

НАО «Карагандинский технический университет имени Абылкаса Сагинова»

Кафедра АПП

МООК: Математические задачи и компьютерное моделирование в электроэнергетике

2 МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ЭЛЕМЕНТОВ ЭЭС

2.1 Линия электропередачи

Разработчик: PhD Югай В.В.

Караганда

План

2.1. Линия электропередачи

2.1.1. Конструктивное выполнение и свойства линии электропередачи

2.1.2. Математическая модель линии с распределенными параметрами

2.1.3. Математические модели линии в виде схем замещения

2.1.4. Упрощенные модели ЛЭП

2.1.1. Конструктивное выполнение и свойства линии электропередачи

В простейшем представлении линия электропередачи – это проводники, протянутые на большое расстояние, по которым передается электрическая энергия. Возможность передачи электроэнергии обусловлена главным образом большим напряжением, при котором потери при передаче снижаются до приемлемого уровня.

Конструктивно воздушные ЛЭП представляет собой провода, подвешенные на безопасном расстоянии от земли, или кабели, в которых проводящие жилы изолированы друг от друга и от внешней среды и защищены различными покровами и броней. В зависимости от конструкции ЛЭП называют воздушными (ВЛ) или кабельными линиями (КЛ).

Практически во всем мире для передачи электрической энергии принята система трехфазного переменного тока 50 или 60 Гц. Однако в некоторых случаях применяются другие системы переменного тока и передачи постоянного тока. Будем рассматривать только трехфаз-ные воздушные линии переменного тока высокого напряжения (до 1150 кВ), передающие электроэнергию на большие расстояния (до нескольких тысяч километров).

Передача электроэнергии по ЛЭП переменного тока обусловлена распространением электромагнитного поля в проводах и окружающем пространстве. Возникновение переменного электростатического поля приводит к появлению токов смещения – зарядных токов (рис. 2.1). Зарядные токи, накладываясь на нагрузочный ток, определяют постепенное изменение тока вдоль линии. Магнитное поле, обусловленное током линии, характеризуется напряженностью, также изменяющейся вдоль линии. Это приводит к наведению ЭДС самоиндукции и взаимной индукции, неравных для различных участков линии. Неравенство этих ЭДС определяет сложный закон изменения напряжения вдоль линии, в свою очередь определяющий изменение токов смещения вдоль линии.

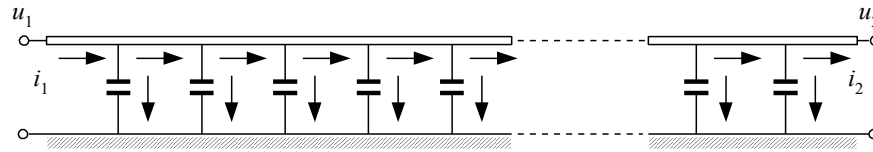


Рис. 2.1. Условное изображение распределения токов вдоль провода ЛЭП

В общем случае ЛЭП следует рассматривать как объект с распределенными вдоль одной пространственной координаты параметрами (вдоль линии). Параметры линии электропередачи, к которым относятся активное сопротивление, индуктивность, активная проводимость и емкость на единицу длины, считают равномерно распределенными вдоль ее длины. Такое свойство линий называют однородностью.

Провода ВЛ имеют в качестве проводящего материала алюминий или его сплав. Практически всегда используются сталеалюминиевые провода марки АС. Их удельное сопротивление постоянному току в среднем равно $\rho = 29,1 \text{ Ом мм}^2 / \text{км}$. Активное сопротивление переменному току больше сопротивления постоянному току вследствие поверхностного эффекта, однако для частоты 50 Гц это различие несущественно. Активное сопротивление в электрических схемах ЛЭП является параметром, определяющим процесс диссипации (рассеивания) энергии в виде отдачи тепла в окружающее пространство.

Индуктивность ЛЭП вызвана явлениями самоиндукции и взаимной индукции фаз линии и определяется в зависимости от диаметра проводов фазы и расстояния между фазами. В практике расчетов электрических сетей используют индуктивное сопротивление фаз ЛЭП. Погонное индуктивное сопротивление ВЛ 330–1150 кВ x_0 в среднем равно 0,31 Ом / км.

Вследствие несовершенства изоляции ВЛ и явления короны в местах присоединения проводов к гирляндам изоляторов ВЛ имеют место потери электроэнергии от токов утечки по изоляторам ВЛ и короны. Большое влияние на эти потери оказывают влажность и

загрязнение окружающего воздуха. В зависимости от погоды потери от токов утечки и на корону могут изменяться в десятки раз.

Моделирование потерь в изоляции ВЛ можно выполнить с помощью введения активной проводимости g_0 , величина которой определяется по экспериментальным данным, полученным в результате наблюдений и расчетов существующих ВЛ. Для большинства ВЛ 330–1150 кВ погонная активная проводимость задается в пределах 0,01...0,1 мкСм / км.

Емкостные проводимости между фазами и между проводами и землей, грозозащитными тросами и заземленными частями опоры моделируются одним параметром – емкостной проводимостью фазы b_0 . Величина погонной емкостной проводимости ВЛ 330–1150 кВ в среднем составляет 3,5 мкСм / км.

В цепи с распределенными параметрами интервал времени распространения электромагнитных волн вдоль линии сопоставим с интервалом времени, в течение которого токи и напряжения изменяются на заметную величину от полного их изменения.

Другими свойствами линии электропередачи можно считать:

- непрерывность переменных;
- стационарность;
- одномерность в отношении пространства и многомерность в отношении переменных, характеризующих работы линии в разных точках линии;
- статизм или динамичность (в зависимости от исследуемых процессов);
- линейность или нелинейность (в зависимости от уравнений, описывающих режим работы линии) – при этом параметры линии считаются постоянными величинами.

В отношении детерминированности и стохастичности рассматриваются разные подходы к моделированию линии – параметры и переменные могут быть представлены также и случайными величинами.

2.1.2. Математическая модель линии с распределенными параметрами

Элементы ЭЭС являются, как правило, трехфазными устройствами переменного тока, и ЛЭП имеет три фазы, которые присоединяются к другим трехфазным элементам сети, например, повышающим и понижающим трансформаторам (рис. 2.2, *а*).

Здесь и далее будем рассматривать только симметричные трехфазные системы, которые вследствие симметрии можно графически изображать в однолинейном виде (рис. 2.2, *б*), имея в виду, что протекающий по фазе переменный ток замыкается через две другие фазы. Кроме того, трехфазная система имеет нейтраль N , которая технически может отсутствовать, но токи утечки и емкостные токи в линии могут моделироваться посредством введения нейтральной точки (линии, плоскости). На рис. 2.2 соединение обмоток трансформаторов в звезду дает нейтральные точки трехфазной системы, которые могут иметь соединение с землей (заземление).

Выделим в линии на расстоянии x от начала линии (рис. 2.2, *а*, точка l) участок бесконечно малой длины dx . На этом участке линии электрические параметры можно считать сосредоточенными (рис. 2.3).

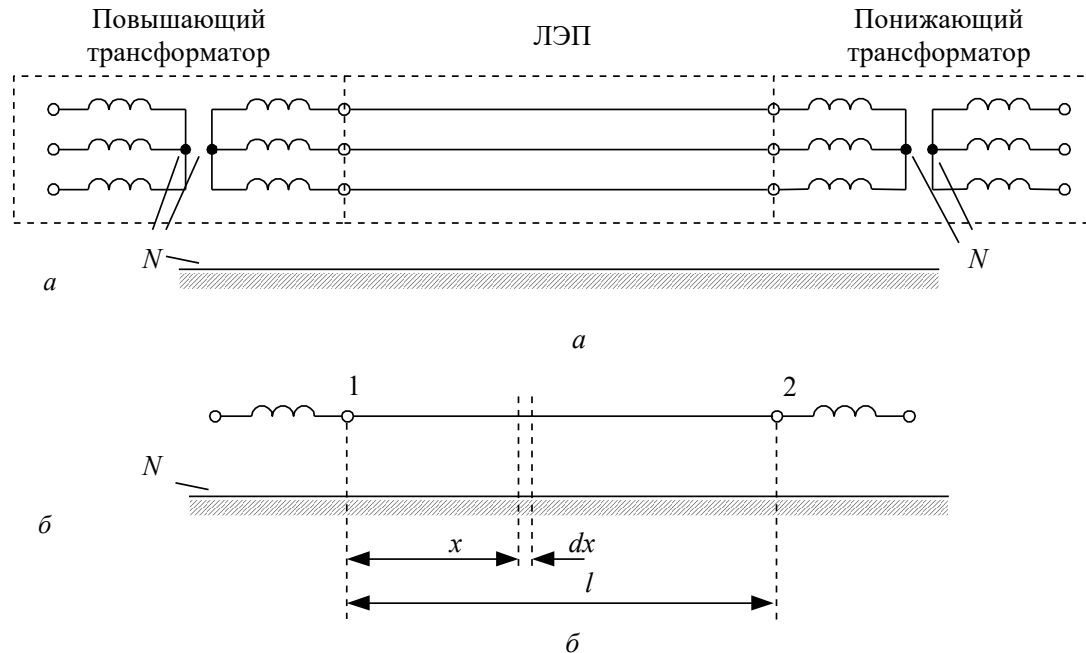


Рис. 2.2. Трехфазная линия электропередачи (а) и ее однолинейное изображение (б)

Составим уравнения Кирхгофа для электрической цепи на выделенном участке линии:

$$\begin{aligned}
 (-u) + \left(u + \frac{\partial u}{\partial x} dx \right) + \left(r_0 dx i + L_0 dx \frac{\partial i}{\partial t} \right) &= 0, \\
 (-i) + \left(i + \frac{\partial i}{\partial x} dx \right) + \left(g_0 dx u + C_0 dx \frac{\partial u}{\partial t} \right) &= 0
 \end{aligned}
 \tag{0.1}$$

ИЛИ

$$\begin{aligned}
 -\frac{\partial u}{\partial x} &= r_0 i + L_0 \frac{\partial i}{\partial t}, \\
 -\frac{\partial i}{\partial x} &= g_0 u + C_0 \frac{\partial u}{\partial t}.
 \end{aligned}
 \tag{0.2}$$

Здесь в C_0 и L_0 учтены влияния соседних фаз линии.

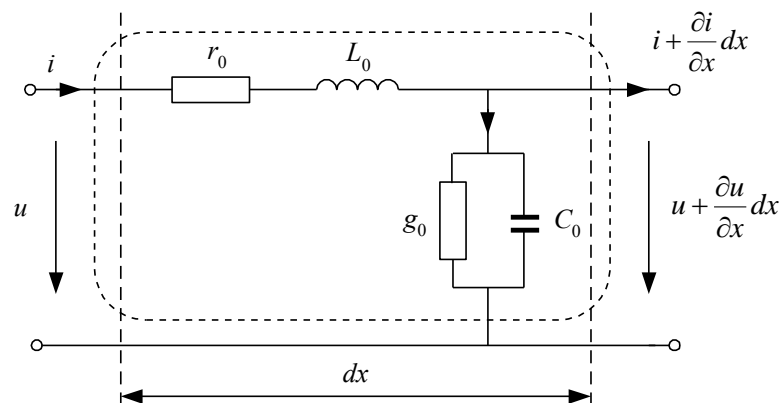


Рис. 2.3. Элементарный отрезок линии

Полученные уравнения являются дифференциальными уравнениями в частных производных – моделью участка линии на микроуровне. Независимые переменные в них – это время t и одна пространственная координата x .

Используя символический метод представления синусоидальных функций времени комплексными величинами, для действующих значений токов и напряжений можно записать:

$$\begin{aligned} -\frac{d\underline{U}}{dx} &= r_0 \underline{I} + j\omega L_0 \underline{I} = (r_0 + j\omega L_0) \underline{I} = \underline{z}_0 \underline{I}, \\ -\frac{d\underline{I}}{dx} &= g_0 \underline{U} + j\omega C_0 \underline{U} = (g_0 + j\omega C_0) \underline{U} = \underline{y}_0 \underline{U}. \end{aligned} \quad (0.3)$$

Полученная система уравнений уже имеет одну независимую переменную x . Обозначим напряжения и токи по концам линии: \underline{U}_1 и \underline{I}_1 при $x = 0$ и \underline{U}_2 и \underline{I}_2 при $x = l$.

Тогда из решения системы дифференциальных уравнений (2.3) получим связь между напряжениями и токами по концам линии:

$$\begin{aligned} \underline{U}_{1\phi} &= \operatorname{ch}(\underline{\gamma}_0 l) \underline{U}_{2\phi} + \underline{Z}_C \operatorname{sh}(\underline{\gamma}_0 l) \underline{I}_2, \\ \underline{I}_1 &= \frac{1}{\underline{Z}_C} \operatorname{sh}(\underline{\gamma}_0 l) \underline{U}_{2\phi} + \operatorname{ch}(\underline{\gamma}_0 l) \underline{I}_2, \end{aligned} \quad (0.4)$$

где $\underline{Z}_C = \sqrt{\frac{(r_0 + jx_0)}{(g_0 + jb_0)}}$ – волновое сопротивление линии;

$\underline{\gamma}_0 = \sqrt{(r_0 + jx_0)(g_0 + jb_0)} = \alpha_0 + j\beta_0$ – коэффициент распространения волны;

α_0 – коэффициент затухания волны;

β_0 – коэффициент фазы.

Полученные уравнения называются уравнениями длинной линии или телеграфными уравнениями.

В (2.4) напряжения записаны в фазных значениях. Однако в трехфазных системах принято указывать линейные значения напряжений, что приводит к пересчету на $\sqrt{3}$ некоторых слагаемых:

$$\begin{aligned} \underline{U}_1 &= \operatorname{ch}(\underline{\gamma}_0 l) \underline{U}_2 + \sqrt{3} \underline{Z}_C \operatorname{sh}(\underline{\gamma}_0 l) \underline{I}_2, \\ \underline{I}_1 &= \frac{1}{\underline{Z}_C \sqrt{3}} \operatorname{sh}(\underline{\gamma}_0 l) \underline{U}_2 + \operatorname{ch}(\underline{\gamma}_0 l) \underline{I}_2. \end{aligned} \quad (0.5)$$

Чтобы не вводить в запись уравнений константу $\sqrt{3}$ и в то же время использовать линейные значения напряжений, используют увеличенное в $\sqrt{3}$ значение тока линии.

