. Дискретті тапсырмалар үшін оңтайландырудың нақты әдістері жасалды. Бұл нұсқаулықта олар қарастырылмайды.

Оңтайландыру міндеттерін функция түріне қарай жіктеуге болады f, h_k, g_i және вектор өлшемі. X бір өлшемді вектор болатын шектеусіз тапсырмалар **бір айнымалысы бар** тапсырмалар деп аталады және қарапайым, бірақ сонымен бірге оптикалық есептердің өте маңызды қосалқы класын құрайды. Функциялар болатын шартты оңтайландыру міндеттері h_k және g_i сызықтық болып табылады, **сызықтық шектеулері бар** тапсырмалар деп аталады.

Мұндай мәселелерде мақсатты функциялар сызықты немесе сызықты емес болуы мүмкін. Үздіксіз айнымалы x векторының тек сызықтық функцияларын қамтитын есептер **сызықтық бағдарламалау есептері** деп аталады; **бүтін санды бағдарламалау** есептерінде x векторының компоненттері тек бүтін мәндерді қабылдауы керек.

Сызықтық емес мақсатты функциясы және сызықтық шектеулері бар тапсырмалар кейде **сызықтық жиектері бар сызықтық емес бағдарламалау** тапсырмалары деп аталады. Мұндай оңтайландыру міндеттерін сызықтық емес мақсатты функциялардың құрылымдық ерекшеліктері негізінде жіктеуге болады. Егер $f(x)$ Квадраттық функция болса, онда біз **квадраттық бағдарламалау** мәселесімен айналысамыз; егер $f(x)$ сызықтық функциялардың қатынасы болса, онда тиісті тапсырма бөлшек – **сызықтық бағдарламалау мәселесі** деп аталады және т. б. Осы кластарға арналған оңтайландыру міндеттерін орындау үлкен қызығушылық тудырады, өйткені белгілі бір міндеттердің ерекшеліктері оларды шешу әдістерін жасауда маңызды рөл атқарады.

Оңтайландыру мәселелерін жіктеу ағашы келесі түрде ұсынылуы мүмкін

Оңтайландыру:

Дискретті:

бүтін санды бағдарламалау
стохастикалық бағдарламалау

Үздіксіз:

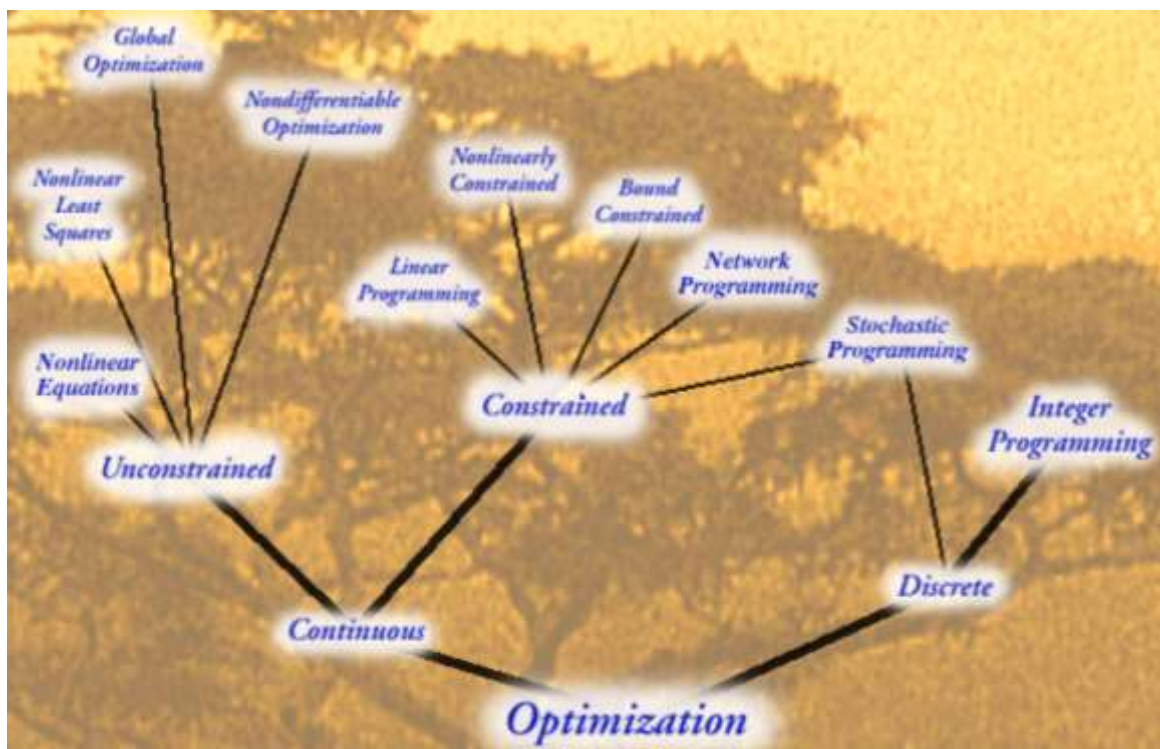
Шартсыз:

кең ауқымды оңтайландыру;
сараланған оңтайландыру;
бөлінбейтін оңтайландыру;

Шартты:

сызықтық бағдарламалау;
сызықтық емес тапсырмалар;
стохастикалық бағдарламалау.

Жіктеу 3-суретте көрсетілген.



Сурет- 3 Оңтайландыру міндеттерін жіктеу ағашы

