

НАО «Карагандинский технический университет имени Абылкаса Сагинова»

Кафедра АПП

МООК: Математические задачи и компьютерное моделирование в электроэнергетике

3. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СЕТЕЙ

3.1. Основы теории графов

Разработчик: PhD Югай В.В.

Караганда

План

3. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СЕТЕЙ

3.1. Основы теории графов

3.2. Применение теории графов для моделирования электрических сетей

3.3. Матричные формы моделей электрических сетей и их режимов

3.4. Узловые уравнения установившегося режима

3.5. Формы линейных уравнений установившегося режима и их решение

3.6. Нелинейные уравнения установившегося режима

3.7. Моделирование генераторных узлов электрической сети

3.8. Эквивалентирование схем электрических сетей

3.9. Моделирование схем электрических сетей с помощью четырех-
полюсников

3.10. Использование четырехполюсников для эквивалентирования схем
электрических сетей

3.1. Основы теории графов

Графы широко используются в различных областях науки и техники для моделирования отношений между объектами. На макроуровне графы применяются для графического изображения топологических уравнений.

Считается, что теория графов зародилась в XVIII столетии в г. Кенигсберге (ныне г. Калининград), жители которого пытались решить задачу о переходе мостов города (река Прегель) по такому маршруту, в котором бы были пройдены все мосты, но каждый мост был пройден только один раз (рис. 3.1, *а*). Эту задачу удалось решить Эйлеру. Он показал, каким условиям должен удовлетворять граф, полученный по схеме мостов, (рис. 3.1, *б*), чтобы такая задача имела решение.

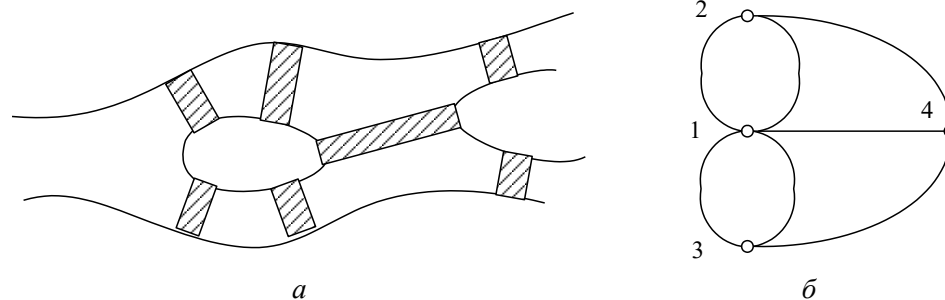


Рис. 3.1. Схема мостов (*а*) и граф маршрутов (*б*)

Графом называется совокупность вершин (узлов) и связанных с ними ребер (ветвей). Граф можно задать в виде $G = \langle V, E \rangle$, где V – множество вершин; E – отношение на $V (E \subset V \times V)$ – множество ребер. На рис. 3.2, *а* показан граф G , в котором множество ребер E есть $\{a, b, c, d, e, f, g\}$, а множество вершин $V = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.

Подграфом называют такую часть графа, которая включает в себя некоторые вершины и ребра графа, причем среди ребер могут быть только те, которые связывают вершины подграфа. На рис. 3.2, б показан подграф G' графа G .

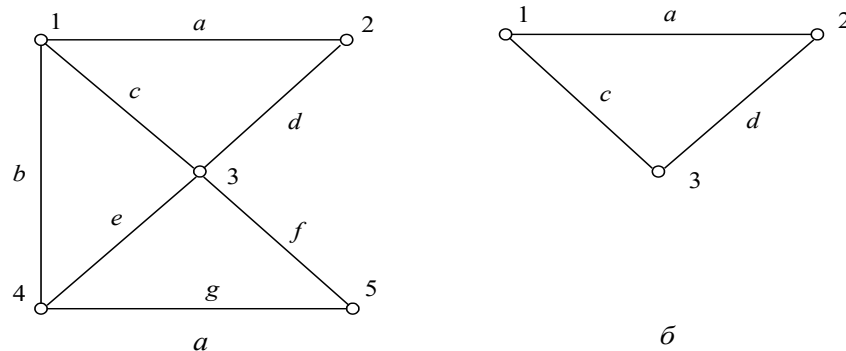


Рис. 3.2. Граф G (а) и его подграф G' (б)

Направленный (ориентированный) граф имеет ребра, на которых указаны направления. Ребра направленного графа называют дугами. На рис. 3.3, а показан ориентированный граф.

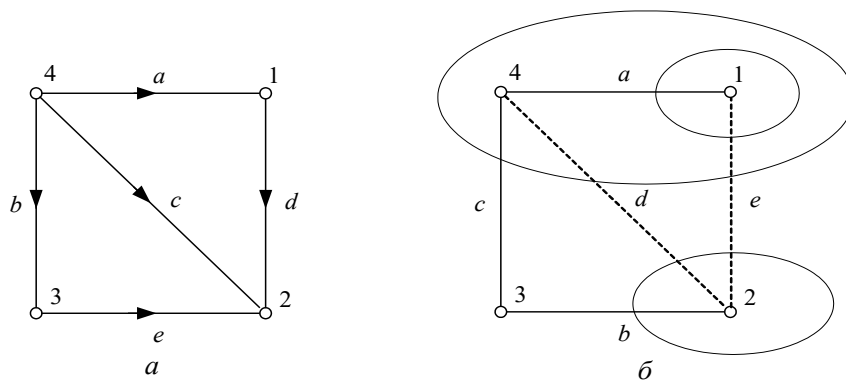


Рис. 3.3. Ориентированный граф (а), сечения дерева графа (б)

Степенью вершины V_i графа называют число ребер, инцидентных этой вершине. Термин «инцидентность» означает отношение объектов типа «проходят через...», «соединены с...». Две вершины называют смежными, если они соединены ребром. Например, на рис. 3.3, *a* вершина 4 смежна с вершиной 2, так как они соединены посредством ребра *c*.

Граничные вершины ребра – вершины, инцидентные этому ребру.

Кратные ребра – ребра с одинаковыми граничными вершинами.

Маршрутом (путем) S называют любую последовательность ребер, в которой соседние ребра инцидентны одной и той же вершине. В графе на рис. 3.2, *a* последовательности (a, d, e, g) и (b, g) – маршруты, а последовательность (d, g) маршрутом не является, так как ребра d и g инцидентны разным вершинам. Если в маршруте нет повторяющихся ребер, то он называется цепью. Если цепь начинается и кончается в одной и той же вершине, то она называется циклом-контуром. Количество ребер в S называют длиной маршрута.

Если каждому ребру графа приписано какое-то число (вес), то граф называют взвешенным.

Связным называют граф, в котором можно указать маршрут, связывающий любые вершины.

Если на графе можно найти цикл, содержащий все его ребра, причем каждое ребро в точности по одному разу, то такой цикл называется эйлеровой линией, а граф, обладающий эйлеровой линией, – эйлеровым графом.

Если необходимо найти путь S в связанном графе, содержащий все его ребра по одному разу, в котором начальная и конечная вершины не совпадают, необходимо и достаточно, чтобы начальная и конечная вершины были единственными вершинами с нечетными степенями.

Деревом связного графа называют наименьший связный подграф данного графа.

Графы можно представить с помощью различных матриц, что является удобным при использовании алгебраических методов решения многих задач теории графов. Наиболее

важными матричными представлениями являются матрицы инцидентностей (соединений) и смежности.

Первая матрица инцидентностей \mathbf{M} для неориентированного графа представляет собой матрицу, строки которой соответствуют вершинам, а столбцы – ребрам. Элемент матрицы равен единице, если вершина инцидентна ребру. В противном случае элемент матрицы принимает значение ноль.

Для ориентированного графа элемент матрицы инцидентностей \mathbf{M} равен $+1$, если вершина, инцидентная дуге, является начальной вершиной дуги (т. е. дуга исходит из этой вершины). Элемент равен -1 , когда дуга входит в вершину. Если вершина не инцидентна дуге, то элемент матрицы равен 0 . Так, для графа на рис. 3.3, *a* матрица \mathbf{M} имеет следующий вид:

$$\mathbf{M} = \begin{matrix} & a & b & c & d & e \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} & \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}. \quad (3.1)$$

В каждом столбце матрицы \mathbf{M} находится две единицы – одна положительная, а другая отрицательная, так как каждое ребро инцидентно только двум вершинам. В каждой строке имеется столько единиц, сколько ребер инцидентно соответствующей вершине.

Вторая матрица инцидентностей \mathbf{N} устанавливает соответствие между ребрами графа и независимыми контурами графа. В зависимости от выбранной системы независимых контуров – дерева графа можно составить разные матрицы \mathbf{N} . Число независимых контуров обозначают через k . Каждой строке матрицы \mathbf{N} ставят в соответствие контур, таким образом, число строк в матрице \mathbf{N} равно числу независимых контуров k ; каждому столбцу матрицы \mathbf{N} ставят в соответствие ребро, и число столбцов матрицы \mathbf{N} равно числу ребер – m .

Так, если в качестве дерева графа на рис. 3.3, a взять подграф с ребрами (a, b, c) , то при добавлении хорды d образуется контур (a, d, c) , а при добавлении хорды e – контур (c, e, b) . Для такой системы независимых контуров матрица \mathbf{N} имеет вид:

$$\mathbf{N} = \begin{matrix} & a & b & c & d & e \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \end{matrix}. \quad (3.2)$$

Матрица смежности \mathbf{A} является квадратной матрицей и для невзвешенного графа состоит из нулей и единиц: $A_{i,j} = 1$, если $(i, j) \in E$, и $A_{i,j} = 0$ в противном случае. Для взвешенного графа $A_{i,j}$ равно весу соответствующего ребра, а отсутствие ребра в ряде задач удобно обозначать бесконечностью. Если граф ориентированный, то для каждого ребра ставится $A_{i,j} = 1$, если направление от i к j , а $A_{j,i} = -1$ и наоборот. Для неориентированных графов матрица смежности всегда симметрична относительно главной диагонали. Для графа на рис 2.14, a матрица \mathbf{A} имеет следующий вид:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (3.3)$$

С помощью матриц \mathbf{M} и \mathbf{A} легко проверить, существует ли в графе ребро, соединяющее вершину i с вершиной j . Основным недостатком этих матриц заключается в том, что они требуют, чтобы объем памяти был достаточен для хранения соответственно nm и n^2 значений.

Этого недостатка лишены такие способы хранения графа, как одномерный массив длины n списков или множеств вершин. В таком массиве каждый элемент соответствует одной из вершин и содержит список или множество вершин, смежных с ней.

Для реализации некоторых алгоритмов более удобным является описание графа перечислением его ребер. В этом случае его можно хранить в двумерном массиве из двух строк и длиной m , каждый столбец которого содержит номер начальной вершины и номер конечной вершины графа.

При работе с графами на компьютере удобно вершины графа сопоставлять с числами от 1 до n , где $n = |V|$ – количество вершин графа, и рассматривать $V = \{1, 2, \dots, n\}$. Ребра нумеруют числами от 1 до m , где $m = |E|$. В дальнейшем ребра будем именовать не буквами, а цифрами.

.

3.2. Применение теории графов для моделирования электрических сетей

Электрические сети современных ЭЭС насчитывают сотни и даже тысячи ЛЭП и трансформаторов. Расчеты режимов сложных схем электрических сетей требуют специальных моделей представления схем и компактной записи уравнений. Такими моделями являются графы и матрицы.

Линии, трансформаторы и другие элементы электрической сети представляются в расчетах своими схемами замещения, состоящими из ветвей с сопротивлениями и проводимостями. Все шины электрических станций и подстанций являются узловыми точками сети. Количество этих узловых точек или узлов схемы сети обозначим буквой n , а количество ветвей, соединяющих эти шины, m . Если сеть не содержит замкнутых контуров, то количество узлов и ветвей различается на 1: $n = m + 1$. При наличии контуров $n = m + 1 - k$, где k – количество независимых контуров.

Графы являются топологическими моделями схем электрических цепей.

По сути, изображение электрической схемы в виде графа повторяет графическое изображение схемы, но без элементов, из которых состоит электрическая цепь. Узлы (вершины графа) соединяются непрерывными линиями (ребрами), на которых при необходимости указывается положительное направление тока или потока мощности.

Элементами ЭЭС, которые моделируются ребрами графа, являются ЛЭП, трансформаторы, реакторы, батареи конденсаторов и др. Как правило, все они представляются П-образными схемами замещения и поэтому имеют элемент связи между двумя граничными узлами – продольная ветвь, и элементы, связывающие узлы с нейтральной точкой системы N , – поперечные ветви (рис. 3.4).

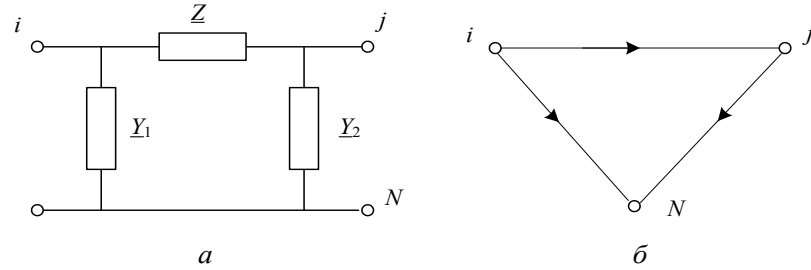


Рис. 3.4. П-образная схема замещения (а) и ее граф (б)

Для ЛЭП:

$$\underline{Z} = \underline{Z}_C \operatorname{sh}(\underline{\gamma}_0 l), \quad (3.4)$$

$$\underline{Y}_1 = \underline{Y}_2 = \frac{\operatorname{ch}(\underline{\gamma}_0 l) - 1}{\underline{Z}_C \operatorname{sh}(\underline{\gamma}_0 l)} = \frac{1}{\underline{Z}_C} \operatorname{th}\left(\frac{\underline{\gamma}_0 l}{2}\right). \quad (3.5)$$

Обычно $\underline{Z} = (r_0 + jx_0)l$ и $\underline{Y}_1 = \underline{Y}_2 = \frac{(g_0 + jb_0)l}{2}$.

Для трансформатора:

$$\begin{aligned} \underline{Z} &= \frac{\underline{Z}_T}{k_T}, \\ \underline{Y}_1 &= \frac{1}{\underline{Z}_T} (1 - k_T) + \underline{Y}_\mu, \\ \underline{Y}_2 &= \frac{k_T}{\underline{Z}_T} (k_T - 1) \end{aligned} \quad (3.6)$$

при $k_T > 1$. Если $k_T = 1$, то из (3.6) получается Г-образная схема замещения трансформатора.