Таким образом, математическая модель длинной линии имеет вид

$$\begin{aligned} \underline{U}_1 &= \operatorname{ch}(\underline{\gamma}_0 l) \underline{U}_2 + \underline{Z}_C \operatorname{sh}(\underline{\gamma}_0 l) \underline{I}_2, \\ \underline{I}_1 &= \frac{1}{\underline{Z}_C} \operatorname{sh}(\underline{\gamma}_0 l) \underline{U}_2 + \operatorname{ch}(\underline{\gamma}_0 l) \underline{I}_2. \end{aligned} \quad (0.6)$$

Здесь \underline{I}_1 и \underline{I}_2 – фазные токи линии, увеличенные в $\sqrt{3}$.

Когда необходимо вычислить напряжение и ток в какой-либо другой точке линии, находящейся на расстоянии x от начала линии (рис. 2.4), по напряжению и току в конце, используют модель:

$$\begin{aligned} \underline{U}_x &= \operatorname{ch}[\underline{\gamma}_0 (l-x)] \underline{U}_2 + \underline{Z}_C \operatorname{sh}[\underline{\gamma}_0 (l-x)] \underline{I}_2, \\ \underline{I}_x &= \frac{1}{\underline{Z}_C} \operatorname{sh}[\underline{\gamma}_0 (l-x)] \underline{U}_2 + \operatorname{ch}[\underline{\gamma}_0 (l-x)] \underline{I}_2. \end{aligned} \quad (0.7)$$

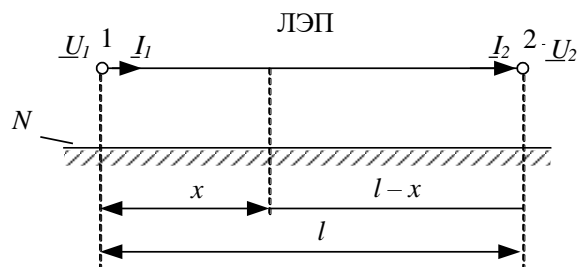


Рис. 2.4. Определение напряжения и тока в точке на линии

Формально напряжение и ток в любой точке линии можно рассматривать как результат наложения двух волн, движущихся в противоположные стороны. С течением времени волна напряжения перемещается от начала линии к ее концу; она носит название прямой или

падающей волны. Волна напряжения, которая перемещается от конца линии к ее началу, носит название обратной или отраженной волны.

Расчеты показывают, что для воздушных линий электропередачи при частоте $f = 50$ Гц коэффициент фазы $\beta_0 \approx 0,001$ рад/км (0,06 град/км). С помощью этого значения можно найти длину прямой и обратной волн.

Введем понятие длины волны напряжения и тока λ , равной расстоянию между двумя точками линии, в которых фазы напряжения (тока) падающей или отраженной волны напряжения (тока) различаются на 2π .

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta_0}, \quad (0.8)$$

где $\beta_0 = \text{Im}(\underline{\gamma}_0)$ – коэффициент фазы.

Скорость перемещения падающей волны вдоль линии называется фазовой скоростью волны. Это скорость перемещения точки, фаза колебания в которой остается постоянной:

$$\frac{dx}{dt} = v_\phi = \frac{\omega}{\beta_0}. \quad (0.9)$$

Из этого соотношения с учетом $\omega = 2\pi f$ получим более точное значение коэффициента фазы

$$\beta_0 = \frac{\omega}{v_\phi} = \frac{314}{300\,000} = 1,0466 \cdot 10^{-3} \text{ рад/км} \quad (0.10)$$

и длины волны

$$\lambda = \frac{2\pi}{\omega} v_\phi = \frac{v_\phi}{f} = \frac{300\,000}{50} = 6000 \text{ км} . \quad (0.11)$$

Линии с длиной $l = \lambda = 6000$ км называют волновыми, а с $l = \lambda / 2 = 3000$ км – половеолновыми линиями.

Для упрощения исследований режимов работы ЛЭП сверхвысокого напряжения иногда пользуются уравнениями идеальной линии, в которой активные параметры считаются равными нулю: $r_0 = 0$, $g_0 = 0$. Очевидно, что при этом $\alpha_0 = 0$.

С учетом

$$\begin{aligned} \operatorname{sh}(j\beta_0 l) &= j \sin(\beta_0 l), \\ \operatorname{ch}(j\beta_0 l) &= \cos(\beta_0 l) \end{aligned} \quad (0.12)$$

получим математическую модель идеальной линии:

$$\begin{aligned} \underline{U}_1 &= \cos(\beta_0 l) \underline{U}_2 + jZ_C \sin(\beta_0 l) \underline{I}_2, \\ \underline{I}_1 &= j \frac{1}{Z_C} \sin(\beta_0 l) \underline{U}_2 + \cos(\beta_0 l) \underline{I}_2. \end{aligned} \quad (0.13)$$

2.1.3. Математические модели линии в виде схем замещения

Систему уравнений (2.6) можно представить как уравнения четырехполюсника (рис. 2.5).

$$\begin{aligned} \underline{U}_1 &= \underline{A}\underline{U}_2 + \underline{B}\underline{I}_2, \\ \underline{I}_1 &= \underline{C}\underline{U}_2 + \underline{D}\underline{I}_2. \end{aligned} \quad (0.14)$$

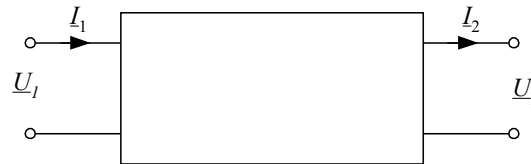


Рис. 2.5. Четырехполюсник

Здесь $\underline{A} = \underline{D} = \text{ch}(\underline{\gamma}_0 l)$; $\underline{B} = \underline{Z}_C \text{sh}(\underline{\gamma}_0 l)$; $\underline{C} = \frac{1}{\underline{Z}_C} \text{sh}(\underline{\gamma}_0 l)$, что позволяет считать данный четырехполюсник симметричным.

В практике расчетов удобно пользоваться П-образной схемой замещения линии (рис. 2.6).

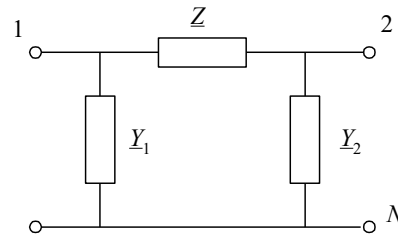


Рис. 2.6. П-образная схема замещения ЛЭП

Найдем соотношения, связывающие параметры П-образной схемы замещения \underline{Z} , \underline{Y}_1 и \underline{Y}_2 с параметрами модели длинной линии (2.6).

Запишем выражение, связывающее напряжения в начале \underline{U}_1 и конце \underline{U}_2 П-образной схемы замещения:

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 + \Delta \underline{U} = \underline{U}_2 + \underline{Z} \underline{I}_Z, \quad (0.15)$$

где $\Delta \underline{U}$ – падение напряжения в продольной ветви на параметре \underline{Z} схемы замещения;

\underline{I}_Z – ток в ветви с параметром \underline{Z} .

Соотношения между токами в ветвях схемы замещения получаются из первого закона Кирхгофа:

$$\begin{aligned} \underline{I}_Z &= \underline{I}_2 + \underline{I}_{Y_2}, \\ \underline{I}_1 &= \underline{I}_Z + \underline{I}_{Y_1}. \end{aligned} \quad (0.16)$$

Токи в поперечных ветвях с \underline{Y}_1 и \underline{Y}_2 вычисляются по формулам:

$$\begin{aligned} \underline{I}_{Y_1} &= \underline{Y}_1 \underline{U}_1, \\ \underline{I}_{Y_2} &= \underline{Y}_2 \underline{U}_2. \end{aligned} \quad (0.17)$$

Подставим ток \underline{I}_Z из (2.16) в (2.15) и с учетом (2.17) будем иметь:

$$\begin{aligned} \underline{U}_1 &= \underline{U}_2 + \underline{Z} \underline{I}_Z = \underline{U}_2 + \underline{Z} (\underline{I}_2 + \underline{I}_{Y_2}) = \\ &= \underline{U}_2 + \underline{Z} \underline{I}_2 + \underline{Z} \underline{Y}_2 \underline{U}_2 = (1 + \underline{Z} \underline{Y}_2) \underline{U}_2 + \underline{Z} \underline{I}_2. \end{aligned} \quad (0.18)$$

Теперь запишем соотношение для тока в начале схемы замещения \underline{I}_1 , выразив его также через напряжение и ток конца схемы замещения. Подставив в выражение для тока \underline{I}_1 из (2.16) выражения для тока \underline{I}_Z и тока \underline{I}_{Y_1} , получим

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_Z + \underline{I}_{Y_1} = \underline{I}_2 + \underline{I}_{Y_1} + \underline{I}_{Y_2} = \underline{I}_2 + \underline{Y}_1 \underline{U}_1 + \underline{Y}_2 \underline{U}_2. \quad (0.19)$$

Подставим в это выражение \underline{U}_1 из (2.18), будем иметь:

$$\begin{aligned}
I_1 &= I_2 + Y_1 [(1 + ZY_2)U_2 + ZI_2] + Y_2 U_2 = \\
&= (Y_1 + Y_1 ZY_2 + Y_2)U_2 + (1 + ZY_1)I_2.
\end{aligned} \tag{0.20}$$

Окончательно получаем систему уравнений для П-образной схемы замещения:

$$\begin{aligned}
U_1 &= (1 + ZY_2)U_2 + ZI_2, \\
I_1 &= (Y_1 + Y_1 ZY_2 + Y_2)U_2 + (1 + ZY_1)I_2.
\end{aligned} \tag{0.21}$$

Модель (2.21) по своей структуре совпадает с уравнениями четырехполюсника (2.14). Из этого с учетом вида модели длинной линии (2.6) следует, что

$$\begin{aligned}
A &= (1 + ZY_2) = \text{ch}(\gamma_0 l), \\
B &= Z = Z_C \text{sh}(\gamma_0 l), \\
C &= (Y_1 + Y_1 ZY_2 + Y_2) = \frac{1}{Z_C} \text{sh}(\gamma_0 l), \\
D &= (1 + ZY_1) = \text{ch}(\gamma_0 l).
\end{aligned} \tag{0.22}$$

Решение (2.22) относительно параметров П-образной схемы замещения дает:

$$\begin{aligned}
Z &= Z_C \text{sh}(\gamma_0 l), \\
Y_1 = Y_2 &= \frac{\text{ch}(\gamma_0 l) - 1}{Z_C \text{sh}(\gamma_0 l)}.
\end{aligned} \tag{0.23}$$

Используя известные математические соотношения

$$\begin{aligned}
\text{sh}(x) &= 2\text{sh}\left(\frac{x}{2}\right)\text{ch}\left(\frac{x}{2}\right), \\
\text{ch}(x) &= 2\text{sh}^2\left(\frac{x}{2}\right) + 1,
\end{aligned} \tag{0.24}$$

получаем

$$\begin{aligned} \underline{Z} &= \underline{Z}_C \operatorname{sh}(\underline{\gamma}_0 l), \\ \underline{Y}_1 = \underline{Y}_2 &= \frac{1}{\underline{Z}_C} \operatorname{th} \frac{\underline{\gamma}_0 l}{2}. \end{aligned} \quad (0.25)$$

Для идеальной линии параметры П-образной схемы замещения получаются в виде

$$\begin{aligned} \underline{Z} &= j \underline{Z}_C \sin(\beta_0 l), \\ \underline{Y}_1 = \underline{Y}_2 &= j \frac{1}{\underline{Z}_C} \operatorname{tg} \frac{\beta_0 l}{2}. \end{aligned} \quad (0.26)$$

Пример 1. Найдем распределение величины напряжения и тока вдоль ЛЭП 500 кВ длиной $L = 500$ км при холостом ходе и при передаче мощности нагрузки меньше и больше натуральной мощности линии. Конструкция фазы линии: 3хАС-400/51. Расчеты и графические построения выполним в системе Mathcad. Приведенные ниже значения параметров линии выражены в омах, сименсах и радианах. Параметры режима ЛЭП даны в киловольтах, килоамперах, мегаваттах и мегаварах.