Для реакторов и батарей конденсаторов, включенных в виде продольных элементов сети, параметры схемы замещения: $\underline{Z} = jX_p$ и $\underline{Z} = jX_c$. $\underline{Y}_1 = \underline{Y}_2 = 0$ (\underline{Y}_1 или \underline{Y}_2 может быть отлично от нуля и моделировать потери активной

мощности в реакторе или батарее конденсаторов). В случае их включения в виде поперечных ветвей: $\underline{Z} = 0$, а \underline{Y}_1 и \underline{Y}_2 представляются одной поперечной ветвью – \underline{Y} шунта: $\underline{Y} = -j\frac{1}{X_p}$ и $\underline{Y} = j\frac{1}{X_c}$.

Аналогично могут представляться своими схемами замещения электрические нагрузки.

Рассмотрим пример схемы электрической сети, состоящей из ЛЭП и трансформатора (рис. 3.5, а). Ее схема замещения есть две соединенные между собой П-образные схемы замещения – ЛЭП и трансформатора, а граф будет состоять из двух графов П-образных схем (рис. 3.5, б).

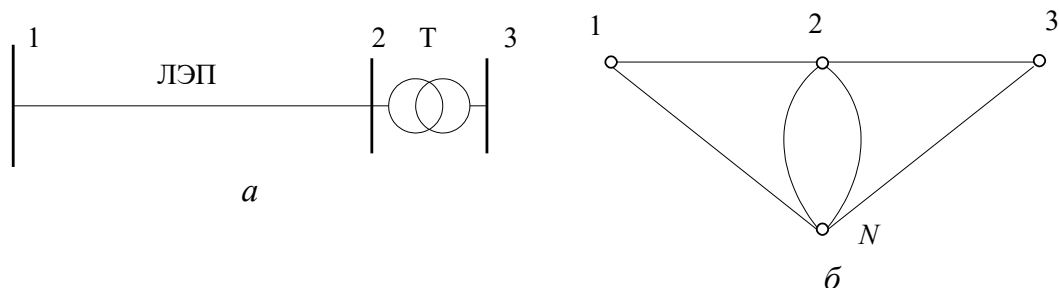


Рис. 3.5. Схема простой электрической сети (а) и ее граф (б)

Для более сложных схем, например, схемы на рис. 3.6, а, удобно ввести в рассмотрение нейтральную плоскость в сети и рассматривать узлы графа сети «висящими» над нейтральной плоскостью N и соединенными с ней поперечными ветвями (рис. 3.6, б).

Так как в общем случае каждая вершина графа инцидентна хотя бы одному ребру, связанному с вершиной (плоскостью) N , то при изображении графа эти ребра не изображаются (рис. 3.7).

Для моделирования топологии схем электрических сетей используют матричные модели, отражающие свойства графов. Это матрицы инциденций и смежности. В практических расчетах более удобной является компактная форма записи, например в виде перечисления

ребер графа. Так, для графа рис. 3.7 массив имен ребер \mathbf{L} может быть записан в следующем виде:

$$\mathbf{L} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 1 & 7 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 4 & 8 & 6 & 7 & 8 \end{pmatrix}. \quad (3.7)$$

В первой строке массива \mathbf{L} указывается номер (имя) начального узла, а во второй того же столбца – номер (имя) конечного узла. Пара номеров узлов в столбце образует имя ветви, например, для ветви b это 2 – 3.

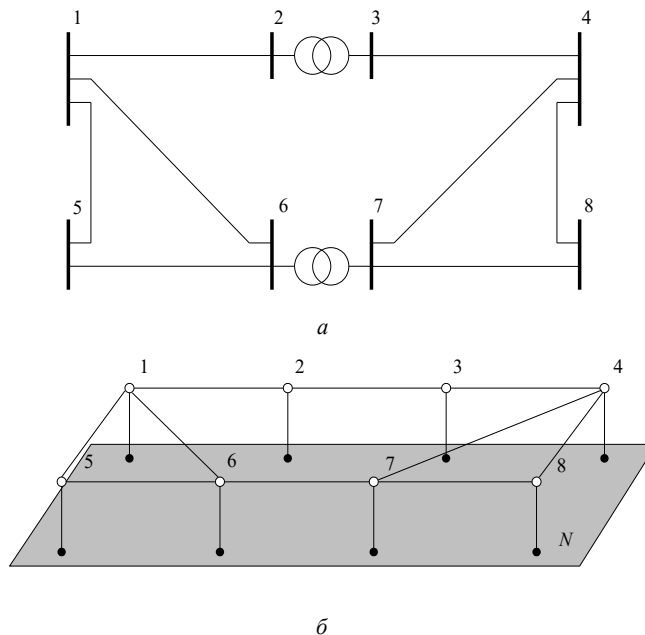


Рис. 3.6. Схема электрической сети из восьми узлов и десяти ветвей (а) и ее граф (б)

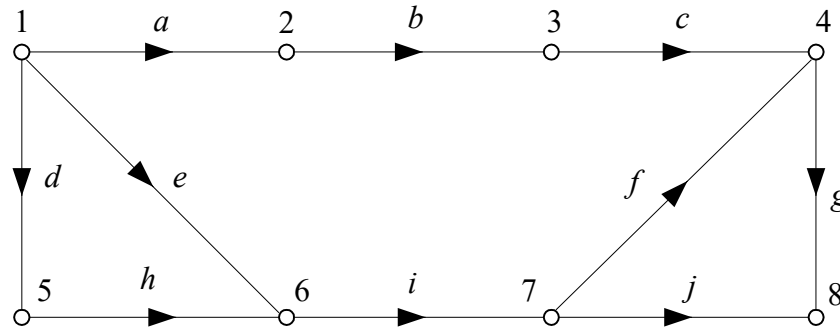


Рис. 3.7. Граф сети без изображения ребер, связанных с нейтральной плоскостью

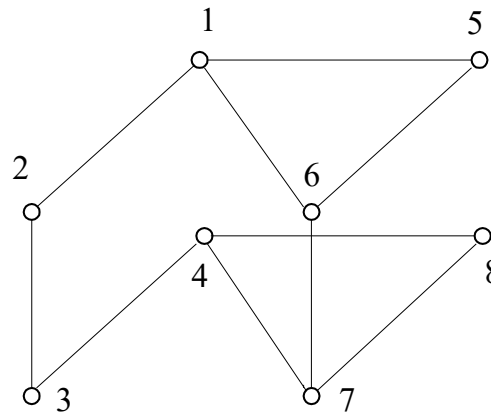


Рис. 3.8. Многослойный граф

В некоторых случаях можно использовать многослойные графы, в которых сеть каждого напряжения располагается в отдельном слое. Получается, что в горизонтальных слоях находятся ветви, моделирующие линии электропередачи, а между ними вертикально изображаются трансформаторные связи (рис. 3.8). Таких слоев может быть столько, сколько ступеней номинального напряжения имеется в сети..

3.3. Матричные формы моделей электрических сетей и их режимов

Каждая продольная ветвь в графе электрической сети характеризуется сопротивлением $\underline{Z}_j = R_j + jX_j$, а поперечная ветвь – проводимостью $\underline{Y}_i = G_i + jB_i$ ($j = 1, 2, \dots, m$; $i = 1, 2, \dots, n$), которые образуют матрицы параметров электрической сети – матрицу сопротивлений продольных ветвей и матрицу-столбец проводимостей поперечных ветвей – шунтов:

$$\underline{\mathbf{Z}}_B = \begin{pmatrix} \underline{Z}_{B11} & & & \\ & \underline{Z}_{B22} & & \\ & & \dots & \\ & & & \underline{Z}_{Bmm} \end{pmatrix}, \quad \underline{\mathbf{Y}}_N = \begin{pmatrix} \underline{Y}_{N1} \\ \underline{Y}_{N2} \\ \dots \\ \underline{Y}_{Nn} \end{pmatrix}. \quad (3.8)$$

Здесь $\underline{Z}_{Bjj} = \underline{Z}_j$, а $\underline{Y}_{Ni} = \underline{Y}_i$. Недиагональные элементы матрицы $\underline{\mathbf{Z}}_B$ обычно равны нулю, хотя в некоторых случаях учитывают взаимные сопротивления ветвей, которые могут быть отличны от нуля, например для близко расположенных ЛЭП возможно наличие взаимной индукции.

Кроме пассивных ветвей в сети существуют активные ветви, включающие источники ЭДС и тока. Эти ветви, как правило, являются поперечными и моделируют генераторы электрических станций (ЭДС) и потребителей электрической энергии (источники тока), – рис. 3.9, а.

$$\underline{\mathbf{E}} = \begin{pmatrix} \underline{E}_1 \\ \underline{E}_2 \\ \dots \\ \underline{E}_n \end{pmatrix}, \quad \underline{\mathbf{J}} = \begin{pmatrix} \underline{J}_1 \\ \underline{J}_2 \\ \dots \\ \underline{J}_n \end{pmatrix}. \quad (3.9)$$

Ветвь с ЭДС в действительности содержит еще и сопротивление и по сути является источником напряжения, которое зависит от нагрузки. В установившемся режиме достигается постоянство значения напряжения генераторов электростанций посредством специальных

устройств регулирования и можно пренебречь влиянием сопротивлений генераторов на их напряжение. В дальнейшем будем считать эти ветви источниками ЭДС.

Принято не изображать на графе сети не только шунтирующие проводимости, но и активные поперечные ветви с ЭДС и источником тока, однако источник тока все же задают упрощенным изображением в виде стрелочки, направленной в узел (рис. 3.9, б). Это показывает, что в сеть «вливаётся» извне ток генерации или нагрузки (с обратным знаком). Такие токи называются *токами инъекции* (injection current) или *задающими токами*.

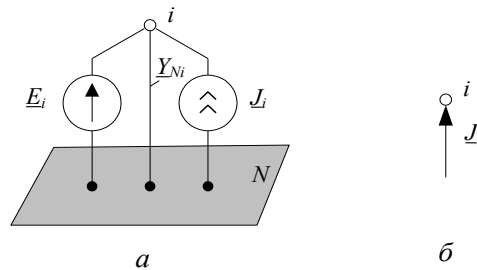


Рис. 3.9. Изображения поперечных ветвей

Матрицы \underline{E} и \underline{J} задают режим работы электрической сети и являются векторами *независимых переменных*. Они относятся к режимным параметрам электрической сети. Другие режимные параметры называются *зависимыми переменными*. К ним относятся напряжения в узлах, токи и напряжения в продольных ветвях и ряд других параметров режима:

\underline{U} – матрица напряжений в узлах (узловые напряжения);

\underline{I} – матрица токов ветвей;

$\Delta \underline{U}$ – матрица напряжений в ветвях (падения напряжения на сопротивлениях ветвей);

$\underline{S}_B^{(H)}$ – матрица потоков мощности в начале ветвей;

$\underline{S}_B^{(K)}$ – матрица потоков мощности в конце ветвей;

$\Delta \underline{S}_B$ – матрица потерь мощности в ветвях.

3.4. Узловые уравнения установившегося режима

Рассмотрим пример направленного графа электрической сети, изображенного на рис. 3.10.

Для удобства записи в матричной форме параметров ветвей присвоим каждой ветви ее порядковый номер (на рис. 3.10 курсив). Составим матрицу соединений \mathbf{M} для этого графа:

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (3.10)$$

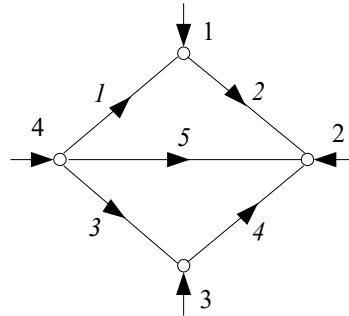


Рис. 3.10. Пример графа электрической сети

Умножим эту матрицу на матрицу токов ветвей, будем иметь:

$$\mathbf{M} \cdot \underline{\mathbf{I}} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \\ \underline{I}_3 \\ \underline{I}_4 \\ \underline{I}_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\underline{I}_1 + \underline{I}_2 \\ -\underline{I}_2 - \underline{I}_4 - \underline{I}_5 \\ -\underline{I}_3 + \underline{I}_4 \\ \underline{I}_1 + \underline{I}_3 + \underline{I}_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{J}_1 \\ \underline{J}_2 \\ \underline{J}_3 \\ \underline{J}_4 \end{pmatrix}. \quad (3.11)$$

Полученное соотношение является первым законом Кирхгофа в матричной форме записи

$$\mathbf{M} \cdot \underline{\mathbf{I}} = \underline{\mathbf{J}}. \quad (3.12)$$

Так как к узлам графа электрической сети еще присоединены другие поперечные ветви с ЭДС и проводимостью шунта, то задающий ток в (3.12) включает в себя также токи данных ветвей

$$\underline{\mathbf{J}} = \underline{\mathbf{J}}_Г - \underline{\mathbf{J}}_Н - \underline{\mathbf{J}}_У. \quad (3.13)$$

Здесь: $\underline{\mathbf{J}}_Г$ – матрица токов генерации (ветви с ЭДС), которые определяются через мощности генерации;

$\underline{\mathbf{J}}_Н$ – матрица токов нагрузки, которые определяются через мощности нагрузки (имеет обратное направление – от узла);

$\underline{\mathbf{J}}_У$ – матрица токов в проводимостях шунтов, которые зависят от проводимости шунта из матрицы $\underline{\mathbf{Y}}_N$ и напряжения в узле из матрицы $\underline{\mathbf{U}}$ (также имеет обратное направление – от узла, так как моделирует потребление мощности).

Умножим транспонированную матрицу соединений \mathbf{M}^T на матрицу узловых напряжений, получим:

$$\mathbf{M}^T \cdot \underline{\mathbf{U}} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \\ \underline{U}_3 \\ \underline{U}_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\underline{U}_1 + \underline{U}_4 \\ \underline{U}_1 - \underline{U}_2 \\ -\underline{U}_3 + \underline{U}_4 \\ -\underline{U}_2 + \underline{U}_3 \\ -\underline{U}_2 + \underline{U}_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta \underline{U}_1 \\ \Delta \underline{U}_2 \\ \Delta \underline{U}_3 \\ \Delta \underline{U}_4 \\ \Delta \underline{U}_5 \end{pmatrix} \quad (3.14)$$

ИЛИ

$$\Delta \underline{\mathbf{U}} = \mathbf{M}^T \cdot \underline{\mathbf{U}}. \quad (3.15)$$

По закону Ома в матричной форме записи имеем

$$\underline{\Delta U} = \underline{Z}_B \cdot \underline{I} \quad (3.16)$$

или

$$\underline{I} = \underline{Z}_B^{-1} \cdot \underline{\Delta U}. \quad (3.17)$$

Подставим в (3.12) выражение для матрицы токов ветвей (3.17) и затем (3.15), получим

$$\underline{M} \cdot \underline{Z}_B^{-1} \cdot \underline{M}^T \cdot \underline{U} = \underline{J}. \quad (3.18)$$

Введем обозначение

$$\underline{Y} = \underline{M} \cdot \underline{Z}_B^{-1} \cdot \underline{M}^T, \quad (3.19)$$

тогда (3.18) приобретет вид

$$\underline{Y} \cdot \underline{U} = \underline{J}. \quad (3.20)$$

Полученное соотношение является уравнением узловых напряжений (потенциалов) в матричной форме записи. Матрицу \underline{Y} называют матрицей узловых проводимостей электрической сети. Рассмотрим структуру этой матрицы, для чего выполним матричные перемножения в (3.19). Заметим, что обратная матрица сопротивлений ветвей легко получается в силу своего диагонального вида – ее элементы суть обратные величины к сопротивлениям ветвей и являются проводимостями продольных ветвей.