Длина и погонные параметры линии:

$L := 500$	$r_0 := 0.025$	$g_0 := 0.023 \cdot 10^{-6}$	$x_0 := 0.306$	$b_0 := 3.62 \cdot 10^{-6}$
$z_0 := r_0 + j \cdot x_0$		$y_0 := g_0 + j \cdot b_0$		

Расчетные параметры линии – волновое сопротивление, коэффициент распространения волны и натуральная мощность:

$$Z_c := \sqrt{\frac{z_0}{y_0}} \qquad \gamma_0 := \sqrt{z_0 \cdot y_0}$$

$$Z_c = 291.016 - 10.942i \qquad \gamma_0 = 4.63 \times 10^{-5} + 1.053i \times 10^{-3}$$

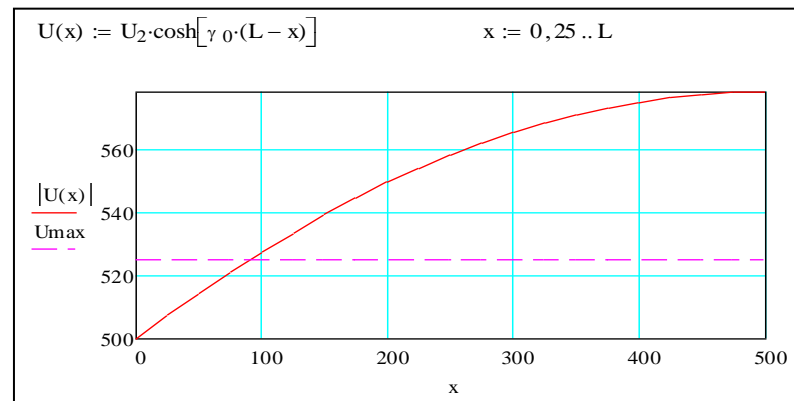
$$P_{nat} := \frac{U_1^2}{Z_c} \qquad P_{nat} = 857.845 + 32.255i$$

1. Режим холостого хода

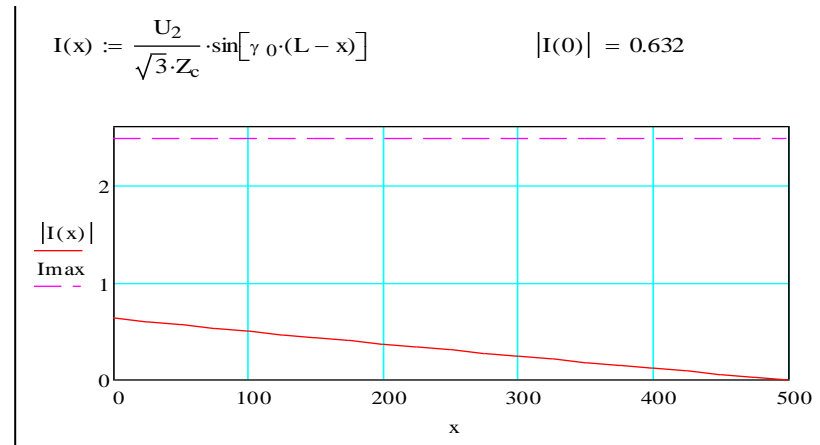
Напряжение в конце линии:

$$U_2 := \frac{U_1}{\cosh(\gamma_0 \cdot L)} \qquad |U_2| = 578.152$$

Построение графика напряжения вдоль линии в режиме холостого хода:



Построение графика тока вдоль линии в режиме холостого хода:



Из полученных зависимостей видно, что напряжение вдоль ЛЭП начинает превышать предельно допустимое значение уже на расстоянии около 100 км от начала линии; такой режим в действительности неосуществим из-за перекрытия изоляции на линии.

Ток по линии имеет наибольшее значение в начале линии и не превышает допустимое значение, равное 2,475 кА.

2. Режим передачи мощности меньше натуральной

Натуральная мощность данной ЛЭП равна 859,9 МВт. Возьмем передаваемую мощность 700 МВт, реактивную мощность в конце линии примем равной нулю:

$$P_{21} := 700 \quad Q_{21} := 0 \quad S_{21} := P_{21} + i \cdot Q_{21}$$

Напряжение в конце ЛЭП найдем из решения системы уравнений.

Начальные приближения для неизвестных U_2, I_2 :

$$U_{21} := 500 - i \cdot 100 \quad I_{21} := \frac{\overline{S_{21}}}{\overline{U_{21}}}$$

Решающий блок:

$$\begin{aligned} &\text{Given} \\ &U_1 = U_{21} \cdot \cosh(\gamma_0 \cdot L) + I_{21} \cdot Z_c \cdot \sinh(\gamma_0 \cdot L) \\ &I_{21} = \frac{\overline{S_{21}}}{\overline{U_{21}}} \\ &\begin{pmatrix} U_{21} \\ I_{21} \end{pmatrix} := \text{Find}(U_{21}, I_{21}) \end{aligned}$$

Результаты решения системы уравнений (напряжение и ток в конце линии):

$$\begin{aligned} &U_{21} = 462.558 - 210.534i && |U_{21}| = 508.217 \\ &\text{angle}(\text{Re}(U_{21}), \text{Im}(U_{21})) - 2 \cdot \pi = -24.473 \cdot \text{deg} \\ &I_{21} = 1.254 - 0.571i && |I_{21}| = 1.377 \end{aligned}$$

Вектор напряжения в конце линии отстает от вектора напряжения в начале на 24,473 градуса.

3. Режим передачи мощности больше натуральной

Примем передаваемую активную мощность по линии 900 МВт. Можно убедиться, что при реактивной мощности в конце линии, равной нулю, режим напряжений по линии является неудовлетворительным. Для поддержания удовлетворительного напряжения требуется реактивная мощность емкостного характера. Пусть мощность компенсирующего устройства,

включенного в конец линии, такова, что в конце линии реактивная мощность равна минус 100 Мвар (передается в линию).

$$P_{2g} := 900 \quad Q_{2g} := -100 \quad S_{2g} := P_{2g} + i \cdot Q_{2g}$$

Напряжение в конце ЛЭП найдем из решения системы уравнений.
Начальные приближения для неизвестных U_2, I_2 :

$$U_{2g} := 500 - i \cdot 100 \quad I_{2g} := \frac{\overline{S_{2g}}}{U_{2g}}$$

Решающий блок:

$$\begin{array}{l} \text{Given} \\ U_1 = U_{2g} \cdot \cosh(\gamma_0 \cdot L) + I_{2g} \cdot Z_c \cdot \sinh(\gamma_0 \cdot L) \\ I_{2g} = \frac{\overline{S_{2g}}}{U_{2g}} \\ \left(\begin{array}{c} U_{2g} \\ I_{2g} \end{array} \right) := \text{Find}(U_{2g}, I_{2g}) \end{array}$$

Результаты решения системы уравнений (напряжение и ток в конце линии):

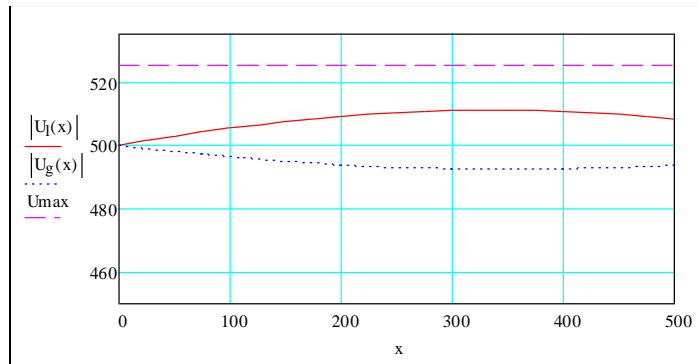
$$\begin{array}{l} U_{2g} = 412.797 - 270.897i \quad |U_{2g}| = 493.748 \\ \text{angle}(\text{Re}(U_{2g}), \text{Im}(U_{2g})) - 2 \cdot \pi = -33.275 \cdot \text{deg} \\ I_{2g} = 1.635 - 0.831i \quad |I_{2g}| = 1.834 \end{array}$$

Построим графики напряжения и тока вдоль линии для обоих режимов передачи мощности.
Функция напряжения для $P_2 < P_{\text{нат}}$:

$$U_1(x) := U_{21} \cdot \cosh[\gamma_0 \cdot (L - x)] + I_{21} \cdot Z_c \cdot \sinh[\gamma_0 \cdot (L - x)]$$

Функция напряжения для $P_2 > P_{\text{нат}}$:

$$U_g(x) := U_{2g} \cdot \cosh[\gamma_0 \cdot (L - x)] + I_{2g} \cdot Z_c \cdot \sinh[\gamma_0 \cdot (L - x)]$$

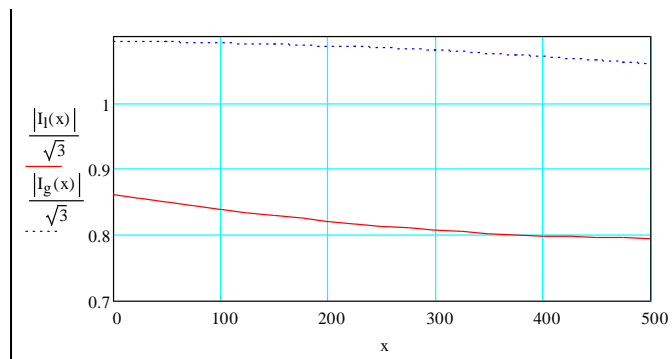


Функция тока для $P_2 < P_{\text{нат}}$:

$$I_l(x) := \frac{U_{2l}}{Z_c} \cdot \sinh[\gamma_0 \cdot (L - x)] + I_{2l} \cdot \cosh[\gamma_0 \cdot (L - x)]$$

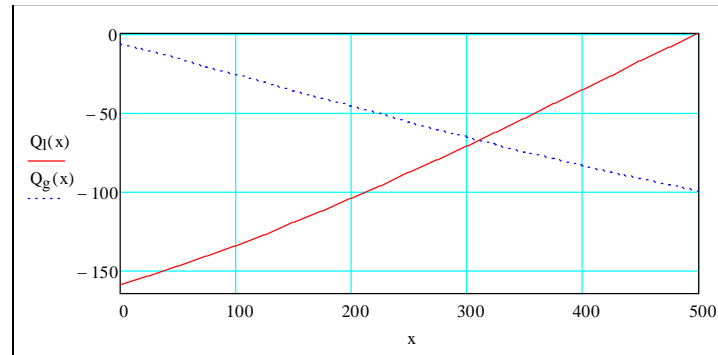
Функция тока для $P_2 > P_{\text{нат}}$:

$$I_g(x) := \frac{U_{2g}}{Z_c} \cdot \sinh[\gamma_0 \cdot (L - x)] + I_{2g} \cdot \cosh[\gamma_0 \cdot (L - x)]$$



Изменение активной и реактивной мощности вдоль ЛЭП для двух режимов:

$$\begin{array}{ll} P_1(x) := \operatorname{Re}(U_1(x) \cdot \overline{I_1(x)}) & Q_1(x) := \operatorname{Im}(U_1(x) \cdot \overline{I_1(x)}) \\ P_g(x) := \operatorname{Re}(U_g(x) \cdot \overline{I_g(x)}) & Q_g(x) := \operatorname{Im}(U_g(x) \cdot \overline{I_g(x)}) \end{array}$$



Значения активной мощности к началу линии возрастают в обоих случаях, так как вдоль линии имеют место потери активной мощности.

Реактивная мощность в первом случае, когда реактивной нагрузки в конце линии нет, передается к началу линии (отрицательные значения) из-за преобладания зарядной мощности над потерями реактивной мощности. Во втором случае имеет место обратная картина: потери реактивной мощности больше зарядной и потери компенсируются источником реактивной мощности в конце линии.

2.1.4. Упрощенные модели ЛЭП

Для П-образной схемы замещения ЛЭП (см. рис. 2.6) в п. 2.1.3 было получено

$$\underline{Z} = \underline{Z}_C \operatorname{sh}(\underline{\gamma}_0 l), \quad (0.27)$$

$$\underline{Y}_1 = \underline{Y}_2 = \frac{1}{\underline{Z}_C} \operatorname{th} \frac{\underline{\gamma}_0 l}{2}.$$

Величины составляющих комплексного параметра $\underline{\gamma}_0 = \alpha_0 + j\beta_0$ для линий сверхвысокого напряжения имеют порядок: $\alpha_0 - 10^{-5}$ и $\beta_0 - 10^{-3}$. Поэтому когда длина линии l невелика, приближенно можно принять

$$\begin{aligned} \operatorname{sh}(\underline{\gamma}_0 l) &\approx \underline{\gamma}_0 l, \\ \operatorname{th} \frac{\underline{\gamma}_0 l}{2} &\approx \frac{\underline{\gamma}_0 l}{2}. \end{aligned} \quad (0.28)$$

Следовательно, для параметров П-образной схемы замещения с математической моделью длинной линии получаем:

$$\begin{aligned} \underline{Z} &= \sqrt{\frac{\underline{z}_0}{\underline{y}_0}} \sqrt{\underline{z}_0 \underline{y}_0} \cdot l = \underline{z}_0 l = (r_0 + jx_0)l, \\ \underline{Y}_1 = \underline{Y}_2 &= \frac{1}{\sqrt{\frac{\underline{z}_0}{\underline{y}_0}}} \frac{\sqrt{\underline{z}_0 \underline{y}_0}}{2} l = \frac{\underline{y}_0}{2} = \frac{(g_0 + jb_0)}{2} l. \end{aligned} \quad (0.29)$$

Подставим в уравнения для П-образной схемы замещения (2.21) полученные значения (2.29):

$$\begin{aligned}
\underline{U}_1 &= (1 + \underline{ZY}_2)\underline{U}_2 + \underline{ZI}_2 = \left(1 + \frac{\underline{z}_0 l \underline{y}_0 l}{2}\right)\underline{U}_2 + \underline{z}_0 l \underline{I}_2, \\
\underline{I}_1 &= (\underline{Y}_1 + \underline{Y}_1 \underline{ZY}_2 + \underline{Y}_2)\underline{U}_2 + (1 + \underline{ZY}_1)\underline{I}_2 = \\
&= \left(\underline{y}_0 l + \frac{\underline{y}_0 l \underline{z}_0 l \underline{y}_0 l}{4}\right)\underline{U}_2 + \left(1 + \frac{\underline{z}_0 l \underline{y}_0 l}{2}\right)\underline{I}_2
\end{aligned}
\tag{0.30}$$

или окончательно

$$\begin{aligned}
\underline{U}_1 &= \left(1 + \frac{\underline{z}_0 \underline{y}_0 l^2}{2}\right)\underline{U}_2 + \underline{z}_0 l \underline{I}_2, \\
\underline{I}_1 &= \underline{y}_0 l \left(1 + \frac{\underline{z}_0 \underline{y}_0 l^2}{4}\right)\underline{U}_2 + \left(1 + \frac{\underline{z}_0 \underline{y}_0 l^2}{2}\right)\underline{I}_2.
\end{aligned}
\tag{0.31}$$

Полученные уравнения являются упрощенной математической моделью ЛЭП, в которой не учитывается распределенность параметров, а сосредоточенные сопротивления и проводимости вычисляются по (2.29).

Для совсем коротких линий второе слагаемое в выражении $\left(1 + \frac{\underline{z}_0 \underline{y}_0 l^2}{2}\right)$ является очень маленьким вследствие того, что проводимость \underline{y}_0 имеет порядок $10^{-6} \dots 10^{-4}$. Тогда уравнения (2.31) приобретают еще более простой вид:

$$\begin{aligned}
\underline{U}_1 &= \underline{U}_2 + \underline{z}_0 l \underline{I}_2, \\
\underline{I}_1 &= \underline{y}_0 l \underline{U}_2 + \underline{I}_2.
\end{aligned}
\tag{0.32}$$

Такая модель соответствует Г-образной схеме замещения линии, в которой только одна поперечная ветвь $\underline{Y}_1 = \underline{y}_0 l$.