Вначале перемножим первые две матрицы матричного произведения (3.19):

$$\begin{aligned}
\mathbf{M} \cdot \underline{\mathbf{Z}}_B^{-1} &= \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{\underline{Z}_1} \\ \frac{1}{\underline{Z}_2} \\ \frac{1}{\underline{Z}_3} \\ \frac{1}{\underline{Z}_4} \\ \frac{1}{\underline{Z}_5} \end{pmatrix} = \\
&= \begin{pmatrix} -\frac{1}{\underline{Z}_1} & \frac{1}{\underline{Z}_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{\underline{Z}_2} & 0 & -\frac{1}{\underline{Z}_4} & -\frac{1}{\underline{Z}_5} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{\underline{Z}_3} & \frac{1}{\underline{Z}_4} & 0 \\ \frac{1}{\underline{Z}_1} & 0 & \frac{1}{\underline{Z}_3} & 0 & \frac{1}{\underline{Z}_5} \end{pmatrix}.
\end{aligned} \tag{3.21}$$

Полученную матрицу умножим справа на матрицу \mathbf{M}^T . В результате получим:

$$\underline{\mathbf{Y}} =$$

$$= \begin{pmatrix} \left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} \right) & -\frac{1}{Z_2} & 0 & -\frac{1}{Z_1} \\ -\frac{1}{Z_2} & \left(\frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_4} + \frac{1}{Z_5} \right) & -\frac{1}{Z_4} & -\frac{1}{Z_5} \\ 0 & -\frac{1}{Z_4} & \left(\frac{1}{Z_3} + \frac{1}{Z_4} \right) & -\frac{1}{Z_3} \\ -\frac{1}{Z_1} & -\frac{1}{Z_5} & -\frac{1}{Z_3} & \left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_3} + \frac{1}{Z_5} \right) \end{pmatrix}. \quad (3.22)$$

Из полученной матрицы можно сделать следующие выводы о вычислении ее элементов.

1. Элементы, расположенные на главной диагонали матрицы, вычисляются как сумма проводимостей ветвей, подходящих к соответствующему узлу:

$$Y_{ii} = \sum_{j \in \omega_i} \frac{1}{Z_j}, \quad (3.23)$$

где Y_{ii} – диагональный элемент матрицы \underline{Y} ;

Z_j – сопротивление j -й ветви;

ω_i – множество номеров узлов, связанных с i -м узлом.

2. Нondiagonальные элементы равны проводимостям ветвей, имя каждой из которых состоит из номеров узлов, соответствующих номеру строки и номеру столбца, на пересечении которых находится данный элемент, и взятых с противоположным знаком. Матрица \underline{Y} является симметричной матрицей.

$$Y_{ij} = -\frac{1}{Z_{ij}}. \quad (3.24)$$

Запишем уравнение узловых напряжений для узла с номером i :

$$\begin{aligned}
\underline{Y}_{i1}\underline{U}_1 + \underline{Y}_{i2}\underline{U}_2 + \dots + \underline{Y}_{ii}\underline{U}_i + \dots + \underline{Y}_{in}\underline{U}_n &= \underline{J}_i = \\
&= \underline{J}_{\Gamma i} - \underline{J}_{\text{Hi}} - \underline{J}_{\text{Yi}} = \underline{J}_{\Gamma i} - \underline{J}_{\text{Hi}} - \underline{Y}_{Ni}\underline{U}_i.
\end{aligned}
\tag{3.25}$$

Объединив подобные члены, получим, что в диагональные элементы матрицы \underline{Y} войдут дополнительные слагаемые \underline{Y}_{Ni} :

$$\underline{Y}_{ii} = \sum_{j \in \omega_i} \frac{1}{\underline{Z}_j} + \underline{Y}_{Ni},
\tag{3.26}$$

т. е. диагональный элемент будет равен сумме проводимостей всех подходящих к i -му узлу ветвей, включая поперечную ветвь – шунт \underline{Y}_{Ni} .

Задающие токи узлов в (3.20) будут состоять только из токов генерации и токов нагрузки.

В случае отсутствия связей с нейтральной плоскостью N система уравнений (3.20) не имеет единственного решения, так как в этом случае определитель матрицы \underline{Y} равен нулю. Сумма всех задающих токов в такой сети равна нулю:

$$\sum_{i=1}^n J_i = 0.
\tag{3.27}$$

Следовательно, среди всех n узлов можно выделить узел, например с номером n , ток в котором равен

$$J_n = -\sum_{i=1}^{n-1} J_i.
\tag{3.28}$$

Для уравнений узловых напряжений это означает, что одно уравнение лишнее, т. е. зависит от остальных уравнений и может быть получено через сумму всех остальных уравнений. Так

как ток в этом узле может быть получен из баланса токов в сети (3.28), то его называют *балансирующим*. Обычно это шины мощной электростанции или системы.

Необходимо заметить, что во всех уравнениях, где одновременно присутствуют токи и напряжения (3.16), (3.17), (3.18), (3.20), (3.25) и (3.29), напряжения даны в фазных значениях, хотя индекс (буква «ф») для простоты не записывался. Эти же уравнения можно считать записанными и для линейных напряжений, однако токи будут увеличенными в $\sqrt{3}$ раз, и для вычисления истинных токов их следует уменьшать в $\sqrt{3}$.

..

3.5. Формы линейных уравнений установившегося режима и их решение

Известными независимыми переменными в уравнениях установившегося режима могут быть задающие токи узлов и напряжение базисного узла. В этом случае решение уравнения (3.29) может быть записано в виде

$$\underline{U} = \underline{Y}^{-1}(\underline{J} - \underline{Y}_0 U_0) = \underline{Z}(\underline{J} - \underline{Y}_0 U_0). \quad (3.30)$$

Здесь \underline{Z} – матрица узловых сопротивлений.

Численное решение системы уравнений (3.29) выполняется методом Гаусса или другим методом решения системы линейных алгебраических уравнений.

В случае, когда известны мощности в узлах сети – задающие мощности \underline{S}_i , токи можно вычислить приближенно через номинальные напряжения $\underline{I}_i = \frac{\underline{S}_i^*}{\sqrt{3}U_{\text{НОМ}}}$ ($i = 1, \dots, n - 1$). Задающие мощности так же, как и токи, складываются из мощности генерации и мощности нагрузки:

$$\underline{S} = \underline{S}_Г - \underline{S}_Н. \quad (3.31)$$

Другой приближенный подход связан с представлением задающих токов через напряжения и проводимости $\underline{I}_i = \underline{U}_i \underline{Y}_{Si}$, где \underline{Y}_{Si} – проводимость генерации и/или нагрузки (схема замещения). Для i -го узла имеем:

$$\underline{Y}_{i1} \underline{U}_1 + \underline{Y}_{i2} \underline{U}_2 + \dots + \underline{Y}_{ii} \underline{U}_i + \dots + \underline{Y}_{in-1} \underline{U}_{n-1} + \underline{Y}_{i0} U_0 = \underline{I}_i = \underline{Y}_{Si} \underline{U}_i. \quad (3.32)$$

Объединив подобные члены, получим

$$\underline{Y}_{i1} \underline{U}_1 + \underline{Y}_{i2} \underline{U}_2 + \dots + \underline{Y}_{ii} \underline{U}_i + \dots + \underline{Y}_{in-1} \underline{U}_{n-1} + \underline{Y}_{i0} U_0 = 0, \quad (3.33)$$

где в элемент \underline{Y}_{ii} входит проводимость \underline{Y}_{Si} . Знак перед этой проводимостью зависит от того, какая мощность преобладает в узле: плюс, если нагрузка, и минус, если генерация. В матричной форме записи:

$$\underline{\mathbf{Y}} \cdot \underline{\mathbf{U}} + \underline{\mathbf{Y}}_0 U_0 = 0. \quad (3.34)$$

Решение матричного уравнения (3.34) запишется в виде

$$\underline{\mathbf{U}} = -\underline{\mathbf{Y}}^{-1} \cdot \underline{\mathbf{Y}}_0 U_0 = -\underline{\mathbf{Z}} \cdot \underline{\mathbf{Y}}_0 U_0. \quad (3.35)$$

Комплексную матрицу узловых проводимостей $\underline{\mathbf{Y}}$ иногда представляют в блочной форме через ее вещественную \mathbf{G} и мнимую \mathbf{B} составляющие, и тогда система уравнений (3.34) становится системой с вещественными величинами:

$$(\mathbf{G} + j\mathbf{B})(\mathbf{U}' + j\mathbf{U}'') + (\mathbf{G}_0 + j\mathbf{B}_0)U_0 = 0. \quad (3.36)$$

После перемножения двучленов в (3.35) будем иметь:

$$(\mathbf{G} \cdot \mathbf{U}' - \mathbf{B} \cdot \mathbf{U}'') + j(\mathbf{B} \cdot \mathbf{U}' + \mathbf{G} \cdot \mathbf{U}'') + \mathbf{G}_0 U_0 + j\mathbf{B}_0 U_0 = 0. \quad (3.37)$$

Приравняем отдельно вещественные и мнимые части полученного уравнения и получим два матричных уравнения с вещественными величинами:

$$\begin{aligned} \mathbf{G} \cdot \mathbf{U}' - \mathbf{B} \cdot \mathbf{U}'' + \mathbf{G}_0 U_0 &= 0, \\ \mathbf{B} \cdot \mathbf{U}' + \mathbf{G} \cdot \mathbf{U}'' + \mathbf{B}_0 U_0 &= 0 \end{aligned} \quad (3.38)$$

или в компактной форме записи:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{G} & -\mathbf{B} \\ \mathbf{B} & \mathbf{G} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{U}' \\ \mathbf{U}'' \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{G}_0 \\ \mathbf{B}_0 \end{pmatrix} U_0 = 0. \quad (3.39)$$

Решение (3.39) запишется в виде

$$\begin{pmatrix} \mathbf{U}' \\ \mathbf{U}'' \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \mathbf{G} & -\mathbf{B} \\ \mathbf{B} & \mathbf{G} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \mathbf{G}_0 \\ \mathbf{B}_0 \end{pmatrix} U_0. \quad (3.40)$$

Пример 2. Рассчитаем напряжения в узлах и токи в ветвях схемы электрической сети, граф которой изображен на рис. 3.10. Исходные данные для расчета и расчет представлены в системе Mathcad.

ORIGIN := 1
Единицы измерения kamp ≡ 1000 · amp kvolt ≡ 1000 · volt

ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ

Напряжение базисного узла $U_0 := 222 \cdot \text{kvolt}$

Сопротивления ветвей и задающие токи узлов:

$Z_b := \begin{pmatrix} 3.63 + j \cdot 13.05 \\ 4.84 + j \cdot 17.4 \\ 2.42 + j \cdot 8.7 \\ 5.445 + j \cdot 19.575 \\ 6.05 + j \cdot 21.75 \end{pmatrix} \cdot \text{ohm}$	$J := - \begin{pmatrix} 0.525 - j \cdot 0.310 \\ 0.750 - j \cdot 0.370 \\ 0.420 - j \cdot 0.280 \end{pmatrix} \cdot \text{kamp}$
---	--

РАСЧЕТНЫЕ ДАННЫЕ

$i := 1..5$	$Y_{b_i} := \frac{1}{Z_{b_i}}$	$Y_b = \begin{pmatrix} 0.02 - 0.071i \\ 0.015 - 0.053i \\ 0.03 - 0.107i \\ 0.013 - 0.047i \\ 0.012 - 0.043i \end{pmatrix} \text{ siemens}$
-------------	--------------------------------	--

МОДЕЛЬ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СЕТИ

1. Составление матрицы инциденций узлов и ветвей \mathbf{M} :

$$\mathbf{M} := \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

2. Формирование диагональной матрицы проводимостей ветвей \mathbf{Y} :

$$Y_{i,i} := Y_{b_i}$$

$$\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} 0.02 - 0.071i & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.015 - 0.053i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.03 - 0.107i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.013 - 0.047i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.012 - 0.043i \end{pmatrix} \text{ siemens}$$

3. Составление матрицы-столбца проводимостей ветвей, связывающих узлы схемы с базисным узлом \mathbf{Y}_0 :

$$\mathbf{Y}_0 := - \begin{pmatrix} Y_{b_1} \\ Y_{b_5} \\ Y_{b_3} \end{pmatrix} \quad \mathbf{Y}_0 = \begin{pmatrix} -0.02 + 0.071i \\ -0.012 + 0.043i \\ -0.03 + 0.107i \end{pmatrix} \text{ siemens}$$

4. Получение матрицы узловых проводимостей \mathbf{Y} :

$$\mathbf{Y} := \mathbf{M} \cdot \mathbf{Y} \cdot \mathbf{M}^T$$

$$\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} 0.035 - 0.124i & -0.015 + 0.053i & 0 \\ -0.015 + 0.053i & 0.04 - 0.143i & -0.013 + 0.047i \\ 0 & -0.013 + 0.047i & 0.043 - 0.154i \end{pmatrix} \text{ siemens}$$

ВЫЧИСЛЕНИЯ

1. Решение системы линейных уравнений методом обратной матрицы:

$$Z := Y^{-1}$$

$$Z = \begin{pmatrix} 2.522 + 9.066i & 1.044 + 3.753i & 0.321 + 1.155i \\ 1.044 + 3.753i & 2.436 + 8.758i & 0.75 + 2.695i \\ 0.321 + 1.155i & 0.75 + 2.695i & 1.906 + 6.852i \end{pmatrix} \text{ ohm}$$

$$U := Z \cdot (J - Y_0 \cdot U_0) \quad U = \begin{pmatrix} 215.236 - 6.802i \\ 214.152 - 8.236i \\ 217.195 - 4.595i \end{pmatrix} \text{ kvolt}$$

2. Расчет других параметров режим сети:

$$U_b := M^T \cdot (U \text{ - Напряжения ветвей})$$

$$U_b = \begin{pmatrix} 6.764 + 6.802i \\ 1.084 + 1.434i \\ 4.805 + 4.595i \\ 3.043 + 3.641i \\ 7.848 + 8.236i \end{pmatrix} \text{ kvolt} \quad \text{Напряжения ветвей}$$

$$I := \overrightarrow{(Y_b \cdot U_b)}$$

$$I = \begin{pmatrix} 0.618 - 0.347i \\ 0.093 - 0.037i \\ 0.633 - 0.376i \\ 0.213 - 0.096i \\ 0.445 - 0.237i \end{pmatrix} \text{ kamp} \quad \text{Токи ветвей}$$

3. Проверка результатов: сумма задающих токов должна быть равна току балансирующего узла с обратным знаком:

$$J_s := \sum \text{Сумма задающих токов} \quad 595 + 0.96i \text{ kamp} \quad \text{Сумма задающих токов}$$

$$I := I_1 + I_3 + I_5 \quad I = 1.695 - 0.96i \text{ kamp} \quad \text{Ток балансирующего узла (знаки с учетом направлений токов на схеме сети)}$$

3.6. Нелинейные уравнения установившегося режима

Так как во многих случаях расчеты ведутся при заданных мощностях нагрузок и генерации, то их следует ввести в уравнения установившегося режима.