Все математические модели ЛЭП удобно сопоставлять в табличной форме записи параметров четырехполюсника (табл. 2.3). Распределенность параметров в двух последних моделях не учитывается.

В других случаях пренебрегают либо сопротивлениями токоведущих жил линии (активным или реактивным), либо емкостной проводимостью между фазами линии.

Таблица 2.3

Коэффициенты четырехполюсника моделей ЛЭП

Модель	<u>A</u>	<u>B</u>	<u>C</u>	<u>D</u>
Уравнения длинной линии	$\text{ch}(\underline{\gamma}_0 l)$	$\underline{Z}_C \text{sh}(\underline{\gamma}_0 l)$	$\frac{1}{\underline{Z}_C} \text{sh}(\underline{\gamma}_0 l)$	$\text{ch}(\underline{\gamma}_0 l)$
Уравнения идеальной линии	$\cos(\beta_0 l)$	$j \underline{Z}_C \sin(\beta_0 l)$	$j \frac{1}{\underline{Z}_C} \sin(\beta_0 l)$	$\cos(\beta_0 l)$
Модель с сосредоточенными параметрами П-образной схемы замещения	$1 + \frac{\underline{z}_0 \underline{y}_0 l^2}{2}$	$\underline{z}_0 l$	$\underline{y}_0 l \left(1 + \frac{\underline{z}_0 \underline{y}_0 l^2}{4} \right)$	$1 + \frac{\underline{z}_0 \underline{y}_0 l^2}{2}$
Модель с сосредоточенными параметрами Г-образной схемы замещения	1	$\underline{z}_0 l$	$\underline{y}_0 l$	1

Пример 2. Выполним оценку погрешностей двух упрощенных математических моделей ЛЭП – уравнений идеальной линии и уравнений для П-образной схемы замещения без учета распределенности параметров – для конкретной ЛЭП 500 кВ. Для этого построим зависимости напряжения в начале линии U_1 от длины линии при передаче мощности нагрузки, близкой к натуральной мощности линии. Конструкция фазы линии: 3хАС-400/51. Расчеты и графические построения выполним в системе Mathcad. Приведенные ниже значения параметров линии выражены в омах, сименсах и радианах. Параметры режима ЛЭП даны в киловольтах, килоамперах, мегаваттах и мегаварах.

Длина и погонные параметры линии:

$$L := 500 \quad r_0 := 0.025 \quad g_0 := 0.023 \cdot 10^{-6} \quad x_0 := 0.306 \quad b_0 := 3.62 \cdot 10^{-6}$$

$$z_0 := r_0 + j \cdot x_0 \quad y_0 := g_0 + j \cdot b_0$$

Передаваемая мощность и напряжение в конце линии:

$$P_2 := 800 \quad Q_2 := -33.5 \quad S_2 := P_2 + i \cdot Q_2 \quad U_2 := 500$$

Расчетные параметры ЛЭП:

$$z_0 := r_0 + j \cdot x_0 \quad y_0 := g_0 + j \cdot b_0$$

$$Z_c := \sqrt{\frac{z_0}{y_0}} \quad \gamma := \sqrt{z_0 \cdot y_0}$$

$$Z_c = 291.016 - 10.942i \quad \gamma = 4.63 \times 10^{-5} + 1.053i \times 10^{-3}$$

Для идеальной линии:

$$Z_C := \text{Re}(Z_c) \quad \beta := \text{Im}(\gamma)$$

$$Z_C = 291.016 \quad \beta = 1.053 \times 10^{-3}$$

Определим функции напряжения и тока в начале линии для трех моделей ЛЭП:

$$U_I(x) := \cosh(\gamma \cdot x) \cdot U_2 + Z_c \cdot \sinh(\gamma \cdot x) \cdot I_2 \quad \text{Модель длинной линии}$$

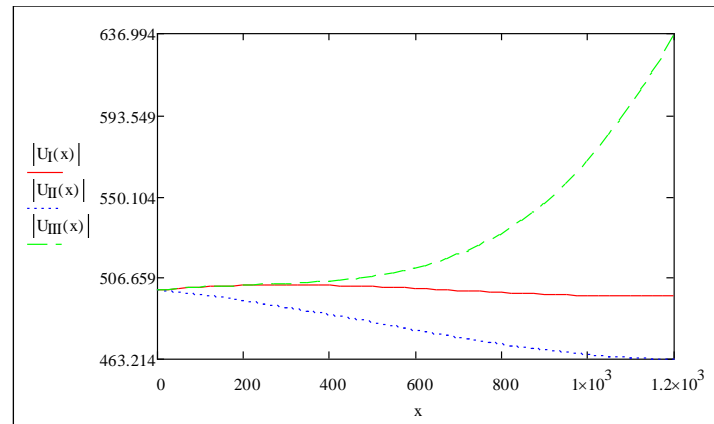
$$U_{II}(x) := \cos(\beta \cdot x) \cdot U_2 + j \cdot Z_C \cdot \sin(\beta \cdot x) \cdot I_2 \quad \text{Модель идеальной линии}$$

$$U_{III}(x) := \left(1 + \frac{z_0 \cdot y_0 \cdot x^2}{2} \right) \cdot U_2 + z_0 \cdot x \cdot I_2 \quad \text{Модель линии без учета распределенных параметров}$$

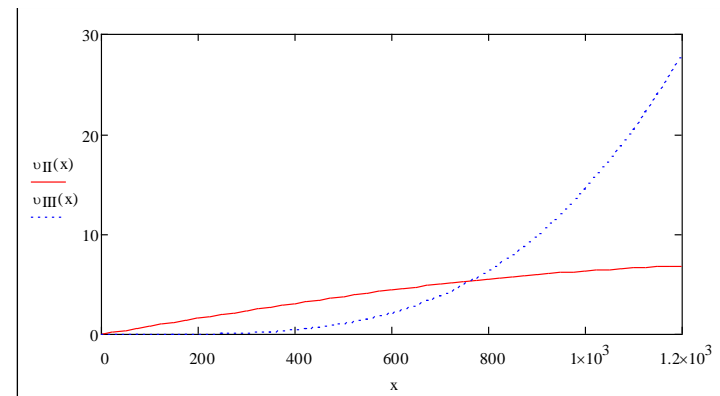
Относительные погрешности напряжения в начале линии:

$$v_{II}(x) := \frac{||U_{II}(x)| - |U_I(x)||}{|U_I(x)|} \cdot 100 \quad v_{III}(x) := \frac{||U_{III}(x)| - |U_I(x)||}{|U_I(x)|} \cdot 100$$

Графики напряжений в начале линии:



Графики относительных погрешностей напряжения в начале линии для упрощенных математических моделей:



Примем допустимую относительную погрешность в вычислении напряжения – 1%. Из графиков погрешностей видно, что погрешность в определении напряжения в начале линии для модели идеальной линии превышает допустимую уже при 120 км, а по току – при 600

км; погрешность для модели без учета распределенности параметров допустима для линий длиной до 500 км.

Аналогичные графики погрешностей можно построить для указанных моделей для тока в начале линии.

2.2. Силовой трансформатор

2.2.1. Конструктивное выполнение и принцип действия силового трансформатора

Трансформатором называют статическое электромагнитное устройство, имеющее две (или более) индуктивно связанные обмотки и предназначенное для преобразования посредством электромагнитной индукции одной системы переменного тока в другую систему переменного тока. При этом число фаз, форма кривой напряжения (тока) и частота остаются неизменными.

В электрических сетях используются трехфазные трансформаторы или группы из трех однофазных трансформаторов. Силовые трансформаторы выполняют двухобмоточными и трехобмоточными. Существуют также трехобмоточные автотрансформаторы и двухобмоточные трансформаторы с расщепленной вторичной обмоткой.

Основными элементами силовых трансформаторов являются: магнитопровод, обмотки, изоляция, бак, расширитель и высоковольтные вводы. Другие части – это элементы системы охлаждения, устройства регулирования напряжения, а также защитные и измерительные устройства.

Магнитопровод является магнитной системой силового трансформатора и служит конструктивным основанием для установки и крепления обмоток, отводов от обмоток и других деталей (рис. 2.7). Магнитопровод выполняется из электротехнической стали.

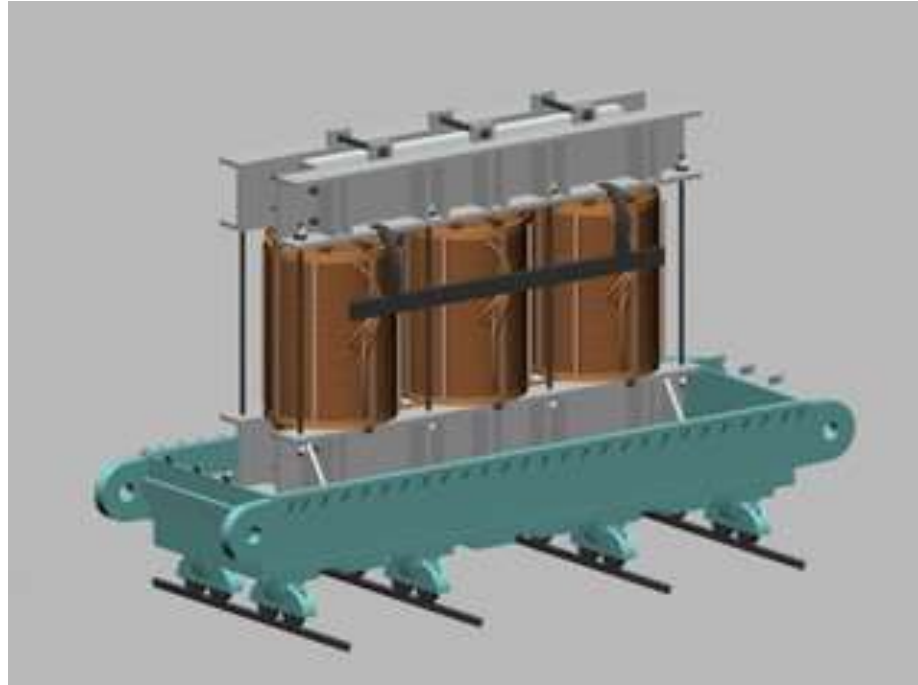


Рис. 2.7. Магнитопровод с обмотками силового трансформатора

В трансформаторах с масляным охлаждением магнитопровод с обмотками помещают в бак с трансформаторным маслом (рис. 2.8). Омывая обмотки и магнитопровод, трансформаторное масло отбирает от них тепло и, обладая большей теплопроводностью, чем воздух, через стенки радиатора отдает ее в окружающую среду.

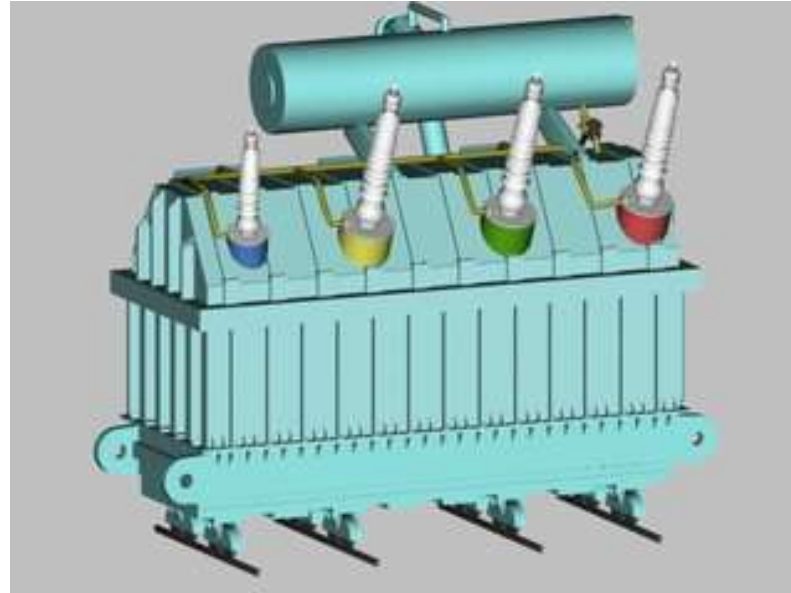


Рис. 2.8. Общий вид силового трансформатора

Принцип действия трансформатора основан на явлении электромагнитной индукции. При подключении первичной обмотки к источнику переменного тока с напряжением u_1 в витках этой обмотки протекает переменный ток i_1 , который создает в магнитопроводе переменный магнитный поток Φ . Замыкаясь на магнитопроводе, этот поток сцепляется с обеими обмотками (первичной и вторичной) и индуцирует в них ЭДС:

$$\begin{aligned} e_1 &= -w_1 \frac{d\Phi}{dt}, \\ e_2 &= -w_2 \frac{d\Phi}{dt}, \end{aligned} \tag{0.33}$$

где w_1 и w_2 – число витков в первичной и вторичной обмотках трансформатора.

При подключении нагрузки к выводам вторичной обмотки трансформатора под действием ЭДС e_2 в цепи этой обмотки создается ток i_2 , а на выводах вторичной обмотки устанавливается напряжение u_2 .

Из (2.33) следует, что ЭДС e_1 и e_2 отличаются друг от друга числом витков обмоток, в которых они наводятся. Поэтому, применяя обмотки с требуемым соотношением витков, можно изготовить трансформатор на любое отношение напряжений.

Обмотку трансформатора, подключенную к сети с более высоким напряжением, называют обмоткой высшего напряжения (ВН); обмотку, присоединенную к сети меньшего напряжения, – обмоткой низшего напряжения (НН).

Трансформаторы обладают свойством обратимости; один и тот же трансформатор можно использовать в качестве повышающего и понижающего. Но обычно трансформатор имеет определенное назначение: либо он является повышающим, либо понижающим.