Мощность в трехфазной сети в симметричных режимах выражается суммарной мощностью всех трех фаз:

$$S_i = \sqrt{3} \cdot \underline{U}_i \underline{J}_i^* \quad (3.41)$$

В матричной форме это выражение можно записать, используя операцию диагонализации матрицы \underline{U} . Матрица $\text{diag}\{\underline{U}\}$ есть квадратная матрица, в которой элементы матрицы \underline{U} расположены по главной диагонали, а все остальные элементы равны нулю. Тогда

$$\underline{S} = \sqrt{3} \cdot \text{diag}\{\underline{U}\} \cdot \underline{J}^* \quad (3.42)$$

Уравнение установившегося режима $\underline{Y} \cdot \underline{U} + \underline{Y}_0 U_0 = \underline{J}$ записано для фазных токов и напряжений. Умножим обе части этого уравнения на $\sqrt{3}$ и применим к величинам этого уравнения операцию сопряжения, получим

$$\underline{Y}^* \cdot \underline{U}^* + \underline{Y}_0^* U_0 = \sqrt{3} \cdot \underline{J}^* \quad (3.43)$$

В левой части этого уравнения после умножения на $\sqrt{3}$ напряжения стали линейными.

Умножим левую и правую части уравнения (3.43) слева на матрицу $\text{diag}\{\underline{U}\}$, получим

$$\text{diag}\{\underline{U}\} (\underline{Y}^* \underline{U}^* + \underline{Y}_0^* U_0) = \sqrt{3} \cdot \text{diag}\{\underline{U}\} \underline{J}^* = \underline{S} \quad (3.44)$$

Система уравнений (3.44) является системой нелинейных уравнений установившегося режима. В зависимости от формы представления комплексных величин применяют две основные формы этой системы уравнений.

Вначале рассмотрим алгебраическую форму записи. Для i -го узла имеем:

$$(U_i' + jU_i'') \sum_{j=0}^{n-1} (G_{ij} - jB_{ij})(U_j' - jU_j'') = P_i + jQ_i. \quad (3.45)$$

После перемножения двучленов и деления уравнения на два уравнения с вещественными величинами получим систему $2(n - 1)$ алгебраических уравнений

$$\begin{aligned} U_i' \sum_{j=0}^{n-1} (G_{ij}U_j' - B_{ij}U_j'') + U_i'' \sum_{j=0}^{n-1} (B_{ij}U_j' + G_{ij}U_j'') &= P_i, \\ -U_i' \sum_{j=0}^{n-1} (B_{ij}U_j' + G_{ij}U_j'') + U_i'' \sum_{j=0}^{n-1} (G_{ij}U_j' - B_{ij}U_j'') &= Q_i. \end{aligned} \quad (3.46)$$

Здесь $i = 1, \dots, n - 1$.

Тригонометрическая форма нелинейных уравнений установившегося режима может быть получена, если комплексные величины в уравнении (3.44) записать в виде

$$\underline{U}_i = U_i e^{j\delta_i}, \quad \underline{Y}_{ij}^* = Y_{ij} e^{-j\psi_{ij}}, \quad \underline{U}_j^* = U_j e^{-j\delta_j}. \quad (3.47)$$

Тогда

$$U_i \sum_{j=0}^{n-1} Y_{ij} U_j e^{j(\delta_i - \psi_{ij} - \delta_j)} = P_i + jQ_i. \quad (3.48)$$

Уравнение (3.48) в тригонометрической форме запишется как

$$U_i \sum_{j=0}^{n-1} Y_{ij} U_j (\cos(\delta_i - \delta_j - \psi_{ij}) + j \sin(\delta_i - \delta_j - \psi_{ij})) = P_i + jQ_i, \quad (3.49)$$

$$U_i \sum_{j=0}^{n-1} Y_{ij} U_j (\cos(\delta_i - \delta_j - \psi_{ij}) + j \sin(\delta_i - \delta_j - \psi_{ij})) = P_i + jQ_i, \quad (3.50)$$

и после деления на два вещественных уравнения

$$\begin{aligned}
U_i \sum_{j=0}^{n-1} Y_{ij} U_j \cos(\delta_i - \delta_j - \psi_{ij}) &= P_i, \\
U_i \sum_{j=0}^{n-1} Y_{ij} U_j \sin(\delta_i - \delta_j - \psi_{ij}) &= Q_i.
\end{aligned}
\tag{3.51}$$

Обычно вместо угла ψ_{ij} используют дополняющий до 90° угол α_{ij} . $\alpha_{ij} = 90 - \psi_{ij}$, $\psi_{ij} = 90 - \alpha_{ij}$.

Тогда $\cos(\delta_i - \delta_j - \psi_{ij}) = \cos(\delta_i - \delta_j - 90^\circ + \alpha_{ij})$, а с учетом четности функции косинус $\cos(\delta_i - \delta_j - 90^\circ + \alpha_{ij}) = \cos(90^\circ - \delta_i + \delta_j - \alpha_{ij})$. Имея в виду, что $\cos(90^\circ - \beta) = \sin(\beta)$, получим $\cos(90^\circ - \delta_i + \delta_j - \alpha_{ij}) = \sin(\delta_i - \delta_j + \alpha_{ij})$.

Аналогично $\sin(\delta_i - \delta_j - \psi_{ij}) = \sin(\delta_i - \delta_j - 90 + \alpha_{ij}) = -\sin(90^\circ - \delta_i + + \delta_j - \alpha_{ij})$, в силу нечетности функции синус. Так как $\sin(90^\circ - \beta) = \cos(\beta)$, получим $-\sin(90^\circ - \delta_i + \delta_j - \alpha_{ij}) = -\cos(\delta_i - \delta_j + \alpha_{ij})$. Подставляя полученные соотношения в (3.51), будем иметь:

$$\begin{aligned}
U_i \sum_{j=0}^{n-1} Y_{ij} U_j \sin(\delta_i - \delta_j + \psi_{ij}) &= P_i, \\
-U_i \sum_{j=0}^{n-1} Y_{ij} U_j \cos(\delta_i - \delta_j + \psi_{ij}) &= Q_i.
\end{aligned}
\tag{3.52}$$

В полученной системе нелинейных уравнений установившегося режима искомыми переменными являются модули и фазовые углы напряжений, в то время как в уравнениях (3.46) неизвестными являются вещественная и мнимая составляющие напряжений.

Пример 3. Рассчитаем напряжения в узлах и потоки мощности в ветвях схемы сети, граф которой изображен на рис. 3.10. Исходные данные для расчета и расчет представлены в системе Mathcad.

ORIGIN := 1

Единицы измерения kvolt ≡ 1000 · volt MVA ≡ 10³ · kvolt · amp

$$\boxed{\text{Mwatt} \equiv \text{MVA} \qquad \text{Mvar} \equiv \text{MVA}}$$

ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ

Погонные параметры ЛЭП:

$$\boxed{z_0 := \begin{pmatrix} 0.121 + j \cdot 0.435 \\ 0.121 + j \cdot 0.435 \\ 0.098 + j \cdot 0.429 \\ 0.075 + j \cdot 0.420 \\ 0.075 + j \cdot 0.420 \end{pmatrix} \cdot \frac{\text{ohm}}{\text{km}} \quad b_0 := \begin{pmatrix} 2.60 \\ 2.60 \\ 2.64 \\ 2.70 \\ 2.70 \end{pmatrix} \cdot 10^{-6} \cdot \frac{\text{siemens}}{\text{km}} \quad l := \begin{pmatrix} 98 \\ 75 \\ 120 \\ 115 \\ 144 \end{pmatrix} \cdot \text{km}}$$

$$\boxed{P_L := \begin{pmatrix} 70 \\ 70 \\ 120 \end{pmatrix} \text{ Мощности нагрузок узлов} \quad Q_L := \begin{pmatrix} 30 \\ 65 \\ 70 \end{pmatrix} \cdot \text{Mvar} \quad \text{Мощности нагрузок узлов.}}$$

$$\boxed{S_L := P_L + i \cdot Q_L \qquad \text{Комплексы мощностей нагрузок узлов}}$$

$$\boxed{\begin{matrix} \text{Задающие} \\ \underline{L} \end{matrix} \text{нагрузок узлов} \qquad \begin{matrix} \text{Задающие} \\ \underline{L} \end{matrix} \text{мощности узлов}}$$

$$\boxed{\text{Номинальное напряжение сети} \qquad \text{Номинальное напряжение сети.}}$$

$$\boxed{\text{Напряжение базисного узла} \qquad \text{Напряжение базисного узла.}}$$

МОДЕЛЬ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СЕТИ

1. Расчетные параметры ЛЭП:

$$\boxed{Z := \overrightarrow{z_0} \cdot l \qquad B := i \cdot b_0 \cdot l}$$

$$Z = \begin{pmatrix} 11.858 + 42.63i \\ 9.075 + 32.625i \\ 11.76 + 51.48i \\ 8.625 + 48.3i \\ 10.8 + 60.48i \end{pmatrix} \text{ ohm} \quad B = \begin{pmatrix} 2.548i \times 10^{-4} \\ 1.95i \times 10^{-4} \\ 3.168i \times 10^{-4} \\ 3.105i \times 10^{-4} \\ 3.888i \times 10^{-4} \end{pmatrix} \text{ siemens}$$

2. Составление матрицы инцидентий узлов и ветвей **M**:

$$M := \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

3. Формирование матрицы проводимостей ветвей Y_b :

$$i := 1..5$$

$$Y_{b,i,i} := \left(\frac{1}{Z_i} \right)$$

$$Y_b = \begin{pmatrix} 0.006 - 0.022i & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.008 - 0.028i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.004 - 0.018i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.004 - 0.02i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.003 - 0.016i \end{pmatrix} \text{ siemens}$$

4. Получение матрицы узловых проводимостей **Y**:

$$Y := M \cdot Y_b \cdot M^T$$

$$Y = \begin{pmatrix} 0.014 - 0.05i & -0.008 + 0.028i & 0 \\ -0.008 + 0.028i & 0.014 - 0.065i & -0.004 + 0.02i \\ 0 & -0.004 + 0.02i & 0.008 - 0.039i \end{pmatrix} \text{ siemens}$$

5. Емкостные проводимости поперечных ветвей Y_c :

$$Y_{c1} := \frac{B_1 + B_2}{2} \quad Y_{c2} := \frac{B_2 + B_5 + B_4}{2} \quad Y_{c3} := \frac{B_3 + B_4}{2}$$

6. Корректировка диагональных элементов матрицы Y

$$Y_{1,1} := Y_{1,1} + Y_{c1} \quad Y_{2,2} := Y_{2,2} + Y_{c2} \quad Y_{3,3} := Y_{3,3} + Y_{c3}$$

7. Расширение матрицы узловых проводимостей добавлением столбца для базисного балансирующего узла:

$$Y_{1,4} := \frac{-1}{Z_1} \quad Y_{2,4} := \frac{-1}{Z_5} \quad Y_{3,4} := \frac{-1}{Z_3}$$

$$Y = \begin{pmatrix} 0.014 - 0.05i & -0.008 + 0.028i & 0 & -0.006 + 0.022i \\ -0.008 + 0.028i & 0.014 - 0.064i & -0.004 + 0.02i & -0.003 + 0.016i \\ 0 & -0.004 + 0.02i & 0.008 - 0.038i & -0.004 + 0.018i \end{pmatrix} \text{ siemens}$$

ВЫЧИСЛЕНИЯ

1. Решение системы нелинейных уравнений установившегося режима
Начальные приближения:

$$U_1 := (1.0 - i \cdot 0.15) \cdot U_{nom} \quad U_2 := U_1 \quad U_3 := U_1$$

Решающий блок – приближенное решение:

$$\begin{aligned} &\text{Given} \\ &\cong 1 \cdot (\overline{Y_{1,1}} \cdot \overline{U_1} + \overline{Y_{1,2}} \cdot \overline{U_2} + \overline{Y_{1,3}} \cdot \overline{U_3} + \overline{Y_{1,4}} \cdot \overline{U_0}) = S_1 \\ &\cong 2 \cdot (\overline{Y_{2,1}} \cdot \overline{U_1} + \overline{Y_{2,2}} \cdot \overline{U_2} + \overline{Y_{2,3}} \cdot \overline{U_3} + \overline{Y_{2,4}} \cdot \overline{U_0}) = S_2 \\ &\cong 3 \cdot (\overline{Y_{3,1}} \cdot \overline{U_1} + \overline{Y_{3,2}} \cdot \overline{U_2} + \overline{Y_{3,3}} \cdot \overline{U_3} + \overline{Y_{3,4}} \cdot \overline{U_0}) = S_3 \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} U1 \\ U2 \\ U3 \end{pmatrix} := \text{Find}(U1, U2, U3) \quad \begin{pmatrix} U1 \\ U2 \\ U3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 206.886 - 18.347i \\ 202.435 - 22.87i \\ 199.97 - 23.759i \end{pmatrix} \text{kvolt}$$

Результат решения – узловые напряжения (в экспоненциальной форме записи):

$$\begin{pmatrix} |U1| \\ |U2| \\ |U3| \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 207.698 \\ 203.722 \\ 201.377 \end{pmatrix} \text{kvolt} \quad \begin{pmatrix} \arg(U1) \\ \arg(U2) \\ \arg(U3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5.068 \\ -6.446 \\ -6.776 \end{pmatrix} \text{deg}$$

2. Расчет других параметров режима сети

Напряжения в начале и конце ветвей и токи узлов ветвей:

$$U_b := \begin{pmatrix} U0 \\ U1 \\ U0 \\ U3 \\ U0 \end{pmatrix} \quad U_e := \begin{pmatrix} U1 \\ U2 \\ U3 \\ U2 \\ U2 \end{pmatrix} \quad I := \frac{U_b - U_e}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{Z} \quad \vec{|I|} = \begin{pmatrix} 310.156 \\ 108.203 \\ 354.244 \\ 30.822 \\ 282.841 \end{pmatrix} \text{amp}$$

Мощности в начале и конце ветвей:

$$S_b := \sqrt{3} \cdot U_b \cdot \vec{I} - \left(\frac{\vec{I}}{|U_b|} \right)^2 \cdot \frac{B}{2} \quad S_b = \begin{pmatrix} 109.002 + 42.109i \\ 35.58 + 11.581i \\ 117.999 + 60.237i \\ -6.428 - 14.913i \\ 93.783 + 45.49i \end{pmatrix} \text{MVA}$$

$$S_e := \sqrt{3} \cdot U_e \cdot \vec{I} + \left(\frac{\vec{I}}{|U_e|} \right)^2 \cdot \frac{B}{2} \quad S_e = \begin{pmatrix} 105.58 + 41.581i \\ 35.262 + 18.688i \\ 113.572 + 55.087i \\ -6.453 - 2.312i \\ 91.191 + 48.624i \end{pmatrix} \text{MVA}$$

Потери мощности в ветвях:

$$dP := \operatorname{Re}(S_b - S_e) \quad dP = \begin{pmatrix} 3.422 \\ 0.319 \\ 4.427 \\ 0.025 \\ 2.592 \end{pmatrix} \text{ Mwatt}$$

$$dQ := \operatorname{Im}(S_b - S_e) \quad dQ = \begin{pmatrix} 0.528 \\ -7.107 \\ 5.15 \\ -12.601 \\ -3.134 \end{pmatrix} \text{ Mvar}$$

3. Проверка результатов расчета: сумма мощностей узлов, потерь и зарядной мощности в сети должна быть равна мощности балансирующего узла:

$$\sum P_L + \sum dP + i \cdot \left(\sum Q_L + \sum dQ \right) = 320.785 + 147.836i \text{ MVA}$$

$$\text{Мощность балансирующего узла} \quad S_{b_1} + S_{b_3} + S_{b_5} = 320.785 + 147.836i \text{ MVA}$$

3.7. Моделирование генераторных узлов электрической сети

Генераторными узлами называют узлы, в которых генерируется активная мощность. Реактивная мощность, как правило, также генерируется в узлах. Генераторные узлы – это шины электрических станций или шины мощной системы, схема которой не входит в модель для расчетной схемы. Моделируются генераторные узлы по-разному:

- так же, как и узел нагрузки, – постоянными значениями активной и реактивной мощности, но с противоположным знаком;
- постоянным значением активной мощности и фиксированным значением модуля напряжения в узле. Реактивная мощность не известна и подлежит расчету;
- генераторный узел – это базисный и балансирующий узел одновременно. Активная и реактивная мощности узла подлежат вычислению;
- генераторный узел – это базисный узел, но с известными значениями активной и реактивной мощности – заданы все четыре независимых параметра режима – P , Q , U , δ ;
- генераторный узел – это балансирующий узел, но напряжение в нем не известно ни по модулю, ни по фазе. Подлежат определению все четыре независимых параметра режима – P , Q , U , δ .

При фиксации активной мощности и модуля напряжения обычно в уравнения установившегося режима входит уравнение для активной мощности узла (3.46) и уравнение вида: $U_i^2 = U_i'^2 + U_i''^2$, где U_i задано, а U_i' и U_i'' подлежат определению.

В тех случаях, когда для одного из узлов требуется задать все четыре независимых параметра режима – P , Q , U , δ (базисный узел), то в сети должен появиться узел, в котором не известен ни один из этих четырех параметров – балансирующий узел. Происходит разделение балансирующего и базисного узлов.

Форма уравнений установившегося режима меняется, а именно –перестраивается матрица узловых проводимостей. Так, например, если для графа сети на рис. 3.10 базисным стал узел 2, а балансирующим остался узел 0, то матрица \underline{Y} принимает вид:

$$\underline{Y} = \left. \begin{array}{ccc|c} \left(\frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_2} \right) & -\frac{1}{\underline{Z}_1} & 0 & 1 \\ -\frac{1}{\underline{Z}_2} & -\frac{1}{\underline{Z}_5} & -\frac{1}{\underline{Z}_4} & 2 \\ 0 & -\frac{1}{\underline{Z}_3} & \left(\frac{1}{\underline{Z}_3} + \frac{1}{\underline{Z}_4} \right) & 3 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Узлы без} \\ \text{балансирующего} \\ \text{узла} \end{array}$$

$$\underbrace{\begin{array}{ccc} 1 & 0 & 3 \end{array}}_{\text{Узлы без базисного узла}}$$

Пример 4. Рассчитаем напряжения в узлах электрической сети (рис. 3.11) при несовпадении базисного и балансирующего узлов.

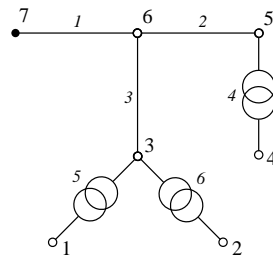


Рис. 3.11. Схема сети примера 4

Ветви 1, 2 и 3 графа – это линии электропередачи 110 кВ, выполненные проводом марки АС-120/19 с погонными параметрами $r_0 = 0,249$ Ом/км;

$x_0 = 0,427$ Ом/км; $b_0 = 2,6$ мкСм/км. Три двухобмоточных трансформатора имеют номинальные напряжение обмоток высшего и низшего напряжения соответственно 115 и 11 кВ.

Параметры линий и трансформаторов приведены в табл. 3.1 и 3.2

Таблица 3.1

Параметры ЛЭП

Наименование	Начало	Конец	Длина, км	R , Ом	X , Ом	B , мкСм
Л-1	7	6	7,2	1,79	3,07	19,2
Л-2	6	5	3,4	0,85	1,45	9,0
Л-3	6	3	12,3	3,06	5,25	32,7

Таблица 3.2

Параметры трансформаторов

Наименование	Начало	Конец	Тип	R , Ом	X , Ом	ΔP , кВт	ΔQ , квар
Т-1	3	1	ТМН-6300/110	15,99	220,42	10	60
Т-2	3	2	ТДН-10000.110	7,93	136,86	15,1	60
Т-3	5	4	ТДН- 16000/110	4,44	86,79	21,3	80

Мощности нагрузки даны для шин низкого напряжения трансформаторов – узлы 1 (Т1), 2 (Т2) и 4 (Т3).

$$P_{T1} + jQ_{T1} = 5,0 + j2,5 \text{ МВ} \cdot \text{А}; P_{T2} + jQ_{T2} = 7,0 + j3,5 \text{ МВ} \cdot \text{А};$$

$$P_{T1} + jQ_{T1} = 12,0 + j6,0 \text{ МВ} \cdot \text{А}.$$

Приведем два расчета: вначале расчет, когда базисный и балансирующий узлы совпадают – узел 7; затем – балансирующим остается узел 7, а базисным является узел 5. Расчеты выполним в системе Mathcad. Сопротивления в омах, проводимости в сименсах, напряжения в киловольтах, мощности в мегаваттах.

Системная переменная начального номера массивов:

$$\text{ORIGIN} := 1$$

Исходные данные по линиям:

$$r_0 := 0.249 \quad x_0 := 0.427 \quad b_0 := 2.66 \cdot 10^{-6} \quad z_0 := r_0 + j \cdot x_0$$

Расчетные данные по линиям:

$Z_{L1} := z_0 \cdot L1$	$Z_{L1} = 1.79 + 3.07i$	$B_{L1} := b_0 \cdot L1$	$B_{L1} = 1.915 \times 10^{-5}$
$Z_{L2} := z_0 \cdot L2$	$Z_{L2} = 0.85 + 1.45i$	$B_{L2} := b_0 \cdot L2$	$B_{L2} = 9.044 \times 10^{-6}$
$Z_{L3} := z_0 \cdot L3$	$Z_{L3} = 3.06 + 5.25i$	$B_{L3} := b_0 \cdot L3$	$B_{L3} = 3.272 \times 10^{-5}$

Исходные и расчетные данные по трансформаторам:

$$\begin{array}{l}
 U_{\text{noml10}} := 115 \quad U_{\text{noml0}} := 11 \quad K_T := \frac{115}{11} \quad K_T = 10.45 \\
 T1 \quad R_{T1} := 15.99 \quad X_{T1} := 220.42 \quad \Delta P_{xT1} := 10 \cdot 10^{-3} \quad \Delta Q_{xT1} := 0.06 \\
 T2 \quad R_{T2} := 7.93 \quad X_{T2} := 136.86 \quad \Delta P_{xT2} := 15.1 \cdot 10^{-3} \quad \Delta Q_{xT2} := 0.06 \\
 T3 \quad R_{T3} := 4.44 \quad X_{T3} := 86.79 \quad \Delta P_{xT3} := 21.3 \cdot 10^{-3} \quad \Delta Q_{xT3} := 0.08
 \end{array}$$

Исходные данные по мощностям нагрузок:

$$\begin{array}{l}
 P_{T1} := 5.0 \quad P_{T2} := 7 \quad P_{T3} := 12 \\
 Q_{T1} := 2.5 \quad Q_{T2} := 3.5 \quad Q_{T3} := 6
 \end{array}$$

Вектор проводимостей продольных ветвей и вектор проводимостей связи независимых узлов с базисным узлом (в первом расчете – узел 7):

$$Y_b := \begin{pmatrix} \frac{1}{Z_{L1}} \\ \frac{1}{Z_{L2}} \\ \frac{1}{Z_{L3}} \\ K_T \\ \frac{K_T}{R_{T3} + j \cdot X_{T3}} \\ \frac{K_T}{R_{T1} + j \cdot X_{T1}} \\ \frac{K_T}{R_{T2} + j \cdot X_{T2}} \end{pmatrix} \quad Y_7 := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \\ \frac{1}{Z_{L1}} \end{pmatrix} \quad Y_7 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -0.14 + 0.24i \end{pmatrix}$$

Матрица инцидентий **M** и матрица узловых проводимостей:

$$M := \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad Y := M \cdot \text{diag}(Y_b) \cdot M^T$$

Корректировка диагональных элементов матрицы узловых проводимостей для учета поперечных ветвей П-образных схем замещения линий и трансформаторов:

$$\begin{aligned} Y_{1,1} &:= Y_{1,1} + \frac{K_T \cdot (K_T - 1)}{R_{T1} + j \cdot X_{T1}} & Y_{2,2} &:= Y_{2,2} + \frac{K_T \cdot (K_T - 1)}{R_{T2} + j \cdot X_{T2}} \\ Y_{3,3} &:= Y_{3,3} + \frac{1 - K_T}{R_{T1} + j \cdot X_{T1}} + \frac{1 - K_T}{R_{T2} + j \cdot X_{T2}} + \frac{j \cdot B_{L3}}{2} & Y_{4,4} &:= Y_{4,4} + \frac{K_T \cdot (K_T - 1)}{R_{T3} + j \cdot X_{T3}} \\ Y_{5,5} &:= Y_{5,5} + \frac{1 - K_T}{R_{T3} + j \cdot X_{T3}} + \frac{j \cdot B_{L2}}{2} & Y_{6,6} &:= Y_{6,6} + \frac{j \cdot (B_{L1} + B_{L2} + B_{L3})}{2} \end{aligned}$$

Результирующая матрица узловых проводимостей:

$$Y = \begin{pmatrix} 0.04 - 0.49i & 0 & -0 + 0.05i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.05 - 0.8i & -0 + 0.08i & 0 & 0 & 0 \\ -0 + 0.05i & -0 + 0.08i & 0.08 - 0.15i & 0 & 0 & -0.08 + 0.14i \\ 0 & 0 & 0 & 0.06 - 1.26i & -0.01 + 0.12i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.01 + 0.12i & 0.3 - 0.53i & -0.3 + 0.51i \\ 0 & 0 & -0.08 + 0.14i & 0 & -0.3 + 0.51i & 0.52 - 0.9i \end{pmatrix}$$

Матрица задающих мощностей в узлах сети:

$$S := \begin{bmatrix} -(P_{T1} + j \cdot Q_{T1}) \\ -(P_{T2} + j \cdot Q_{T2}) \\ -(\Delta P_{xT1} + \Delta P_{xT2} + j \cdot \Delta Q_{xT1} + j \cdot \Delta Q_{xT2}) \\ -(P_{T3} + j \cdot Q_{T3}) \\ -(\Delta P_{xT3} + j \cdot \Delta Q_{xT3}) \\ 0 \end{bmatrix} \quad S = \begin{pmatrix} -5 - 2.5i \\ -7 - 3.5i \\ -0.03 - 0.12i \\ -12 - 6i \\ -0.02 - 0.08i \\ 0 \end{pmatrix}$$

Напряжение в базисном узле и начальные приближения напряжений в узлах:

$$i := 1..6 \quad U_7 := 115$$

$$U := \begin{pmatrix} U_{nom10} \\ U_{nom10} \\ U_{nom10} \\ U_{nom10} \\ U_{nom10} \\ U_{nom10} \end{pmatrix} \cdot (1 - 0.1i) \quad U = \begin{pmatrix} 11 - 1.1i \\ 11 - 1.1i \\ 115 - 11.5i \\ 11 - 1.1i \\ 115 - 11.5i \\ 115 - 11.5i \end{pmatrix}$$

Решающий блок:

$$\begin{array}{l} \text{Given} \\ \text{diag}(U) \cdot (\bar{Y} \cdot \bar{U} + \bar{Y}_7 \cdot \bar{U}_7) = S \\ U := \text{Find}(U) \end{array} \quad U = \begin{pmatrix} 10.21 - 0.97i \\ 10.33 - 0.86i \\ 113.57 - 0.79i \\ 10.33 - 0.9i \\ 114.05 - 0.52i \\ 114.23 - 0.43i \end{pmatrix} \quad \vec{|U|} = \begin{pmatrix} 10.26 \\ 10.36 \\ 113.57 \\ 10.37 \\ 114.05 \\ 114.23 \end{pmatrix}$$

Выполним расчет для случая, когда базисным узлом является узел 5, а балансирующим остается узел 7. Поменяем в матрице \bar{Y} столбец, соответствующий узлу 5; теперь это столбец проводимостей связи узлов с узлом 7. Прежний столбец матрицы \bar{Y} для узла 5 войдет в

систему уравнений умноженным на известное напряжение узла 5 – напряжение базисного узла.

$$Y_5 := Y^{(5)} \quad Y^{(5)} := Y_7 \quad Y_5 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -0.01 + 0.12i \\ 0.3 - 0.53i \\ -0.3 + 0.51i \end{pmatrix}$$

Матрица узловых проводимостей для нового расчета:

$$Y = \begin{pmatrix} 0.04 - 0.49i & 0 & -0 + 0.05i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.05 - 0.8i & -0 + 0.08i & 0 & 0 & 0 \\ -0 + 0.05i & -0 + 0.08i & 0.08 - 0.15i & 0 & 0 & -0.08 + 0.14i \\ 0 & 0 & 0 & 0.06 - 1.26i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.01 + 0.12i & 0 & -0.3 + 0.51i \\ 0 & 0 & -0.08 + 0.14i & 0 & -0.14 + 0.24i & 0.52 - 0.9i \end{pmatrix}$$

Матрица не является симметричной, и на диагонали имеется один нулевой элемент.