2.2.2. Электрические и магнитные свойства и параметры силового трансформатора

Основными электрическими элементами силового трансформатора являются обмотки, имеющие электрическое сопротивление. Ток, протекая по этим обмоткам, вызывает их нагрев. Потери рассеивания обмоток обуславливают собственные индуктивности обмоток. Следовательно, в обмотках трансформатора, по которым протекают токи, имеются активные и индуктивные сопротивления.

Процесс намагничивания активной стали магнитопровода характеризуется кривой намагничивания $B = f(H)$. Эта зависимость является нелинейной: на кривой имеется участок, после которого дальнейший рост напряженности магнитного поля практически не приводит к увеличению индукции в стали. Эта зона характеризует насыщение электротехнической стали. Отношение индукции к напряженности поля в любой точке кривой намагничивания называют магнитной проницаемостью (μ), которая характеризует способность материала к намагничиванию. Зависимость магнитной проницаемости электротехнической стали от индукции является также нелинейной.

Вследствие непрерывного изменения величины и направления намагничивающего тока, протекающего в первичной обмотке трансформатора, в магнитопроводе создается переменный магнитный поток, изменение которого приводит к перемагничиванию электротехнической стали.

Электрическая энергия, затраченная на перемагничивание, преобразуется в тепловую энергию, приводящую к нагреву магнитопровода трансформатора.

2.2.3. Математические модели силового трансформатора

Рассмотрим математические модели силовых трансформаторов, которые применяются в задачах, связанных с расчетом установившихся режимов схем электрических сетей. В таких моделях не учитываются емкостные связи между витками каждой из обмоток, между самими обмотками и обмотками и землей, а также распределенность электрических и магнитных параметров. Кроме того, ограничимся рассмотрением симметричных режимов нагрузки трансформаторов.

Получим математическую модель однофазного двухобмоточного трансформатора. Вначале предположим, что трансформатор не имеет магнитопровода (воздушный трансформатор), тогда он может быть представлен схемой рис. 2.9, в которой активные сопротивления обмоток изображены отдельно. Полярности обмоток на схеме отмечены звездочками.

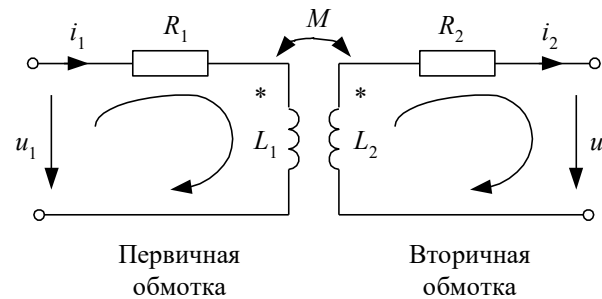


Рис. 2.9. Схема трансформатора без магнитопровода

При обходе контуров на схеме рис. 2.9 в соответствии с заданными направлениями по второму закону Кирхгофа получим уравнения трансформатора в дифференциальной форме:

$$\begin{aligned} u_1 &= R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt}, \\ -u_2 &= R_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt}. \end{aligned} \tag{0.34}$$

Так как направления токов на схеме ориентированы не одинаково по отношению к звездочкам, то полярность $M \frac{di_1}{dt}$ не совпадает с i_2 и, наоборот, полярность $M \frac{di_2}{dt}$ не совпадает с i_1 .

При синусоидальных токах и напряжениях уравнения (2.34) в комплексной форме записываются следующим образом:

$$\begin{aligned} \underline{U}_1 &= R_1 \underline{I}_1 + j\omega L_1 \underline{I}_1 - j\omega M \underline{I}_2, \\ -\underline{U}_2 &= R_2 \underline{I}_2 + j\omega L_2 \underline{I}_2 - j\omega M \underline{I}_1. \end{aligned} \quad (0.35)$$

Эти уравнения равносильны следующим:

$$\begin{aligned} \underline{U}_1 &= R_1 \underline{I}_1 + j\omega(L_1 - M) \underline{I}_1 + j\omega M (\underline{I}_1 - \underline{I}_2), \\ -\underline{U}_2 &= R_2 \underline{I}_2 + j\omega(L_2 - M) \underline{I}_2 - j\omega M (\underline{I}_1 - \underline{I}_2). \end{aligned} \quad (0.36)$$

Последним уравнениям соответствует схема замещения рис. 2.10. В отличие от рис. 2.9 в схеме замещения первичная и вторичная цепи трансформатора связаны не индуктивно, а гальванически.

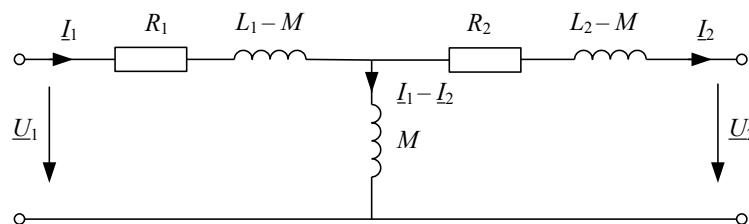


Рис. 2.10. Схема замещения трансформатора без магнитопровода

Входящие в схему рис. 2.10 разности $L_1 - M$ и $L_2 - M$ имеют физический смысл только при одинаковом числе витков первичной w_1 и вторичной w_2 обмоток ($w_1 = w_2$). В этом случае они

представляют собой индуктивности рассеяния L_{s1} и L_{s2} первичной и вторичной обмоток трансформатора.

В реальных трансформаторах для моделирования потерь в стали в схему замещения трансформатора вводят активную проводимость G_{μ} . Для моделирования эффекта намагничивания сердечника вводят реактивную проводимость B_{μ} .

Если взять за основу математической модели трансформатора так называемый идеальный трансформатор с коэффициентом трансформации $n = \frac{w_1}{w_2}$, для которого относительная магнитная проницаемость равна бесконечности и ток намагничивания равен нулю, то добавлением к нему элементов, учитывающих основные паразитные эффекты, можно получить полную схему замещения трансформатора (рис 2.11).

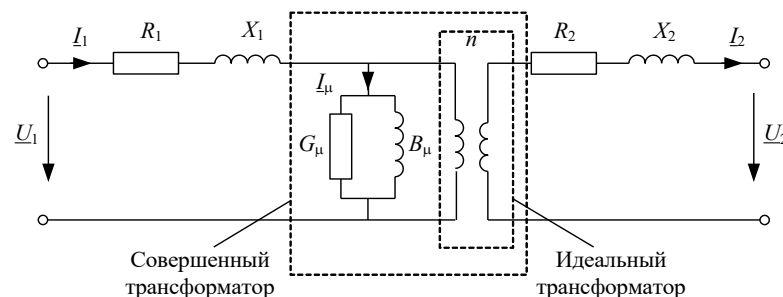


Рис. 2.11. Полная Т-образная схема замещения трансформатора

Потери энергии в обмотках трансформатора при протекании по ним токов учитываются активными сопротивлениями R_1 и R_2 , последовательно с ними включены индуктивности рассеяния, которые учитывают эффект запасания энергии и наведения напряжения в обмотках от потоков рассеяния. Этим индуктивностям соответствуют индуктивные сопротивления обмоток X_1 и X_2 . Ток намагничивания обуславливает намагничивающую силу, которая создает поток взаимной индукции. Величина тока намагничивания I_{μ}

пропорциональна напряжению первичной обмотки. Параллельно индуктивной проводимости намагничивания B_μ включают активную проводимость G_μ , учитывающую потери в сердечнике.

Таким образом, *идеальным трансформатором* является трансформатор, для которого при любых условиях $\frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1} = n$.

Трансформатор, для которого при любой нагрузке $\frac{U_1}{U_2} = n$, называется *совершенным трансформатором* (рис. 2.11).

Во многих случаях пользуются приведенной Т-образной схемой замещения трансформатора (рис 2.12). Получается она приведением сопротивлений вторичной обмотки к напряжению первичной обмотки по соотношениям:

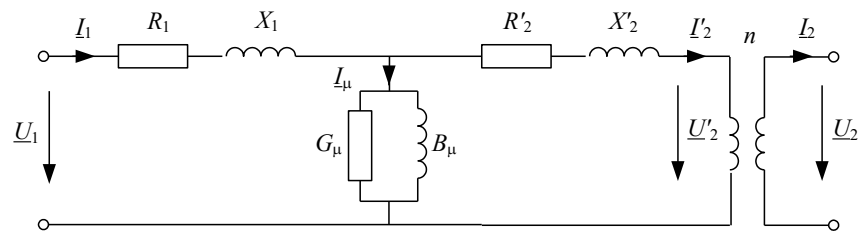


Рис. 2.12. Приведенная Т-образная схема замещения трансформатора

На схеме рис. 2.12 отмечены ток и напряжение:

$$\underline{U}'_2 = n\underline{U}_2, \quad \underline{I}'_2 = \frac{1}{n}\underline{I}_2. \quad (0.37)$$

2.2.4. Г-образная и П-образная схемы замещения силового трансформатора

Обычно для силовых трансформаторов более целесообразна так называемая Г-образная схема замещения, элементы которой имеют простой физический смысл и могут быть вычислены или измерены. Получается она следующим образом.

Ветвь намагничивания переносится на зажимы первичной обмотки и оказывается включенной на напряжение U_1 . Это вносит погрешность в математическую модель, так как в действительности ток намагничивания (ток холостого хода) протекает по первичной обмотке. Обычно ток холостого хода силовых трансформаторов меньше одного процента от номинального тока трансформатора, и такое упрощение считается допустимым. Сопротивления первичной обмотки оказываются последовательно включенными с приведенными сопротивлениями вторичной обмотки, и при их сложении получают так называемые сопротивления трансформатора R_T и X_T (рис. 2.13):

$$R_T = R_1 + R'_2, \quad X_T = X_1 + X'_2.$$

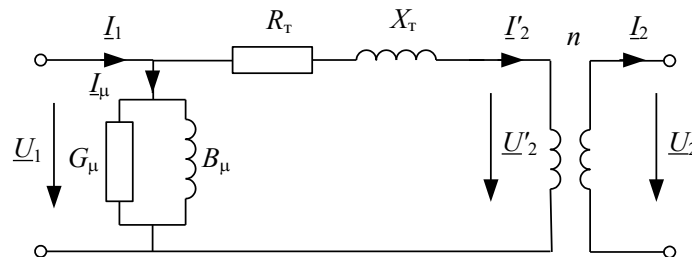


Рис. 2.13. Г-образная схема замещения трансформатора

Полученная схема носит название Г-образной схемы замещения трансформатора и применяется для выполнения расчетов схем электрических сетей, где она еще больше

упрощается посредством представления ветви холостого хода в виде постоянных величин потерь активной и реактивной мощности на холостой ход (рис 2.14).

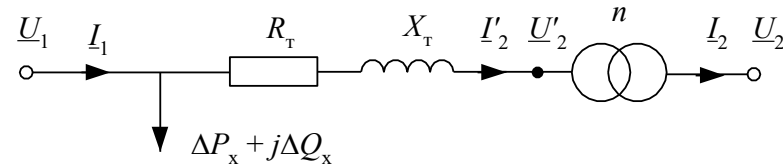


Рис. 2.14. Упрощенная Г-образная схема замещения трансформатора

Все полученное выше для однофазных трансформаторов можно распространить на каждую фазу трехфазного трансформатора.

Сопротивления и проводимости Г-образной схемы замещения трансформатора, приведенные к напряжению обмотки первичного напряжения, определяются по формулам:

$$R_T = \frac{P_K U_{\text{НОМ}}^2}{S_{\text{НОМ}}^2}; \quad X_T = \frac{U_K U_{\text{НОМ}}^2}{100 S_{\text{НОМ}}}; \quad (0.38)$$

$$G_\mu = \frac{P_x}{U_{\text{НОМ}}^2}; \quad B_\mu = \frac{I_x S_{\text{НОМ}}}{100 U_{\text{НОМ}}^2} = \frac{Q_x}{U_{\text{НОМ}}^2}.$$

Моделирование элементов схем электрических сетей при использовании специальных программ для расчета их режимов работы удобно выполнять по П-образным схемам замещения. Такую схему замещения можно получить и для трансформатора.

Получим параметры П-образной схемы замещения (см. рис. 2.6) на основе Г-образной схемы замещения двухобмоточного понижающего трансформатора с коэффициентом трансформации $n > 1$ (рис. 2.13).

Найдем напряжение и ток первичной обмотки:

$$\underline{U}_1 = n\underline{U}_2 + \Delta\underline{U}_T = n\underline{U}_2 + (R_T + jX_T) \frac{I_2}{n}, \quad (0.39)$$

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_\mu + \frac{I_2}{n} = (G_\mu - jB_\mu) \underline{U}_1 + \frac{I_2}{n}. \quad (0.40)$$

После подстановки (2.39) в (2.40) получим

$$\underline{I}_1 = n(G_\mu - jB_\mu) \underline{U}_2 + \frac{1}{n} ((R_T + jX_T)(G_\mu - jB_\mu) + 1) I_2. \quad (0.41)$$

Сопоставляя выражения (2.39) и (2.41) с уравнениями четырехполюсника

$$\begin{aligned} \underline{U}_1 &= \underline{A}\underline{U}_2 + \underline{B}\underline{I}_2, \\ \underline{I}_1 &= \underline{C}\underline{U}_2 + \underline{D}\underline{I}_2 \end{aligned} \quad (0.42)$$

и учитывая соотношения между коэффициентами четырехполюсника и параметрами П-образной схемы замещения [см. (2.22)]:

$$\begin{aligned} \underline{A} &= 1 + \underline{Z}\underline{Y}_2, \\ \underline{B} &= \underline{Z}, \\ \underline{C} &= \underline{Y}_1 + \underline{Y}_1 \underline{Z} \underline{Y}_2 + \underline{Y}_2, \\ \underline{D} &= 1 + \underline{Z}\underline{Y}_1, \end{aligned} \quad (0.43)$$

будем иметь:

$$\begin{aligned}
\underline{A} &= 1 + \underline{Z}\underline{Y}_2 = n, \\
\underline{B} &= \underline{Z} = \frac{\underline{Z}_T}{n}, \\
\underline{C} &= \underline{Y}_1 + \underline{Y}_1 \underline{Z}\underline{Y}_2 + \underline{Y}_2 = n\underline{Y}_\mu, \\
\underline{D} &= 1 + \underline{Z}\underline{Y}_1 = \frac{1}{n} \left(1 + \underline{Z}_T \underline{Y}_\mu \right).
\end{aligned}
\tag{0.44}$$

Из полученных соотношений можно найти параметры П-образной схемы замещения трансформатора:

$$\begin{aligned}
\underline{Z} &= \frac{1}{\underline{Z}_T}, \\
\underline{Y}_1 &= \frac{1}{\underline{Z}_T} (1 - n) + \underline{Y}_\mu, \\
\underline{Y}_2 &= \frac{n}{\underline{Z}_T} (n - 1).
\end{aligned}
\tag{0.45}$$

П-образная схема замещения трансформатора в отличие от П-образной схемы замещения ЛЭП является несимметричной, т. е. $\underline{Y}_1 \neq \underline{Y}_2$.

2.2.5. Построение внешней характеристики трансформатора

Внешней характеристикой трансформатора называют зависимость изменения вторичного напряжения U_2 от тока нагрузки I_2 при постоянном коэффициенте мощности приемника $\cos \varphi = \text{const}$ и номинальном первичном напряжении $U_1 = U_{\text{ном}}$. Сопоставляя внешние характеристики, полученные для различных математических моделей трансформатора, с экспериментально найденной характеристикой трансформатора, можно оценить величину погрешности различных моделей и определить, таким образом, область их использования.

Построим внешнюю характеристику силового трансформатора по его математической модели при изменении тока вторичной обмотки от нуля до $I_{\text{ном}}$ для трех различных коэффициентов мощности: 0,8; 0,9 и 1,0.

Внешнюю характеристику $U_2 = f(I_2)$ построим по уравнению

$$\underline{U}_1 = \underline{A}U_2 + \sqrt{3}B\underline{I}_2. \quad (0.46)$$

Примем $\underline{U}_1 = U_1 = \text{const}$ (совместим с вещественной осью), тогда векторная диаграмма токов и напряжений трансформатора будет иметь вид, как на рис. 2.15.

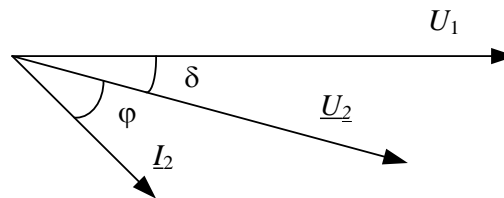


Рис. 2.15. Векторная диаграмма токов и напряжений 1

Выразим из (2.46) напряжение \underline{U}_2 :

$$\underline{U}_2 = \frac{U_1 - \sqrt{3}BI_2}{A}. \quad (0.47)$$

Здесь ток \underline{I}_2 имеет угол сдвига относительно вещественной оси $-(\delta + \varphi)$, а напряжение вторичной обмотки представлено в комплексном виде: $|\underline{U}_2|$ и δ , где δ входит в левую часть уравнения: $\underline{U}_2 = U_2 e^{-j\delta}$ и в правую: $\underline{I}_2 = I_2 e^{-j(\varphi + \delta)}$.

Чтобы получить зависимость величины (модуля) U_2 от величины (модуля) I_2 , необходимо перейти к уравнениям с вещественными переменными. Для удобства примем совмещенным с действительной осью вектор \underline{U}_2 , тогда векторная диаграмма токов и напряжений примет вид, показанный на рис. 2.16.

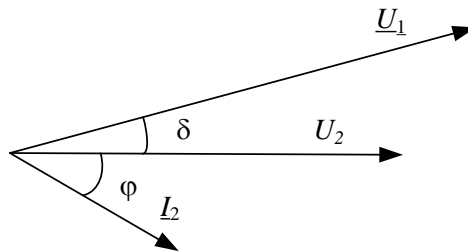


Рис. 2.16. Векторная диаграмма токов и напряжений 2

Тогда напряжение U_2 :

$$U_2 = \frac{U_1 - \sqrt{3}BI_2}{A}, \quad (0.48)$$

где $\underline{U}_1 = U_1 e^{j\delta}$; $\underline{I}_2 = I_2 e^{-j(\varphi + \delta)}$.

Разделим уравнение (2.48) на два уравнения с вещественными переменными. С учетом $\underline{A} = A = n$ и $\underline{B} = B' + jB''$ будем иметь систему уравнений:

$$\begin{aligned}
 U_2 &= \frac{1}{A} [U_1' - \sqrt{3}(B'I_2' + B''I_2')], \\
 0 &= \frac{1}{A} [U_1'' - \sqrt{3}(B''I_2' - B'I_2'')].
 \end{aligned}
 \tag{0.49}$$

Так как $I_2' = I_2 \cos \varphi$, $I_2'' = I_2 \sin \varphi$ и $U_1 = \sqrt{U_1'^2 + U_1''^2}$, то получаем систему уравнений

$$\begin{aligned}
 U_2 &= \frac{1}{A} [U_1' - \sqrt{3}(B'I_2 \cos \varphi + B''I_2 \sin \varphi)], \\
 0 &= \frac{1}{A} [U_1'' - \sqrt{3}(B''I_2 \cos \varphi - B'I_2 \sin \varphi)], \\
 U_1^2 &= U_1'^2 + U_1''^2
 \end{aligned}
 \tag{0.50}$$

с неизвестными U_2 , U_1' и U_1'' .

Изменяя ток I_2 в пределах от нуля до $I_{2\text{ном}}$, будем искать решение системы уравнений (2.50) для каждого значения I_2 и строить зависимость $U_2 = f(I_2)$.

В Mathcad имеется возможность определения функции как решения системы уравнений. Для этого выражение с Find имеет вид определения функции: $f(x) := \text{Find}(x)$ и далее в документе Mathcad $f(x)$ становится определенной и является функцией аргумента x .

В нашем случае аргументами функции с Find будет U_2 (по условию с углом равным нулю) и $\cos \varphi$, который также будет различным для разных выходных характеристик.

Пример 1. Определим функцию как решение системы уравнений.

Для удобства записи введем еще две переменные $I_2' = I_2 \cos \varphi$ и $I_2'' = I_2 \sin \varphi$.

Начальные приближения:

$$\boxed{U_2 := \frac{U_1}{n} \quad U_1' := U_1 \quad U_1'' := 0 \quad I_2 := 0 \quad I_2' := 0}$$

Решающий блок Mathcad:

<p>Given</p> $U_2 = \frac{U'_1}{A} - \sqrt{3} \cdot \frac{(\operatorname{Re}(B) \cdot I_2 + \operatorname{Im}(B) \cdot I''_2)}{A}$ $0 = U''_1 - \sqrt{3} \cdot (\operatorname{Im}(B) \cdot I_2 - \operatorname{Re}(B) \cdot I''_2)$ $U_1^2 = U'_1{}^2 + U''_1{}^2$ $I_2 = I \cdot \cos\varphi$ $I''_2 = I \cdot \sqrt{1 - \cos^2\varphi}$

Функция как решение системы уравнений:

$F(I, \cos\varphi) := \operatorname{Find}(U_2, U'_1, U''_1, I_2, I''_2)$
--

Здесь функция F является вектор-функцией, т. е. содержит пять элементов (по числу неизвестных). Первый элемент дает функцию U_2 , второй – U'_1 и т. д. Нас интересует только первый элемент: функция U_2 от I_2 и $\cos\varphi$. Если переменная ORIGIN в Mathcad имеет заданное по умолчанию значение 0, то наша функция будет использоваться в виде $F(I_2, \cos\varphi)_0$. Так, например, для $\cos\varphi = 0,8$ выходная характеристика будет строиться по функции $F(I_2, 0.8)_0$ при изменении тока от 0 до $I_{\text{ном}}$.

Пример 2. Построим внешнюю характеристику силового трансформатора ТРДЦН-63000/110 по его математической модели – Γ -образной схеме замещения.

Расчеты и построение характеристики выполним в Mathcad. Напряжения в киловольтах, мощности в киловольт-амперах, токи в килоамперах, сопротивления в омах, проводимости в сименсах.

Параметры трансформатора:

$$\begin{array}{l} U_{1nom} := 115 \quad U_{2nom} := 10.5 \quad S_{nom} := 63000 \quad P_x := 59.0 \quad Q_x := 410 \\ R := 0.8 \quad X := 22 \end{array}$$

Номинальный ток, коэффициент трансформации и параметры ветви намагничивания:

$$\begin{array}{l} I_{2nom} := \frac{S_{nom}}{\sqrt{3} \cdot U_{2nom}} \cdot 10^{-3} \quad n := \frac{U_{1nom}}{U_{2nom}} \quad G_{\mu} := \frac{P_x}{U_{1nom}^2} \cdot 10^{-3} \quad B_{\mu} := \frac{Q_x}{U_{1nom}^2} \cdot 10^{-3} \\ I_{2nom} = 3.464 \quad n = 10.952 \quad G_{\mu} = 4.461 \times 10^{-6} \quad B_{\mu} = 3.1 \times 10^{-5} \end{array}$$

Коэффициенты \underline{A} и \underline{B} четырехполюсника:

$$\begin{array}{l} A := n \quad B := \frac{R + j \cdot X}{n} \quad B = 0.073 + 2.009i \end{array}$$

Условия построения характеристики:

$$U_1 := U_{1nom} \quad I := 0, 0.1 \cdot I_{2nom} \cdot I_{2nom}$$

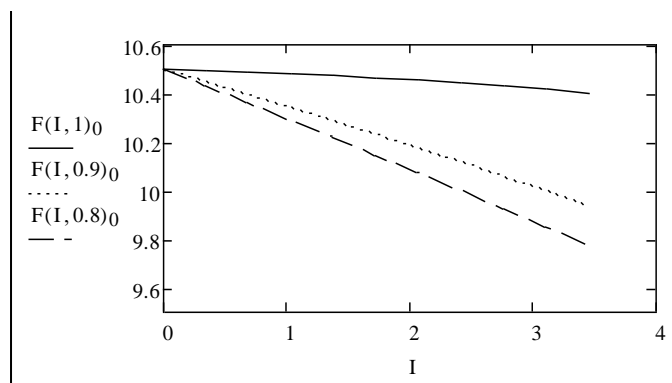
Начальные приближения:

$$U_2 := \frac{U_1}{n} \quad U'_1 := U_1 \quad U''_1 := 0 \quad I_2 := 0 \quad I'_2 := 0$$

Решающий блок Mathcad:

$$\begin{aligned}
 &\text{Given} \\
 U_2 &= \frac{U'_1}{A} - \sqrt{3} \cdot \frac{(\operatorname{Re}(B) \cdot I'_2 + \operatorname{Im}(B) \cdot I''_2)}{A} \\
 0 &= U''_1 - \sqrt{3} \cdot (\operatorname{Im}(B) \cdot I'_2 - \operatorname{Re}(B) \cdot I''_2) \\
 U_1^2 &= U'_1{}^2 + U''_1{}^2 \\
 I_2 &= I \cdot \cos f \\
 I''_2 &= I \cdot \sqrt{1 - \cos^2 f} \\
 F(I, \cos f) &:= \text{Find}(U_2, U'_1, U''_1, I_2, I''_2)
 \end{aligned}$$

Внешние характеристики для трех значений коэффициента мощности: 1; 0,9 и 0,8:



Снижение напряжения на вторичной обмотке с ростом тока нагрузки вызвано потерей напряжения в сопротивлениях обмоток трансформатора. Для того чтобы не допустить снижения напряжения у потребителей электроэнергии, в силовых трансформаторах предусмотрено специальное устройство – регулятор напряжения, который при росте тока нагрузки изменяет коэффициент трансформации таким образом, чтобы обеспечить необходимое напряжение на шинах вторичного напряжения трансформатора.

Получим внешнюю характеристику трансформатора по его упрощенной модели, в которой не учитываются активные параметры: $R_T = 0$ и $G_\mu = 0$, и сопоставим полученные характеристики с характеристиками, полученными по полной модели.

Коэффициенты A и B четырехполюсника для упрощенной модели:

$$A := n \quad B := \frac{j \cdot X}{n} \quad B = 2.009i$$

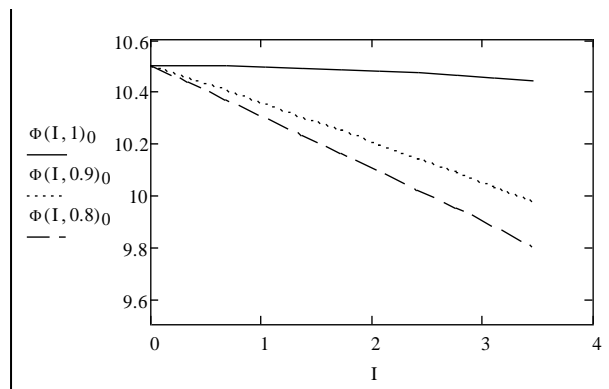
Начальные приближения:

$$U_2 := \frac{U_1}{n} \quad U'_1 := U_1 \quad U''_1 := 0 \quad I_2 := 0 \quad I''_2 := 0$$

Решающий блок Mathcad:

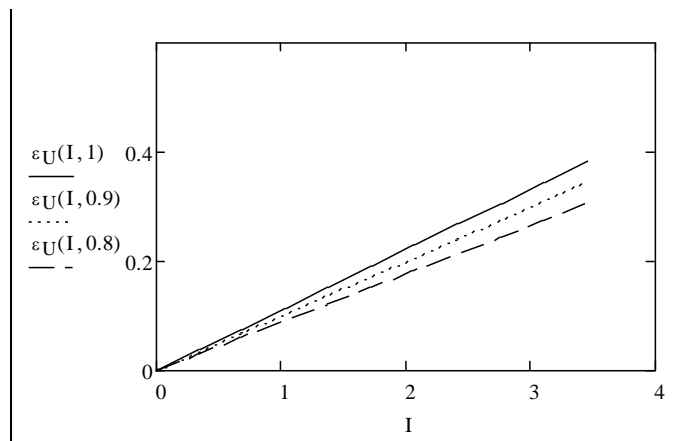
$$\begin{aligned} U_2 &= \frac{U_1}{A} - \sqrt{3} \cdot \frac{(\operatorname{Re}(B) \cdot I_2 + \operatorname{Im}(B) \cdot I''_2)}{A} \\ 0 &= U''_1 - \sqrt{3} \cdot (\operatorname{Im}(B) \cdot I_2 - \operatorname{Re}(B) \cdot I''_2) \\ U_1^2 &= U'_1{}^2 + U''_1{}^2 \\ I_2 &= I \cdot \operatorname{cosf} \\ I''_2 &= I \cdot \sqrt{1 - \operatorname{cosf}^2} \\ \Phi(I, \operatorname{cosf}) &:= \operatorname{Find}(U_2, U'_1, U''_1, I_2, I''_2) \end{aligned}$$

Внешние характеристики для трех значений коэффициента мощности: 1; 0,9 и 0,8:



Вычислим и построим функции погрешностей внешних характеристик упрощенной модели:

$$\varepsilon_U(I, \cos f) := \frac{|F(I, \cos f)_0 - \Phi(I, \cos f)_0|}{|F(I, \cos f)_0|} \cdot 100$$



Из последнего рисунка видно, что погрешности характеристик упрощенной модели не превышают 0,4 %. Такая погрешность вполне допустима во многих задачах расчета

установившихся режимов и токов короткого замыкания в электрических системах и поэтому иногда активным сопротивлением обмоток трансформатора и потерями в стали пренебрегают. Следует, однако, заметить, что для трансформаторов малой мощности такая картина не сохраняется и применение упрощенной модели становится более ограниченным.