Напряжение нового базисного узла возьмем для сравнения результатов расчета таким, каким оно получилось в предыдущем расчете:

$$U_5 := |U_5| \quad U_5 = 114.05$$

Решающий блок:

$$\begin{array}{l}
 \text{Given} \\
 \text{diag}(U) \cdot (\bar{Y} \cdot \bar{U} + \bar{Y}_5 \cdot \bar{U}_5) = S \\
 U := \text{Find}(U)
 \end{array}
 \quad
 U =
 \begin{pmatrix}
 10.22 - 0.92i \\
 10.33 - 0.81i \\
 113.57 - 0.26i \\
 10.33 - 0.85i \\
 115 + 0.53i \\
 114.23 + 0.1i
 \end{pmatrix}
 \quad
 \vec{|U|} =
 \begin{pmatrix}
 10.26 \\
 10.36 \\
 113.57 \\
 10.37 \\
 115 \\
 114.23
 \end{pmatrix}$$

В векторе узловых напряжений на 5-м месте расположено значение напряжения в узле 7, которое являлось искомым и получилось именно таким, каким было задано в первом расчете. Все остальные напряжения совпадают с прежними значениями.

3.8. Эквивалентирование схем электрических сетей

Эквивалентирование широко применяется в расчетах режимов сложных электроэнергетических систем. Так, рассматривая режимы работы отдельной ЭЭС, все соседние энергосистемы представляем их эквивалентами, полученными на основании так называемых критериев эквивалентности. Число таких критериев и их содержание зависят от задачи, применительно к которой выполняется эквивалентирование.

Рассмотрим ЭЭС, состоящую из двух подсистем: подсистемы I, которая не подлежит преобразованию, и подсистемы II, которую следует преобразовать в эквивалент (рис. 3.12, а).



Рис. 3.12. Условное изображение ЭЭС с эквивалентруемой частью:

а – до эквивалентирования; б – после эквивалентирования

Узлы, в которых соединяются две подсистемы, называются узлами примыкания, а ветви, подходящие к ним со стороны сохраняемой части схемы, – ветвями примыкания. После преобразования подсистемы II в ней могут сохраниться некоторые узлы, имеющие принципиальное значение для режимов системы, или не сохраниться ни одного узла, как на рис. 3.12, б, и вся схема эквивалента представляет собой многоугольник, построенный на узлах примыкания 1, 2, ..., p. Следует отметить, что эквивалент имеет также поперечные ветви

на нейтральную плоскость системы как пассивные – проводимости, так и активные – задающие мощности нагрузки и генерации (на рис. 3.12 не показаны).

Рассчитанные напряжения в узлах примыкания эквивалента должны быть равны в исходной схеме и после ее преобразования.

Потоки мощности в ветвях примыкания эквивалента должны быть равны в исходной схеме и после ее преобразования.

$$\begin{aligned}\underline{U}_j &= \underline{U}_j^0, j \in a, \\ \underline{S}_{ij} &= \underline{S}_{ij}^0, i \in b.\end{aligned}\tag{3.53}$$

где a – множество номеров узлов примыкания;

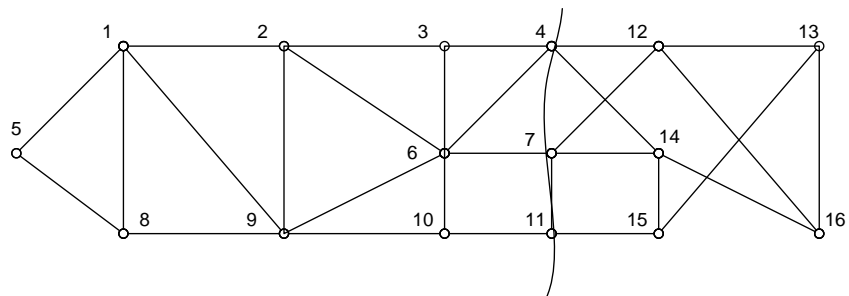
b – множество номеров узлов в непреобразуемой части сети, имеющих смежную ветвь с узлами примыкания.

Добиться выполнения критериев эквивалентности можно, как правило, для какого-то одного режима работы электрической системы.

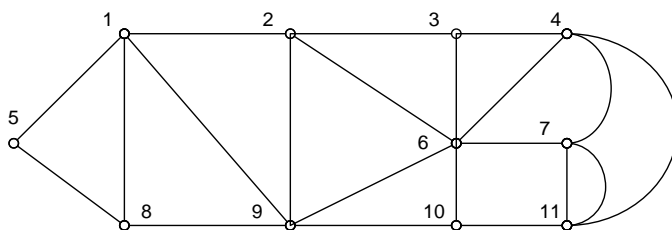
Изменение режима требует и изменения (корректировки) эквивалента.

Рассмотрим пример эквивалентирования части электрической схемы сети (рис. 3.13, a). В этом примере: множество номеров узлов примыкания (a) = {4, 7, 11}; множество номеров узлов из неэквивалентируемой части схемы, смежных с узлами примыкания (b) = {3, 6, 10}.

Исключаемые узлы: {12, 13, 14, 15, 16}.



a



б

Рис. 3.13. Граф сети с эквивалентируемой частью:

a – до эквивалентирования; *б* – после эквивалентирования

В данном примере в эквиваленте не сохранено ни одного узла и граф эквивалента представляет собой многоугольник, опирающийся вершинами на узлы примыкания (рис. 3.14).

По сути – это последовательно-параллельные преобразования, а также преобразования звезды в многоугольник и обратно. Формализуется исключением переменных методом Гаусса.

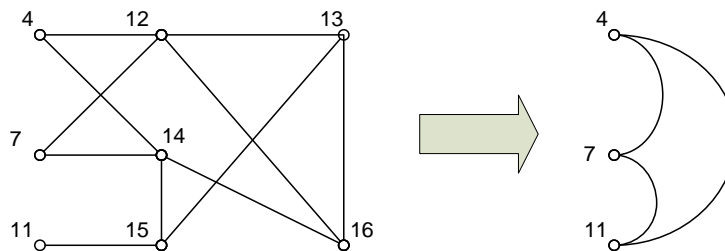


Рис. 3.14. Эквивалентирование схемы в многоугольник

При построении модели эквивалента, адекватно представляющего преобразованную часть электрической системы для множества режимов, требуется учет нелинейности уравнений установившегося режима. В этом случае, а также в случаях эквивалентирования посредством расчета проводимостей нагрузки через номинальное напряжение неизбежна погрешность моделирования.

Минимизация погрешности может быть выполнена поиском минимума некоторой целевой функции:

$$C_1(\mathbf{R}) = \sum_{j=1}^m \left[\left(y'_j - y''_j(\mathbf{R}) \right) / y'_j \right]^2, \quad (3.54)$$

где y'_j и y''_j – компоненты вектора выходных переменных исходной и эквивалентной моделей, которые должны воспроизводиться правильно;

\mathbf{R} – вектор параметров эквивалентной модели; m – число выходных переменных.

3.9. Моделирование схем электрических сетей с помощью четырехполюсников

Часть электрической цепи, рассматриваемая по отношению к двум парам ее выводов, называется четырехполюсником. Ранее здесь использовалось представление четырехполюсником ЛЭП и трансформаторов, однако существует возможность представления в виде четырехполюсника и соединений этих элементов – схем электрических сетей.

Моделирование четырехполюсником удобно применять тогда, когда предметом исследования являются токи (потоки мощности) и напряжения на его выводах, а не токи и напряжения внутри самого четырехполюсника.

По свойству линейности элементов четырехполюсники разделяют на *линейные* и *нелинейные*.

Схема замещения (внутренняя схема соединений) четырехполюсника может быть: Г-образная (рис. 3.16, а), Т-образная (рис. 3.16, б), П-образная (рис. 3.16, в), четырехплечая (рис. 3.16, г), П-образная мостовая (рис. 3.16, д), Т-образная мостовая (рис. 3.16, е) и др.

Четырехполюсник называется *активным*, если он внутри содержит источники электрической энергии, и *пассивным*, если внутри него нет источников энергии.

Различают четырехполюсники *симметричные* и *несимметричные*. Симметричным называют четырехполюсник, когда перемена мест его входа и выхода не изменяет токов и напряжений в цепи, с которой он соединен.

Основной смысл теории четырехполюсников заключается в том, что, пользуясь обобщенными параметрами четырехполюсников, можно находить токи и напряжения на входе и выходе четырехполюсника.

Из множества соединений четырехполюсников в электрических сетях применимы только две: каскадное (рис. 3.16, *а*) и параллельное (рис. 3.16, *б*).

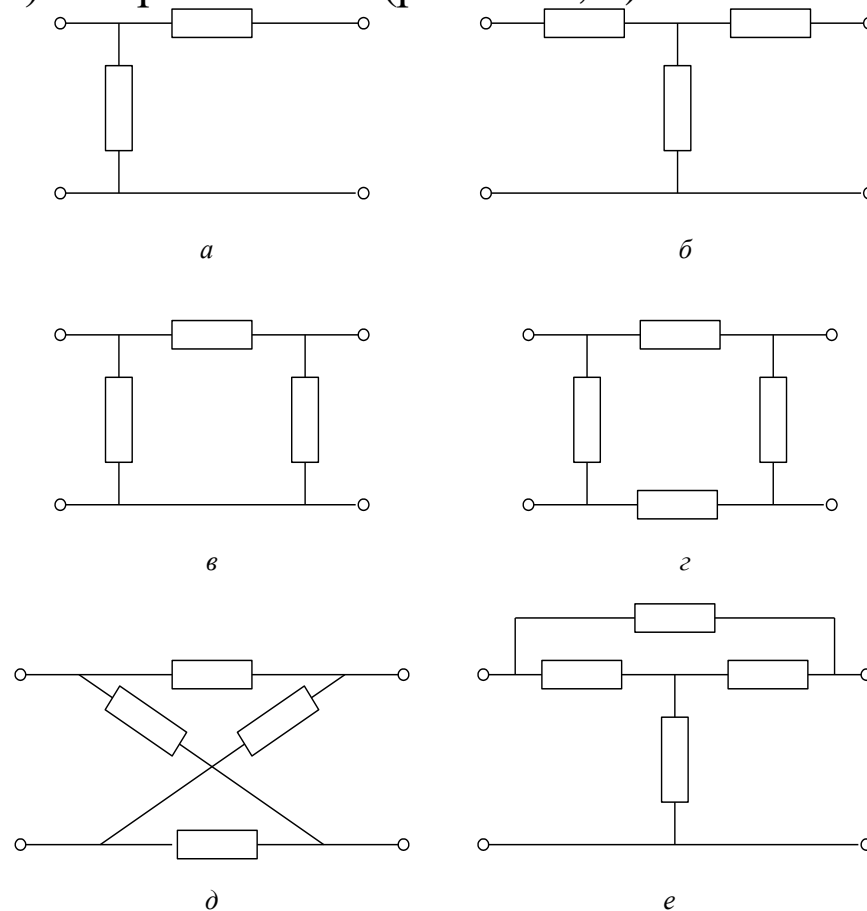


Рис. 3.16. Схемы замещения четырехполюсника

Электрическая сеть, имеющая в общем случае множество узлов и ветвей, может рассматриваться как совокупность четырехполюсников, соединенных по определенной схеме. Отличительной чертой четырехполюсников, моделирующих элементы электрической

сети, является наличие у них всех одного общего полюса – нейтральной плоскости, и по сути они могут считаться трехполюсниками. Сложность схемы соединения электрической сети и нелинейность, вносимая нагрузками и генераторами, не позволяют широко использовать четырехполюсники для моделирования электрических сетей. Возможны два принципиально различающихся подхода к использованию четырехполюсников:

- моделирование отдельных элементов или их каскадно-параллельного соединения при отсутствии в них источника энергии или нагрузки, заданных нелинейными математическими моделями;

- приближенное представление части электрической сети при наличии нелинейных моделей генерации или нагрузки в виде эквивалентного четырехполюсника.

Последний подход распространяется на моделирование электрических сетей с помощью многополюсников.

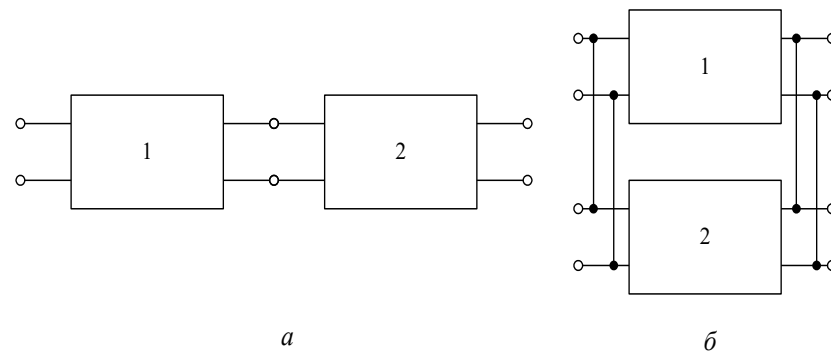


Рис. 3.17. Соединения четырехполюсников:

a – каскадное; *б* – параллельное

Рассмотрим первый подход. Для получения параметров эквивалентного (результатирующего) четырехполюсника, составленного из простых четырехполюсников, параметры которых известны, удобно пользоваться матричной формой записи:

$$\begin{pmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{I}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{A} & \underline{B} \\ \underline{C} & \underline{D} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{U}_2 \\ \underline{I}_2 \end{pmatrix} = \underline{\mathbf{A}} \begin{pmatrix} \underline{U}_2 \\ \underline{I}_2 \end{pmatrix}. \quad (3.55)$$

Запись уравнений четырехполюсника (3.54) называется **A**-формой записи. Другие формы уравнений четырехполюсника могут быть получены из (3.55) выражением в левой части тех или других пар токов и напряжений. Всего возможно шесть форм записи – число сочетаний из четырех по два. Можно выделить еще две формы записи: это **Y**-форма (3.56) и **Z**-форма (3.57).

$$\begin{pmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{Y}_{1,1} & \underline{Y}_{1,2} \\ \underline{Y}_{2,1} & \underline{Y}_{2,2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{pmatrix} = \underline{\mathbf{Y}} \begin{pmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{pmatrix}, \quad (3.56)$$

$$\begin{pmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{Z}_{1,1} & \underline{Z}_{1,2} \\ \underline{Z}_{2,1} & \underline{Z}_{2,2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \end{pmatrix} = \underline{\mathbf{Z}} \begin{pmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \end{pmatrix}. \quad (3.57)$$

При каскадном соединении четырехполюсников (рис. 3.17, *a*) параметры эквивалентного четырехполюсника получаются перемножением матриц коэффициентов четырехполюсников в **A**-форме (3.55), а при параллельном соединении (рис. 3.17, *б*) – сложением матриц коэффициентов четырехполюсников в **Y**-форме (3.56):

$$\underline{\mathbf{A}} = \underline{\mathbf{A}}_1 \underline{\mathbf{A}}_2, \quad (3.58)$$

$$\underline{\mathbf{Y}} = \underline{\mathbf{Y}}_1 + \underline{\mathbf{Y}}_2. \quad (3.59)$$

3.10. Использование четырехполюсников для эквивалентирования схем электрических сетей

В некоторых случаях для эквивалентирования схем электрических сетей удобно использовать четырехполюсники.