2.3.1. Статические характеристики электрической нагрузки

Процесс потребления электрической энергии отождествляется с понятием электрической нагрузки, которая характеризуется мощностью и энергией. Нагрузкой может быть один электроприемник, группа однотипных электроприемников или совокупность различных электроприемников – смешанная нагрузка.

К основным электроприемникам в электрической системе относятся:

- асинхронные двигатели,
- синхронные двигатели,
- лампы накаливания,
- люминесцентные лампы,
- печи сопротивления,
- дуговые печи.

Существует также большое число устройств и бытовых приборов, в которых сочетаются различные по типу электроприемники.

В задачах анализа установившихся режимов электрических систем необходима величина активной и реактивной мощности нагрузки. Физическая природа потребления энергии электрической нагрузкой такова, что ее активная и реактивная мощности зависят от подведенного напряжения и частоты в электрической системе. Такие зависимости носят название статических характеристик нагрузок по частоте и по напряжению. Разные типы электрических нагрузок имеют различные статические характеристики. В совокупности различных типов электроприемников рассматриваются статические характеристики смешанной нагрузки.

Статические характеристики используются при регулировании частоты и напряжения в ЭЭС. В общем они записываются как $P = \varphi(f, U)$, $Q = \psi(f, U)$.

Здесь мы будем рассматривать зависимости мощности нагрузки только от напряжения – статические характеристики нагрузки по напряжению $P(U)$ и $Q(U)$. При этом будем считать частоту в ЭЭС неизменной величиной. По статическим характеристикам, построенным в относительных номинальных единицах, могут быть определены регулирующие эффекты нагрузки – как производные $\frac{\partial P}{\partial U}$, $\frac{\partial Q}{\partial U}$ в какой-либо рабочей точке характеристики, например при $U = U_{\text{ном}}$.

Регулирующий эффект показывает степень снижения активной и реактивной нагрузки при изменении напряжения. Чем больше регулирующий эффект, тем сильнее изменяется мощность, потребляемая нагрузкой при изменении напряжения или частоты.

Для различных электроприемников и их сочетаний статические характеристики получаются разными и зависящими от их рабочих режимов. Практически приходится пользоваться статическими характеристиками, полученными экспериментально. В некоторых случаях их удастся получить расчетным путем.

Статические характеристики изображают в координатах относительных величин – активной и реактивной мощности от частоты и напряжения (рис. 2.17).

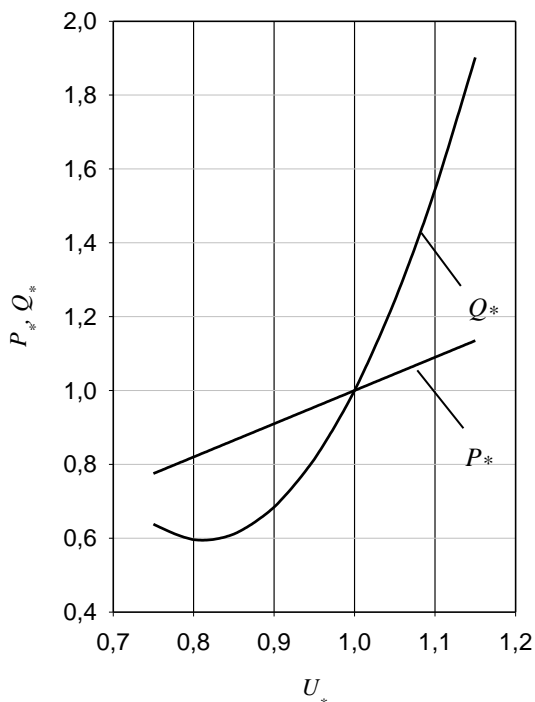


Рис. 2.17. Средние статические нагрузки по напряжению для смешанной нагрузки

На рис. 2.17 относительная величина напряжения $U_* = U / U_{\text{ном}}$, а относительные мощности определяются по отношению к номинальной или какой либо выбранной величине мощности нагрузки: $P_* = P / P_{\text{ном}}$, $Q_* = Q / Q_{\text{ном}}$.

Следует отметить, что в ЭЭС и конкретно у потребителей устанавливаются специальные автоматические регулирующие устройства, которые компенсируют изменение напряжения на электроприемниках, что в значительной мере снижает регулирующие эффекты нагрузки. В простейшем случае это стабилизаторы напряжения, а в высоковольтных сетях – мощные

регулируемые компенсирующие устройства реактивной мощности и регуляторы напряжения силовых трансформаторов. Рассмотрим статические характеристики отдельных видов нагрузки.

Асинхронные двигатели

Принцип действия асинхронного двигателя основан на явлении электромагнитной индукции. В неподвижную трехфазную обмотку статора асинхронного двигателя подается переменный ток, который формирует в статоре вращающееся магнитное поле. Это поле пересекает проводники замкнутой обмотки ротора и наводит в них ЭДС, под действием которых по обмотке ротора будет протекать ток. Взаимодействие этого тока с полем статора создает на проводниках обмотки ротора электромагнитные силы – вращающий момент, направление которого определяется по правилу «левой руки». Эти силы увлекают ротор в сторону вращения магнитного потока. Скорость вращения ротора всегда меньше скорости вращения магнитного поля статора. Если предположить, что в какой-то момент времени частота вращения ротора оказалась равной частоте вращения поля статора, то проводники обмотки ротора не будут пересекать магнитное поле статора и тока в роторе не будет. В этом случае вращающий момент станет равным нулю, и частота вращения ротора уменьшится по сравнению с частотой вращения поля статора, пока не возникнет вращающий момент, уравновешивающий момент нагрузки на валу двигателя и момент сил трения в подшипниках.

Асинхронные двигатели имеют различные статические характеристики. Активная мощность двигателей в значительной мере зависит от характеристик машин, приводимых во вращение двигателями. Реактивная мощность имеет разную зависимость от напряжения, обусловленную номинальной мощностью двигателя. Маломощные двигатели имеют более крутые характеристики по сравнению с мощными двигателями.

Реактивная мощность, потребляемая асинхронными двигателями, складывается из намагничивающей мощности, связанной с намагничивающим током, и мощности рассеяния,

связанной с созданием полей рассеяния в статоре и роторе. При снижении напряжения реактивная мощность рассеяния растет, а намагничивающая мощность снижается. Суммарная мощность вначале снижается, а затем вновь начинает расти. При определенном напряжении, называемом критическим, двигатель останавливается и его дальнейшая работа становится невозможной.

Синхронные двигатели

Вращающееся магнитное поле статора синхронной машины увлекает за собой ротор, который является электромагнитом-индуктором. Разноименные полюса магнитного поля статора и ротора притягиваются, и ротор вращается с постоянной скоростью. Для того чтобы ротор стал электромагнитом, на него подается постоянный ток – ток возбуждения. Этот ток при вращении ротора вызывает магнитное поле в статоре – реакцию якоря. В зависимости от величины тока возбуждения синхронный двигатель может работать в режиме перевозбуждения или недовозбуждения. Режим перевозбуждения – это нормальный режим работы двигателя. Мощные синхронные двигатели изготавливают с номинальным коэффициентом мощности 0,9 и 0,8 при работе с перевозбуждением.

Синхронные двигатели используются как источники реактивной мощности в ЭЭС и применяются для регулирования напряжения. Ток возбуждения синхронных машин изменяется в соответствии с законом регулирования напряжения в сети, поэтому статические характеристики синхронного двигателя по реактивной мощности зависят от закона регулирования напряжения в узле нагрузки, к которому он присоединен. В целом синхронные двигатели имеют положительный регулирующий эффект как по активной, так и по реактивной мощности.

Осветительная нагрузка

Установки электрического освещения с лампами накаливания, люминесцентными, дуговыми ртутными, натриевыми, ксеноновыми применяются на всех предприятиях для

внутреннего и наружного освещения, для бытовых потребителей, нужд городского освещения и т. д.

Лампы накаливания излучают свет за счет свечения нити накаливания при большой температуре. При этом значительная часть потребляемой лампами накаливания энергии тратится на превращение в тепловую энергию. Если считать сопротивление R нити накаливания неизменным, а индуктивным сопротивлением пренебречь, то активная мощность лампы будет пропорциональна квадрату подведенного напряжения:

$$P(U) = \frac{U^2}{R}. \quad (0.51)$$

Однако с изменением тока, протекающего по нити накаливания, ее температура и сопротивление меняются: с увеличением тока растет температура и увеличивается сопротивление нити и, наоборот, при снижении напряжения нить остывает и сопротивление снижается.

Экспериментально установлено, что потребляемая лампами накаливания мощность пропорциональна напряжению в степени 1,5...1,6. Реактивная мощность лампами накаливания практически не потребляется.

Печи сопротивления

Они имеют характеристики, схожие с характеристиками ламп накаливания.

Дуговые печи

Дуговые печи представляют собой сложную и тяжелую нагрузку для энергосети – это крупный несимметричный и в высокой степени нестабильный потребитель по реактивной мощности. Флуктуации реактивной мощности, особенно выраженные на стадии расплава, приводят к падениям напряжения, уменьшающим активную мощность, поступающую к электропечи и другим электрическим нагрузкам, подсоединенным к тем же шинам

распределительного устройства. Активная мощность, потребляемая печью, меняется пропорционально квадрату напряжения.

Компенсирующие устройства

Устройства типа индуктивности и емкости имеют квадратичные зависимости реактивной мощности от напряжения (если их реактивные сопротивления постоянны). Емкостная нагрузка имеет отрицательный регулирующий эффект.

Большинство компенсирующих устройств в настоящее время выпускаются с регулирующими устройствами, т. е. при изменении напряжения на шинах, где подключены компенсирующие устройства, последние изменяют свою мощность в соответствии с законом регулирования. Чаще всего компенсирующие устройства стабилизируют напряжение, т. е. поддерживают его на заданном уровне, что эквивалентно положительному регулируемому эффекту.

2.3.2. Моделирование электрических нагрузок

Статические характеристики для каждого типа электрической нагрузки и их совокупностей могут быть получены экспериментально. Однако в каждом конкретном случае это затруднительно и чаще всего пользуются так называемыми типовыми характеристиками. Так, например, можно выделить статические характеристики асинхронных двигателей малой, средней и большой мощности или статические характеристики определенного состава смешанной нагрузки. Полученные по таким нагрузкам статические характеристики обобщаются и представляются в виде математических моделей. В общем случае статические характеристики нагрузки по напряжению могут быть представлены в виде

$$\begin{aligned} P(U) &= P_0 P_*(U) = P_0 \left[a_P \left(\frac{U}{U_{\text{ном}}} \right)^2 + b_P \left(\frac{U}{U_{\text{ном}}} \right) + c_P \right]; \\ Q(U) &= Q_0 Q_*(U) = Q_0 \left[a_Q \left(\frac{U}{U_{\text{ном}}} \right)^2 + b_Q \left(\frac{U}{U_{\text{ном}}} \right) + c_Q \right]. \end{aligned} \quad (0.52)$$

где P_0 и Q_0 – активная и реактивная мощности нагрузки при номинальном напряжении; $P_*(U)$ и $Q_*(U)$ – статические характеристики нагрузок в относительных единицах; $U_{\text{ном}}$ – номинальное напряжение нагрузки или сети; a_P , a_Q , b_P , b_Q , c_P и c_Q – коэффициенты (параметры) моделей, полученные в результате обработки экспериментальных данных.

Средние статические характеристики примерно соответствуют следующему составу нагрузки, %:

Крупные асинхронные двигатели .	15
Мелкие асинхронные двигатели ...	35
Крупные синхронные двигатели...	9
Печи и ртутные выпрямители	11
Освещение и бытовая нагрузка.....	22
Потери в сетях	8

Обычно принимается $a_p = 0$, т. е. линейная зависимость активной нагрузки от напряжения. Коэффициенты b_p и c_p в зависимости от характеристики узла нагрузки приведены в табл. 2.4.

Таблица 2.4

Значения коэффициентов b_p и c_p

Характер нагрузки	Статические характеристики					
	пологие		средние		крутые	
	b_p	c_p	b_p	c_p	b_p	c_p
Преобладают крупные промышленные предприятия	0,3	0,7	0,6	0,4	0,9	0,1
В среднем	0,4	0,6	0,9	0,1	1,4	-0,4
Крупных промышленных предприятий нет	0,9	0,1	1,2	-0,2	1,5	-0,5

Коэффициенты a_Q , b_Q и c_Q в зависимости от коэффициента мощности приведены в табл. 2.5.

Таблица 2.5

Значения коэффициентов a_Q , b_Q и c_Q

Коэффициент мощности	Статические характеристики								
	пологие			средние			крутые		
	a_Q	b_Q	c_Q	a_Q	b_Q	c_Q	a_Q	b_Q	c_Q
0,83...0,87	10	-18	9	9,6	-15,3	6,7	10	-14,4	5,4
0,88...0,90	11,9	-21,8	10,9	11,4	-18,5	8,1	11,9	-17,4	6,5
0,91...0,93	14,1	-26,2	13,1	13,5	-22,2	9,7	14,1	-21	7,9

Моделирование электрических нагрузок статическими характеристиками по напряжению в расчетах установившихся режимов считается наиболее точным способом учета потребляемой мощности нагрузки. Однако для получения действительных статических характеристик требуются экспериментальные исследования, а для подбора типовых статических характеристик должен быть известен состав нагрузки, который может сильно изменяться во времени. Кроме того, в этом случае в расчетах непременно следует учитывать действие регуляторов напряжения, что значительно усложняет подготовку данных и требует знания законов регулирования.

Поэтому в большинстве случаев пользуются самой простой моделью нагрузки – постоянными значениями активной и реактивной мощности: $P = \text{const}$, $Q = \text{const}$.

В некоторых задачах, в которых выполняются расчеты установившихся режимов, токов короткого замыкания в электрической сети или расчеты устойчивости ЭЭС, нагрузки принято представлять схемами замещения. Такое представление является точным в том случае, если для нагрузки известны ее статические характеристики и величина подведенного напряжения. В других случаях такие модели являются приближенными.

Рассмотрим электрическую цепь, в которой имеется нагрузка, представленная в виде сопротивления \underline{Z}_H . Это сопротивление в общем случае является переменной величиной – получается нелинейная электрическая цепь. Даже если считать мощность, потребляемую нагрузкой, постоянной, сопротивление будет меняться в зависимости от напряжения по формуле

$$\underline{Z}_H = \frac{U_H^2}{\underline{S}_H^*}. \quad (2.53)$$

Кроме того, мощность также зависит от напряжения по статической характеристике и поэтому

$$\underline{Z}_H = \frac{U_H^2}{P_H(U_H) - jQ_H(U_H)}. \quad (2.54)$$

Нагрузка может быть представлена в виде двух схем замещения: с последовательным и параллельным соединением элементов (рис. 2.18).

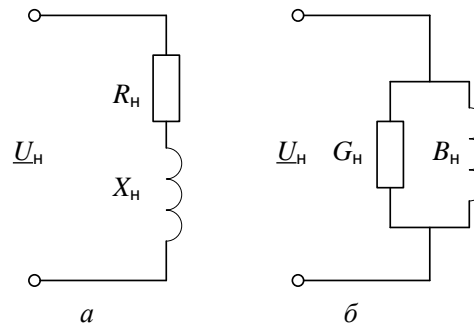


Рис. 2.18. Схемы замещения нагрузки

При последовательном соединении:

$$\underline{Z}_H = \frac{U_H^2}{\underline{S}_H^*} = \frac{U_H^2}{S_H} (\cos \varphi + j \sin \varphi) = R_H + jX_H, \quad (2.55)$$

а при параллельном:

$$\underline{Y}_H = \frac{\underline{S}_H^*}{U_H^2} = \frac{S_H}{U_H^2} (\cos \varphi - j \sin \varphi) = G_H - jB_H. \quad (2.56)$$

При постоянной величине заданного сопротивления или проводимости моделирование с помощью выражений (2.55) и (2.56) дает характеристики:

$$P_H(U_H) = \frac{S_H^2}{U_H^2} R_H, \quad Q_H(U_H) = \frac{S_H^2}{U_H^2} X_H,$$

$$P_H(U_H) = U_H^2 G_H, \quad Q_H(U_H) = U_H^2 B_H. \quad (2.57)$$

Моделирование постоянным сопротивлением дает обратную квад-ратичную зависимость от напряжения, а постоянной проводимостью – зависимость пропорционально квадрату напряжения. Вторая модель хорошо согласуется с моделью статической характеристики реактивной мощности нагрузки (2.52), поэтому для реактивной мощности вполне приемлема. Для активной мощности можно, например, воспользоваться линейной моделью, тогда будем иметь:

$$P_H(U_H) = U_H U_{\text{ном}} G_H, \quad Q_H(U_H) = U_H^2 B_H, \quad (2.58)$$

где G_H и B_H вычислены при номинальном напряжении нагрузки.

На рис. 2.19 представлены действительные статические характеристики нагрузки (сплошные линии) и характеристики, полученные по моделям (2.58) – пунктирные линии.

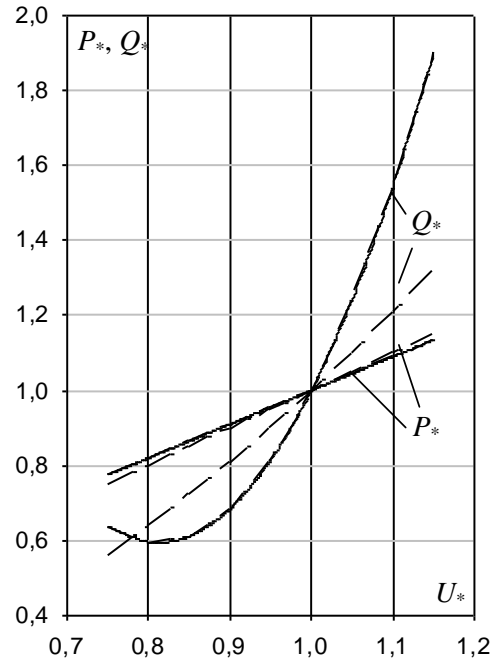


Рис. 2.19. Действительные статические характеристики нагрузки и зависимости мощностей от напряжения при моделировании нагрузки схемой замещения

Иногда в качестве данных по нагрузке бывают известны измеренные токи нагрузки. Принимая какое-либо значение коэффициента мощности нагрузки, ее можно моделировать постоянными значениями токов I_H :

$$\begin{aligned} P_H(U_H) &= \sqrt{3} \cdot U_H I_H \cos \varphi; \\ Q_H(U_H) &= \sqrt{3} \cdot U_H I_H \sin \varphi, \end{aligned} \quad (2.59)$$

что дает линейные статические характеристики как активной, так и реактивной мощности. Такие модели нагрузки используются в низковольтных сетях и сетях среднего напряжения.

Все математические модели электрических нагрузок, рассмотренные выше, сведены в табл. 2.6.

Таблица 2.6

Математические модели электрических нагрузок

Математические модели	Мощность нагрузки	Примечания
Статические характеристики нагрузки по напряжению	$P_H = \varphi(U_H), \quad Q_H = \psi(U_H)$	Получаются по данным эксперимента или подбором типовых характеристик
Постоянные значения мощности нагрузки	$P_H = \text{const}, \quad Q_H = \text{const}$	
Схема замещения: $\underline{Y}_H = G_H - jB_H = \text{const}$	$P_H = U_H^2 G_H$ или $P_H = U_H U_{\text{НОМ}} G_H,$ $Q_H = U_H^2 B_H$	$\underline{Y}_H = \frac{S_{\text{НОМ}}}{U_{\text{НОМ}}^2} (\cos \varphi - j \sin \varphi)$
Схема замещения: $\underline{Z}_H = R_H + jX_H = \text{const}$	$P_H(U_H) = \frac{S_{\text{НОМ}}^2}{U_H^2} R_H,$ $Q_H(U_H) = \frac{S_{\text{НОМ}}^2}{U_H^2} X_H$	$\underline{Z}_H = \frac{U_{\text{НОМ}}^2}{S_{\text{НОМ}}} (\cos \varphi + j \sin \varphi)$
Постоянное значение тока нагрузки: $I_H = \text{const} (\varphi = \text{const})$	$P_H = \sqrt{3} \cdot U_H I_H \cos \varphi,$ $Q_H = \sqrt{3} \cdot U_H I_H \sin \varphi$	$I_H = \frac{S_{\text{НОМ}}}{\sqrt{3} U_{\text{НОМ}}}$

Примечание. Во всех формулах S_{H0} – полная мощность нагрузки, которая может быть принята равной номинальной или максимальной мощности, а также мощности некоторого исходного или начального режима работы электроприемника или потребителя.

Пример. Найти коэффициенты статической характеристики нагрузки по опытными данным для активной и реактивной мощности и определить их регулирующие эффекты.

Используем линейную модель для активной мощности и параболу для реактивной мощности. Построение характеристик выполним в Mathcad.

Все величины приведены в относительных единицах.

Исходные данные (результаты эксперимента):

$$D := \begin{pmatrix} 0.82 & 0.82 & 0.61 \\ 0.86 & 0.86 & 0.69 \\ 0.91 & 0.93 & 0.79 \\ 0.95 & 0.96 & 0.90 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1.05 & 1.04 & 1.13 \\ 1.09 & 1.09 & 1.27 \\ 1.14 & 1.13 & 1.41 \end{pmatrix} \quad U := D^{(0)} \quad P := D^{(1)} \quad Q := D^{(2)}$$

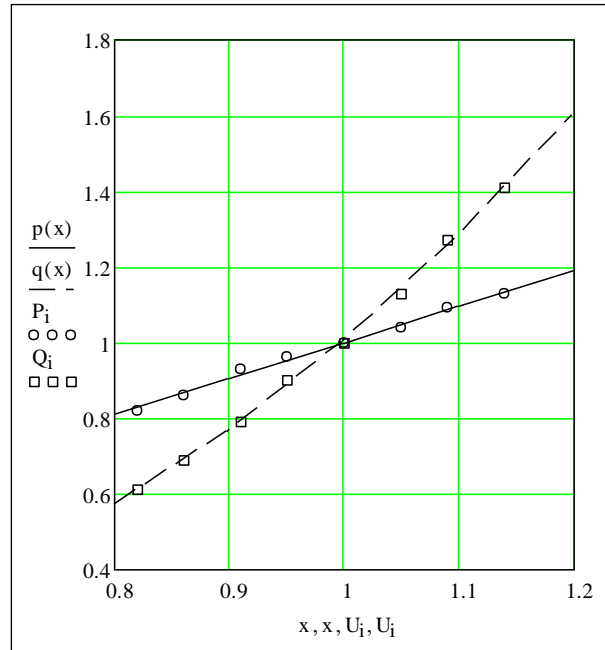
Коэффициенты функции полиномиальной регрессии:

$$\begin{array}{l}
 \text{vsp} := \text{regress}(U, P, 1) \quad \text{vsp} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 1 \\ 0.045 \\ 0.955 \end{pmatrix} \quad \text{vsq} := \text{regress}(U, Q, 2) \quad \text{vsq} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 2 \\ 0.539 \\ -1.643 \\ 2.112 \end{pmatrix}
 \end{array}$$

Определение функций статических характеристик и аргументов:

$$\begin{array}{ll}
 p(x) := \text{interp}(\text{vsp}, U, P, x) & x := 0.8, 0.9.. 1.2 \\
 q(x) := \text{interp}(\text{vsq}, U, Q, x) & i := 0.. 7
 \end{array}$$

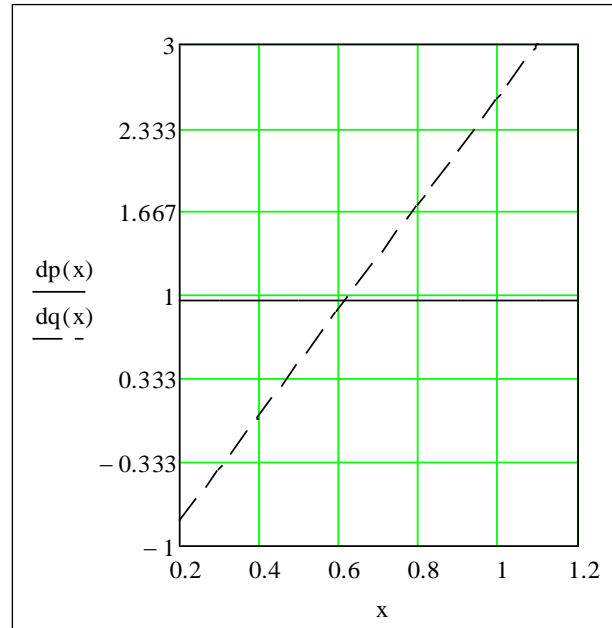
Графики статических характеристик (на графике отдельными маркерами нанесены экспериментальные данные):



Регулирующие эффекты:

$$dp(x) := \frac{d}{dx} p(x) \quad dp(1) = 0.955 \quad dq(x) := \frac{d}{dx} q(x) \quad dq(1) = 2.582$$

Изменение регулирующих эффектов:



Регулирующий эффект активной мощности не меняется, так как модель статической характеристики была принята линейной.

Вопросы для самопроверки

1. Назовите основные электрические и магнитные свойства ЛЭП.
2. Поясните физический смысл параметров ВЛ.
3. Какие уравнения называются уравнениями длинной линии?
4. Как можно вычислить напряжение и ток в произвольной точке на линии?
5. Как получаются уравнения идеальной линии?
6. Какие линии называются волновыми (полуволновыми)?
7. Как найти параметры П-образной схемы замещения линии?
8. В каких случаях можно пользоваться упрощенными моделями ВЛ?
9. Поясните физический смысл параметров схемы замещения трансформатора.
10. Запишите уравнения трансформатора в дифференциальной форме записи.
11. Какой трансформатор называется идеальным и совершенным?
12. Нарисуйте Г-образную схему замещения трансформатора.
13. Как определяются параметры П-образной схемы замещения трансформатора?
14. Как построить внешнюю характеристику трансформатора?
15. Что такое статические характеристики нагрузки?
16. Что такое регулирующий эффект нагрузки?
17. Какие существуют основные виды электрических нагрузок?
18. Какие нагрузки не потребляют реактивной мощности?
19. Какой регулирующий эффект имеют печи сопротивления и лампы накаливания?

20. Как изменяется регулирующий эффект по реактивной мощности асинхронного двигателя при снижении напряжения?

21. Какие математические модели используются для моделирования электрической нагрузки в установившихся режимах?

22. Что такое типовые статические характеристики?

23. Какие схемы замещения используются для моделирования нагрузки?