Рассмотрим простые примеры упрощения электрических сетей с помощью четырехполюсников.

Вначале рассмотрим соединение двух элементов: линий электропередач и трансформатора. На рис. 3.18 изображены две схемы с двумя элементами. На первой схеме есть две линии, а на второй линия и трансформатор. В обоих случаях модели сетей с четырехполюсниками имеют их каскадное соединение и эквивалентный четырехполюсник имеет матрицу коэффициентов, вычисляемую по выражению

$$\underline{\mathbf{A}}_E = \underline{\mathbf{A}}_I \underline{\mathbf{A}}_{II}. \quad (3.60)$$

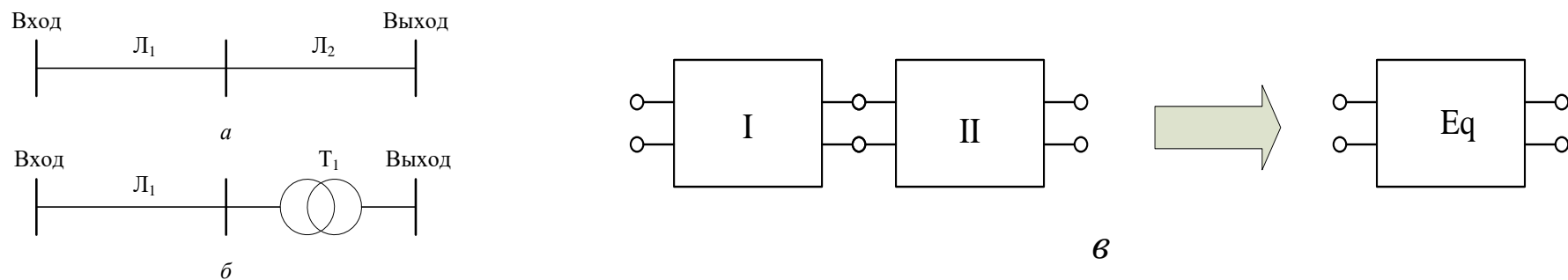


Рис. 3.18. Схема сети с каскадным соединением двух элементов:

а – две линии; *б* – линия и трансформатор; *в* – каскадное соединение и эквивалентирование четырехполюсников

Далее для простоты вследствие того, что один полюс на входе и на выходе четырехполюсника в схемах электрических систем отождествляют с нейтралью трехфазной системы, четырехполюсники, моделирующие элементы электрических сетей, будем обозначать, как на рис. 3.19.

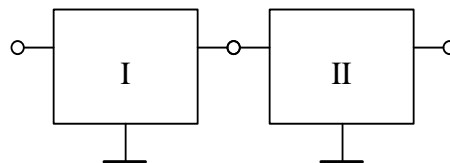


Рис. 3.19. Упрощенное обозначение схем из четырехполюсников в электрических сетях

В схеме с параллельными соединениями элементов будем всегда полагать соединение однотипных элементов: две или более параллельно включенных линии, два или более параллельно включенных трансформатора и т. п. Коэффициенты эквивалентного четырехполюсника в этом случае определяются через матрицы проводимостей уравнений четырехполюсника, записанных в Y -форме (3.56).

Рассмотрим пример схемы, содержащий электрическую нагрузку, заданную мощностью (рис. 3.20).

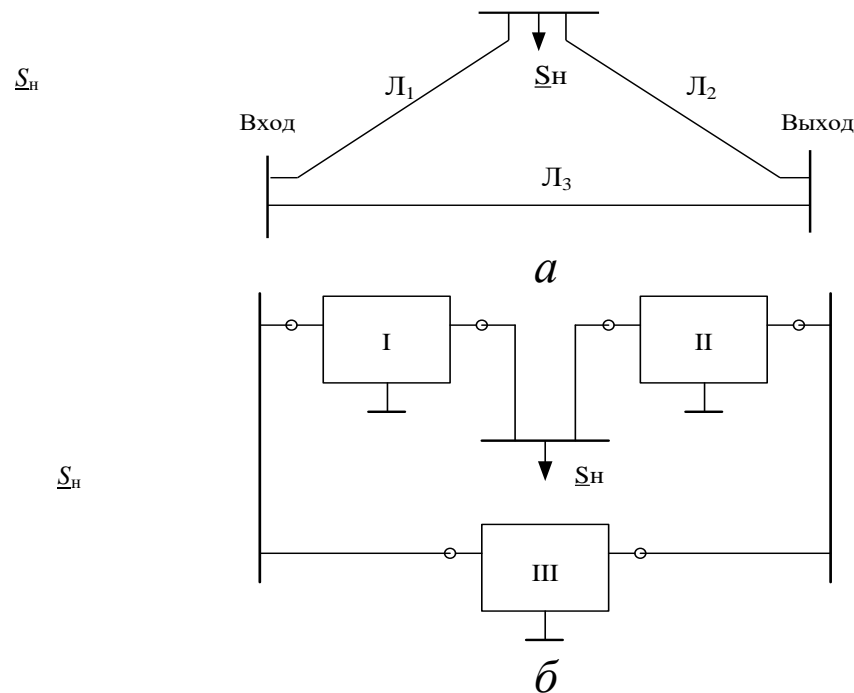


Рис. 3.20. Схема сети с промежуточной нагрузкой: а – схема электрической сети; б – модель сети с четырех-полюсниками

Четырехполюсники I и II нельзя считать соединенными каскадно; есть еще один элемент — нагрузка. Рассмотрим этот фрагмент сети отдельно (рис. 3.21).

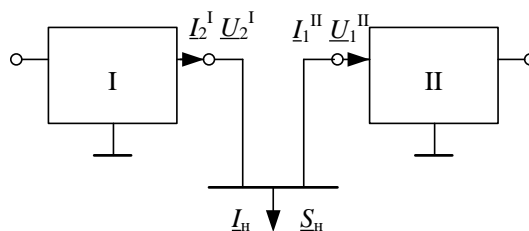


Рис. 3.21. Фрагмент модели сети с промежуточной нагрузкой

Запишем известные соотношения для шин нагрузки:

$$\begin{aligned} \underline{U}_1^{II} &= \underline{U}_2^I = \underline{U}_H, \\ \underline{I}_1^{II} &= \underline{I}_2^I - \underline{I}_H. \end{aligned} \quad (3.61)$$

Ток нагрузки $\underline{I}_H = \frac{\underline{S}_H^*}{\sqrt{3} \cdot \underline{U}_H^*}$ при подстановке его в (3.61) делает эти выражения нелинейными.

Перейдем к модели электрической нагрузки в виде схемы замещения (рис. 3.22)

$$\underline{Y}_H = \frac{\underline{S}_H^*}{U_H^2} \approx \frac{\underline{S}_H^*}{U_{\text{ном}}^2} \quad (3.62)$$

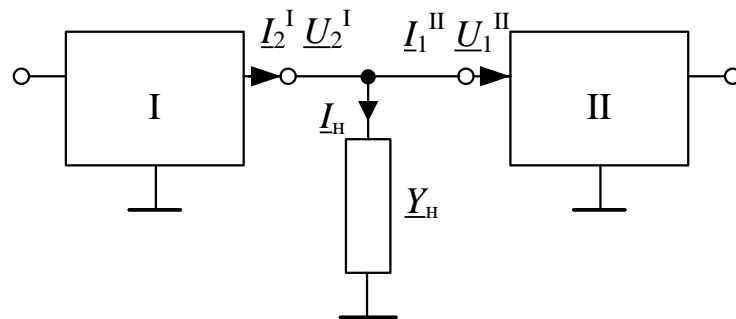


Рис. 3.22. Модель сети с представлением промежуточной нагрузки схемой замещения

и запишем для нее уравнения четырехполюсника:

$$\begin{aligned} \underline{U}_1 &= \underline{U}_2, \\ I_1 &= I_2 + I_Y = \underline{Y}_H \underline{U}_2 + I_2 \end{aligned} \quad (3.63)$$

или

$$\begin{pmatrix} \underline{U}_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \underline{Y}_H & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{U}_2 \\ I_2 \end{pmatrix}. \quad (3.64)$$

В результате получим каскадное соединение трех четырехполюсников (рис. 3.23).

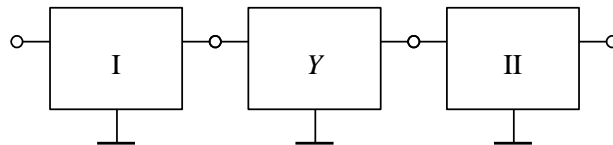


Рис. 3.23. Схема сети с представлением промежуточной нагрузки четырехполюсником

$$\underline{\mathbf{A}}_{Eq} = \underline{\mathbf{A}}_I \underline{\mathbf{A}}_Y \underline{\mathbf{A}}_{II} \quad (3.65)$$

В схеме сети с двумя промежуточными нагрузками аналогично получим (рис. 3.24).

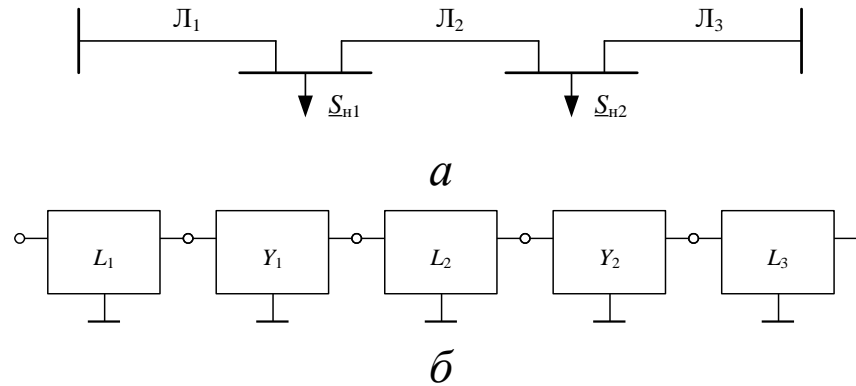


Рис. 3.24. Схема сети из трех линий с промежуточными нагрузками:

а – схема сети; б – модель сети с четырехполюсниками

$$\underline{\mathbf{A}}_{Eq} = \underline{\mathbf{A}}_{L1} \underline{\mathbf{A}}_{Y1} \underline{\mathbf{A}}_{L2} \underline{\mathbf{A}}_{Y2} \underline{\mathbf{A}}_{L3} \quad (3.66)$$

Аналогично нагрузке в схеме электрической сети представляются и другие элементы, включенные в виде шунта (поперечной ветви). К таким элементам относятся компенсирующие устройства и шунтирующие реакторы.

Следует подчеркнуть, что шунтирующие элементы и нагрузки, которые могут быть представлены схемой замещения с линейными элементами (сопротивления и проводимости не зависят от напряжения или тока, протекающего по ним), не вносят погрешности в эквивалентную модель и являются пассивными элементами сети. Нагрузки в электрических сетях, как правило, не могут с достаточной степенью точности моделироваться схемами

замещения с постоянными параметрами. По своей сущности нагрузка – это активный элемент сети, хотя не является источником энергии, а ее потребителем. В большинстве случаев нагрузка задается постоянной мощностью или статическими характеристиками, что вносит погрешность при представлении их в виде схем замещения (сопротивления и проводимости зависят от напряжения, приложенного к ним).

Пример 1. Получим эквивалентную схему сети, изображенной на рис. 3.25, посредством представления ее эквивалентным четырехполюсником и П-образной схемой замещения. Нагрузку H_1 представим в эквиваленте схемой замещения. Вычислить напряжение и мощность в начале схемы сети по известным напряжению и мощности в конце схемы по уравнению эквивалентного четырехполюсника и эквивалентной схеме замещения.

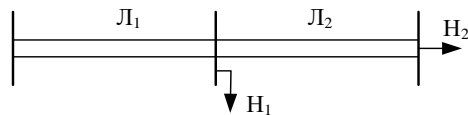


Рис. 3.25. Схема сети 220 кВ

Параметры ЛЭП – L_1 и L_2 :

Эле- мент	Марка провода	$U_{\text{ном}}$, кВ	L , км	Количество цепей	r_0 , Ом/км	x_0 , Ом/км	g_0 , мкСм/км	b_0 , мкСм/км
L_1	АС-240/32	220	80	2	0,118	0,435	0	2,604
L_2	АС-240/32	220	40	2	0,118	0,435	0	2,604

Мощность нагрузки H_1 : $\underline{S}_{H1} = 80 + j36$ МВА.

Мощность нагрузки H_2 : $\underline{S}_{H2} = 120 + j50$ МВА. Напряжение на шинах нагрузки H_2 : $U_2 = 226$ кВ.

Расчет выполним в системе Mathcad: сопротивления – в омах, проводимости – в сименсах, коэффициент распространения волны – в радианах, напряжения – в киловольтах, токи – в килоамперах, передаваемая мощность – в мегавольт-амперах, потери холостого хода трансформаторов и потери в реакторах – в киловольт-амперах.

Системная переменная Mathcad номера начального индекса:

$$\text{ORIGIN} := 1$$

Номинальное напряжение сети и погонные параметры линий L_1 и L_2 :

$$U_{\text{ном}} := 220 \quad r_0 := 0.118 \quad x_0 := 0.435 \quad b_0 := 2.604 \cdot 10^{-6}$$

Параметры четырехполюсника ЛЭП – L_1 :

$$l_1 := 80 \quad z_0 := \frac{r_0 + j \cdot x_0}{2} \quad y_0 := 2 \cdot j \cdot b_0 \quad z_0 = 0.059 + 0.217i \quad y_0 = 5.208i \times 10^{-6}$$

$$L_1 := \begin{bmatrix} 1 + \frac{z_0 \cdot y_0 \cdot l_1^2}{2} & z_0 \cdot l_1 \\ y_0 \cdot l_1 \cdot \left(1 + \frac{y_0 \cdot z_0 \cdot l_1^2}{4} \right) & 1 + \frac{z_0 \cdot y_0 \cdot l_1^2}{2} \end{bmatrix}$$

$$L_1 = \begin{pmatrix} 0.996 + 9.833i \times 10^{-4} & 4.72 + 17.4i \\ -2.048 \times 10^{-7} + 4.159i \times 10^{-4} & 0.996 + 9.833i \times 10^{-4} \end{pmatrix}$$

Параметры четырехполюсника ЛЭП – L_2 :

$$l_2 := 40 \quad z_{02} := \frac{r_0 + j \cdot x_0}{2} \quad y_{02} := 2 \cdot (g_0 + j \cdot b_0)$$

$$z_0 = 0.059 + 0.217i \quad y_0 = 5.208i \times 10^{-6}$$

$$L_2 := \begin{bmatrix} 1 + \frac{z_0 \cdot y_0 \cdot l_1^2}{2} & z_0 \cdot l_1 \\ y_0 \cdot l_1 \cdot \left(1 + \frac{y_0 \cdot z_0 \cdot l_1^2}{4} \right) & 1 + \frac{z_0 \cdot y_0 \cdot l_1^2}{2} \end{bmatrix}$$

$$L_2 = \begin{pmatrix} 0.999 + 2.458i \times 10^{-4} & 2.36 + 8.7i \\ -2.56 \times 10^{-8} + 2.082i \times 10^{-4} & 0.999 + 2.458i \times 10^{-4} \end{pmatrix}$$

Параметры четырехполюсника нагрузки – H_1 :

$$S_{H1} := 80 + j \cdot 36$$

$$Y_{H1} := \frac{\overline{S_{H1}}}{U_{nom}^2} \quad Y_{H1} = 1.653 \times 10^{-3} - 7.438i \times 10^{-4}$$

$$H_1 := \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ Y_{H1} & 1 \end{pmatrix} \quad H_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1.653 \times 10^{-3} - 7.438i \times 10^{-4} & 1 \end{pmatrix}$$

Параметры эквивалентного четырехполюсника:

$$\underline{A} := L_1 \cdot H_1 \cdot L_2 \quad A = \begin{pmatrix} 1.013 + 0.027i & 6.884 + 26.296i \\ 1.646 \times 10^{-3} - 1.154i \times 10^{-4} & 1.002 + 0.015i \end{pmatrix}$$

Параметры эквивалентной П-образной схемы замещения:

$$Z := A_{1,2} \quad Y_1 := \frac{A_{2,2} - 1}{Z} \quad Y_2 := \frac{A_{1,1} - 1}{Z}$$

$$Z = 6.884 + 26.296i \quad Y_1 = 5.469 \times 10^{-4} + 6.043i \times 10^{-5}$$

$$Y_2 = 1.094 \times 10^{-3} - 1.916i \times 10^{-4}$$

Определение напряжения и мощности в начале схемы сети:

$$\begin{aligned}
S_{H2} &:= 120 + j \cdot 50 & S_2 &:= S_{H2} & U_2 &:= 226 \\
I_2 &:= \frac{\overline{S_2}}{U_2} & I_2 &= 0.531 - 0.221i \\
\begin{pmatrix} U_1 \\ I_1 \end{pmatrix} &:= A \cdot \begin{pmatrix} U_2 \\ I_2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} U_1 \\ I_1 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 238.313 + 18.641i \\ 0.907 - 0.24i \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} |U_1| \\ |I_1| \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 239.041 \\ 0.939 \end{pmatrix} \\
S_1 &:= U_1 \cdot \overline{I_1} & S_1 &= 211.76 + 74.098i
\end{aligned}$$

В П-образной схеме замещения сети в проводимости \underline{Y}_1 и \underline{Y}_2 вошла проводимость нагрузки H_1 .

Пример 2. Получим эквивалентную схему электропередачи, показанной на рис. 3.26. Преобразуем для этого элементы T_1 , P_1 , L , P_2 и T_2 в эквивалентную схему, представленную четырехполюсником и П-образной схемой замещения. Вычислим напряжение и мощность в начале электропередачи по известным напряжению и мощности в ее конце по уравнению эквивалентного четырехполюсника.

Схема имеет одноцепную ЛЭП и по одному трансформатору с обеих сторон.

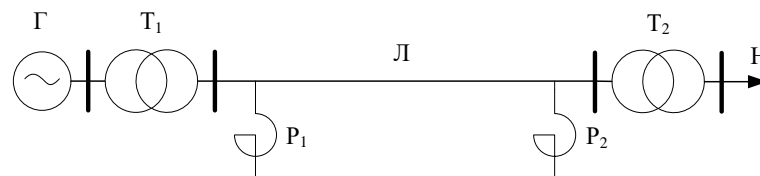


Рис. 3.26. Схема электропередачи

Параметры трансформаторов – T_1 и T_2 :

Элемент	Тип	$S_{\text{НОМ}}$, МВ · А	$U_{\text{ВН}}$, кВ	$U_{\text{НН}}$, кВ	R , Ом	X , Ом	P_x , кВт	Q_x , квар
T_1	ТЦ-630000/500	630	525	15,75	0,9	61,3	500	2205
T_2	3хАОДЦТН-167000/500	3х167	500	230	1,0	61,1	3×125	3×2004

Параметры ЛЭП – Л:

Элемент	Конструкция фазы	$U_{\text{НОМ}}$, кВ	L , км	r_0 , Ом/км	x_0 , Ом/км	g_0 , мкСм/км	b_0 , мкСм/км
Л	3хАС-500/64	500	525	0,2	0,304	0,08	3,64

Параметры реакторов – P_1 и P_2 :

Элемент	Тип	$S_{\text{НОМ}}$, МВ · А	$U_{\text{НОМ}}$, кВ	ΔP , кВт
P_1 и P_2	3хРОДЦ-60	3×60	525	3×150

Мощность нагрузки – Н: $S_N = 350 + j140$ МВА. Напряжение на шинах нагрузки 220 кВ.

Расчет выполним в системе Mathcad: сопротивления – в омах, проводимости – в сименсах, коэффициент распространения волны – в радианах, напряжения – в киловольтах, токи – в килоамперах, передаваемая мощность – в мегавольт-амперах, потери холостого хода трансформаторов и потери в реакторах – в киловольт-амперах.

Системная переменная Mathcad номера начального индекса:

ORIGIN := 1

Параметры четырехполюсника ЛЭП – Л:

$U_{\text{Lном}} := 500$ $L := 600$ $r_0 := 0.02$ $x_0 := 0.304$ $g_0 := 0.08 \cdot 10^{-6}$ $b_0 := 3.64 \cdot 10^{-6}$

$$z_0 := r_0 + j \cdot x_0 \quad y_0 := g_0 + j \cdot b_0 \quad Z_c := \sqrt{\frac{z_0}{y_0}} \quad \gamma_0 := \sqrt{z_0 \cdot y_0}$$

$$z_0 = 0.02 + 0.304i \quad y_0 = 8 \times 10^{-8} + 3.64i \times 10^{-6}$$

$$Z_c = 289.2 - 6.323i \quad \gamma_0 = 4.615 \times 10^{-5} + 1.052i \times 10^{-3}$$

$$\underline{L} := \begin{pmatrix} \cosh(\gamma_0 \cdot L) & Z_c \cdot \sinh(\gamma_0 \cdot L) \\ \frac{1}{Z_c} \cdot \sinh(\gamma_0 \cdot L) & \cosh(\gamma_0 \cdot L) \end{pmatrix}$$

$$L = \begin{pmatrix} 0.808 + 0.016i & 10.199 + 170.611i \\ 3.265 \times 10^{-5} + 2.042i \times 10^{-3} & 0.808 + 0.016i \end{pmatrix}$$

Параметры четырехполюсника повышающего трансформатора – T_1 :

$$U_{BH_T1} := 525 \quad U_{HH_T1} := 15.75 \quad n_{T1} := \frac{U_{BH_T1}}{U_{HH_T1}} \quad n_{T1} = 33.333$$

$$R_{T1} := 0.9 \quad X_{T1} := 61.3 \quad G_{\mu_T1} := \frac{500}{U_{BH_T1}^2} \cdot 10^{-3} \quad B_{\mu_T1} := \frac{2250}{U_{BH_T1}^2} \cdot 10^{-3}$$

$$Z_{T1} := R_{T1} + j \cdot X_{T1} \quad Y_{\mu_T1} := G_{\mu_T1} + j \cdot B_{\mu_T1}$$

$$Z_{T1} = 0.9 + 61.3i \quad Y_{\mu_T1} = 1.814 \times 10^{-6} + 8.163i \times 10^{-6}$$

$$T_1 := \begin{bmatrix} \frac{1}{n_{T1}} & \frac{Z_{T1}}{n_{T1}} \\ n_{T1} \cdot Y_{\mu_T1} & (1 + Z_{T1} \cdot Y_{\mu_T1}) \cdot n_{T1} \end{bmatrix}$$

$$T_1 = \begin{pmatrix} 0.03 & 0.027 + 1.839i \\ 6.047 \times 10^{-5} + 2.721i \times 10^{-4} & 33.317 + 3.952i \times 10^{-3} \end{pmatrix}$$

Параметры четырехполюсника понижающего трансформатора – T_2 :

$$U_{BH_T2} := 500 \quad U_{HH_T2} := 230 \quad n_{T2} := \frac{U_{BH_T2}}{U_{HH_T2}} \quad n_{T2} = 2.174$$

$$R_{T2} := 1 \quad X_{T2} := 61.1 \quad G_{\mu_T2} := \frac{375}{U_{BH_T2}^2} \cdot 10^{-3} \quad B_{\mu_T2} := \frac{6012}{U_{BH_T2}^2} \cdot 10^{-3}$$

$$Z_{T2} := R_{T2} + j \cdot X_{T2} \quad Y_{\mu_T2} := G_{\mu_T2} + j \cdot B_{\mu_T2}$$

$$Z_{T2} = 1 + 61.1i \quad Y_{\mu_T2} = 1.5 \times 10^{-6} + 2.405i \times 10^{-5}$$

$$T_2 := \begin{bmatrix} n_{T2} & \frac{Z_{T2}}{n_{T2}} \\ n_{T2} \cdot Y_{\mu_T2} & \frac{(1 + Z_{T2} \cdot Y_{\mu_T2})}{n_{T2}} \end{bmatrix}$$

$$T_2 = \begin{pmatrix} 2.174 & 0.46 + 28.106i \\ 3.261 \times 10^{-6} + 5.228i \times 10^{-5} & 0.459 + 5.322i \times 10^{-5} \end{pmatrix}$$

Параметры четырехполюсников реакторов – P_1 и P_2 :

$$U_{nom_R} := 525 \quad S_{nom_R} := 180 \quad P_{x_R} := 450$$

$$Y_R := \frac{(P_{x_R} \cdot 10^{-3} - j \cdot S_{nom_R})}{U_{nom_R}^2} \quad Y_R = 1.633 \times 10^{-6} - 6.531i \times 10^{-4} \quad R_1 := \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ Y_R & 1 \end{pmatrix}$$

$$R_2 := R_1$$

Параметры эквивалентного четырехполюсника – A :

$$\underline{\underline{A}} := T_1 \cdot R_1 \cdot L \cdot R_2 \cdot T_2 \quad A = \begin{pmatrix} 0.056 + 9.525i \times 10^{-4} & 0.143 + 3.855i \\ 4.002 \times 10^{-3} + 0.068i & 13.18 + 0.227i \end{pmatrix}$$

Параметры эквивалентной П-образной схемы замещения:

$$\begin{aligned}
 Z &:= A_{1,2} & Y_1 &:= \frac{A_{2,2} - 1}{Z} & Y_2 &:= \frac{A_{1,1} - 1}{Z} \\
 Z &= 0.143 + 3.855i & Y_1 &= 0.176 - 3.153i & Y_2 &= -8.84 \times 10^{-3} + 0.245i
 \end{aligned}$$

Определение напряжения и мощности в начале электропередачи:

$$\begin{aligned}
 S_H &:= 350 + j \cdot 140 & S_2 &:= S_H & U_2 &:= 220 \\
 \bar{I}_2 &:= \frac{\bar{S}_2}{U_2} & I_2 &= 1.591 - 0.636i
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \begin{pmatrix} U_1 \\ I_1 \end{pmatrix} &:= A \cdot \begin{pmatrix} U_2 \\ I_2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} U_1 \\ I_1 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 14.985 + 6.252i \\ 21.992 + 7.022i \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} |U_1| \\ |I_1| \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 16.237 \\ 23.086 \end{pmatrix} \\
 \bar{S}_1 &:= U_1 \cdot \bar{I}_1 & S_1 &= 373.451 + 32.271i
 \end{aligned}$$

В первом примере для эквивалентирования потребовалось представление нагрузки схемой замещения в виде проводимости. Для этого были использованы номинальное напряжение и заданная мощность нагрузки. Отличие действительного напряжения на шинах нагрузки U_1 от значения, которое было использовано в формуле для получения проводимости нагрузки, при использовании эквивалентной схемы в расчетах режимов приводит к погрешности, которая тем больше, чем сильнее различие в напряжениях: принятом при эквивалентировании и действительным, которое получилось бы при расчете не преобразованной схемы. Это связано с тем, что мощность нагрузки принята постоянной величиной.

Во втором примере погрешности при эквивалентировании нет. Проводимость реактора получена при его номинальном напряжении и с изменением действительного напряжения

мощность, потребляемая реактором, меняется, что отражает действительную картину работы реактора.

Вопросы для самопроверки

1. Как задается граф?
2. Какой граф называется связным?
3. Что называется деревом графа?
4. Как составить первую матрицу инцидентий направленного графа?
5. Как составить вторую матрицу инцидентий направленного графа?
6. Как с помощью графов моделируются элементы электрической сети: линия электропередачи, трансформатор и др.?
7. Перечислите матрицы параметров схемы электрической сети.
8. Как записывается первый закон Кирхгофа в матричной форме?
9. Как записывается система уравнений узловых напряжений в матричной форме?
10. Как составить матрицу узловых проводимостей по схеме электрической сети?
11. Какой узел схемы электрической сети называется балансирующим?
12. Какой узел схемы электрической сети называется базисным?
13. Какие существуют формы записи линейных уравнений установившегося режима?
14. Как получить систему нелинейных уравнений установившегося режима электрической сети?
15. Какие узлы в схеме электрической сети относят к генераторным узлам?
16. Какие существуют критерии эквивалентности исходной и эквивалентной схем электрических сетей?

17. Какие формы записи уравнений четырехполюсников используются в расчетах схем электрических сетей?

18. В каких случаях для расчетов схем электрических сетей удобно использовать четырехполюсники?

19. Как эквивалентруется нагрузка, заданная мощностью, с помощью четырехполюсников?