

8 МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ ТЕХНИЧЕСКОГО ДИАГНОСТИРОВАНИЯ. ЗАДАЧИ МОДЕЛИРОВАНИЯ. ДИАГНОСТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

Изделия радиоэлектроники - сложные системы. Главное их назначение - обеспечение задач функционального использования. Поэтому в процессе их создания вопросам формирования совокупностей ДП не уделяется, подчас, должного внимания, хотя этого требует система государственной стандартизации "Техническая диагностика".

На последних этапах проектирования РЭС, при проведении эксплуатационных испытаний проблема оценки РЭС как объекта диагностирования выступает на первый план. Решение этой проблемы лежит в возможности установления взаимосвязей и параметров, в выявлении сущности, многообразия и характера этих связей к представлению ОТД через эти взаимосвязи. Реализация такого аналитического процесса составляет основу синтеза моделей диагностических систем. При этом моделируются ОТД - изделия РЭУиС и процессы изменения этих состояний и управления этими состояниями.

Моделирование является одним из инструментов (с методологической точки зрения) исследования сложных систем на всех стадиях их жизненного цикла.

Общепризнанное понятие модели (как и системы), к сожалению, не выработано. Однако с инженерно-технической точки зрения, а тем более с научной, определение "модель объекта" имеет четкое семантическое (смысловое) содержание, а будучи дополнено сопровождающими определениями из арсенала многочисленных классификаторов становится предельно ясным понятием. В аспекте изложенного ограничимся определением, что модель объекта или процесса представляется такой формализованной сущностью (например, множеством параметров и их взаимосвязей), характеризующей какие-либо определенные свойства реального объекта (процесса), представленные в удобной или наглядной форме. Важно то, что между объектом и моделью существует связь, что модель отражает реальность объекта и позволяет в определенных пределах имитировать некоторые свойства объекта, вызывающие у нас аналогичные ощущения и восприятия.

Диагностические модели (ДМ) - это модели объектов и процессов диагностирования, т. е. их формализованные описания, которые являются исходными для определения и реализации алгоритмов диагностирования. Другими словами, ДМ следует рассматривать как совокупность методов построения математической модели, определяющей, в свою очередь, методику формирования способов и алгоритмов определения технического состояния РЭУиС.

Диагностическая модель может быть задана в явном или неявном виде. **Явная модель** - это совокупность формальных описаний исправного и работоспособного объекта и всех его неисправных и неработоспособных состояний. **Неявная модель ОД** - представляет собой какое-либо одно формальное описание объекта, математические модели его физических неисправностей и правила получения по этим данным всех других описаний, характеризующих другие состояния. Обычно задается математическая модель исправного ОД, по которой можно построить модели неисправных состояний.

Радиоэлектронные системы как объекты моделирования обладают функциональным разнообразием, конструктивной сложностью и сложностью решаемых ими задач, высокой стоимостью отказов и высокой степенью автономности, другими словами, РЭС являются сложными системами. Это обстоятельство оказывается решающим при моделировании. Классификация моделей, как рациональных описаний (представлений), наиболее тесно связана

с самими структурами объектов. В этом смысле ДМ можно условно разделить на следующие группы:

- *непрерывные модели*, представляющие объект и протекающие процессы в непрерывно меняющемся времени, которое является аргументом определенных функций; непрерывные ДМ - это в большей части алгебраические или дифференциальные линейные и нелинейные уравнения, включая передаточные функции;
- *дискретные модели*, определяющие состояния ОД для последовательности дискретных значений времени, как правило, без учета характера протекающих в промежутках процессов; эти модели представляются конечно-разностными уравнениями или конечными автоматами и используются для описания цифровых и импульсных устройств;
- *гибридные модели*, описывающие реальные объекты, включающие как устройства непрерывного действия, так и импульсные (цифровые) устройства;
- *специальные модели*, характеризующие большую группу моделей, построение которых определяется спецификой объектов и особенностями диагностического обеспечения; к этой группе могут быть отнесены функциональные модели, модели характеристик, информационных потоков и др.

По методам представления взаимосвязей между состоянием объекта, его элементами и параметрами выходных сигналов методы построения моделей можно разделить на аналитические, графоаналитические, функционально-логические и информационные.

Аналитические модели позволяют решать оптимизационные задачи и получать соотношения между состояниями объекта, диагностическими параметрами и показателями качества в аналитическом виде. К методам построения аналитических моделей относят, метод малого параметра, функция чувствительности, аналитические описания процессов прохождения сигналов, уравнения, связывающие ПФИ и ТП сложных систем.

Графоаналитические модели - это диаграммы прохождения сигналов - своеобразные карты, иллюстрирующие процессы протекающие в аналоговых объектах и позволяющие вскрыть неочевидные, но важные для решения диагностических задач связи и влияния. К графоаналитическим моделям относятся теоретико-множественные описания объектов на базе теории множеств и теории графов, как одного из способов наглядного теоретико-множественного представления объектов.

Функционально-логические модели - это модели, построенные на основе логического анализа функциональных схем изделий, учитывающие их особенности, а также работу в режиме диагностирования. К этим моделям, на наш взгляд, следует отнести и стохастические модели объектов диагностирования, характеризующихся набором детерминированных состояний, переход в которые описывается случайными закономерностями.

Информационные модели представляют информационные описания систем и процессов технического диагностирования.

Реальные схемы РЭУиС и всегда лежат в основе составления диагностических моделей. Но эти схемы сами по себе очень сложны. Следовательно, каждый раз следует решать инженерно-

логическую задачу представления реальной схемы в диагностической модели, выявление уровней этого представления.

Принципиальная, функциональная, структурная схемы сами по себе являются моделями реальных электронных систем. На их основе могут быть получены (если могут) все интересующие нас зависимости, которые характеризуют набор диагностических параметров.

Коэффициент усиления K_y усилителя, представленного на рисунке 3.1, определяется выражением:

$$K_y = \frac{U_{\text{вых}}}{U_{\text{вх}}} = \frac{h_{21}^{(2)} R_{\text{хх.2}} R_8 [h_{21}^{(4)} + 1] [R_3 + R_9]}{(h_{11}^{(1)} + h_{11}^{(2)} + R_3 R_4) [R_3 (h_{21}^{(4)} + 1) + h_{11}^{(4)}]},$$

где R_1 - параметры схемы и микросхемы серии К198.

Из этого выражения можно получить чувствительность K_y к изменению характеристик

резисторов, транзисторов, емкостей путем получения зависимостей $\frac{dK_y}{da_i}$, где a_i , -параметр элемента микросхемы схемы.

Функциональная схема, приведенная на рисунке 2.4, такой возможности нам не дает. Но зато она наглядно характеризует возможности и трудности определения состояния сложного РЭУ (маленькой РЭС) путем измерения одного или нескольких ДП. Кроме того, описав $K_y = K_{y1} K_{y2} \dots K_{yn}$, зная выражения K_{yi} , получаем и функции:

$$\frac{dK_y}{da_{ij}},$$

где a_{ij} -й параметр i -й схемы. Аналитические зависимости здесь будут весьма непростыми, и их анализ потребует определенных математических приемов.

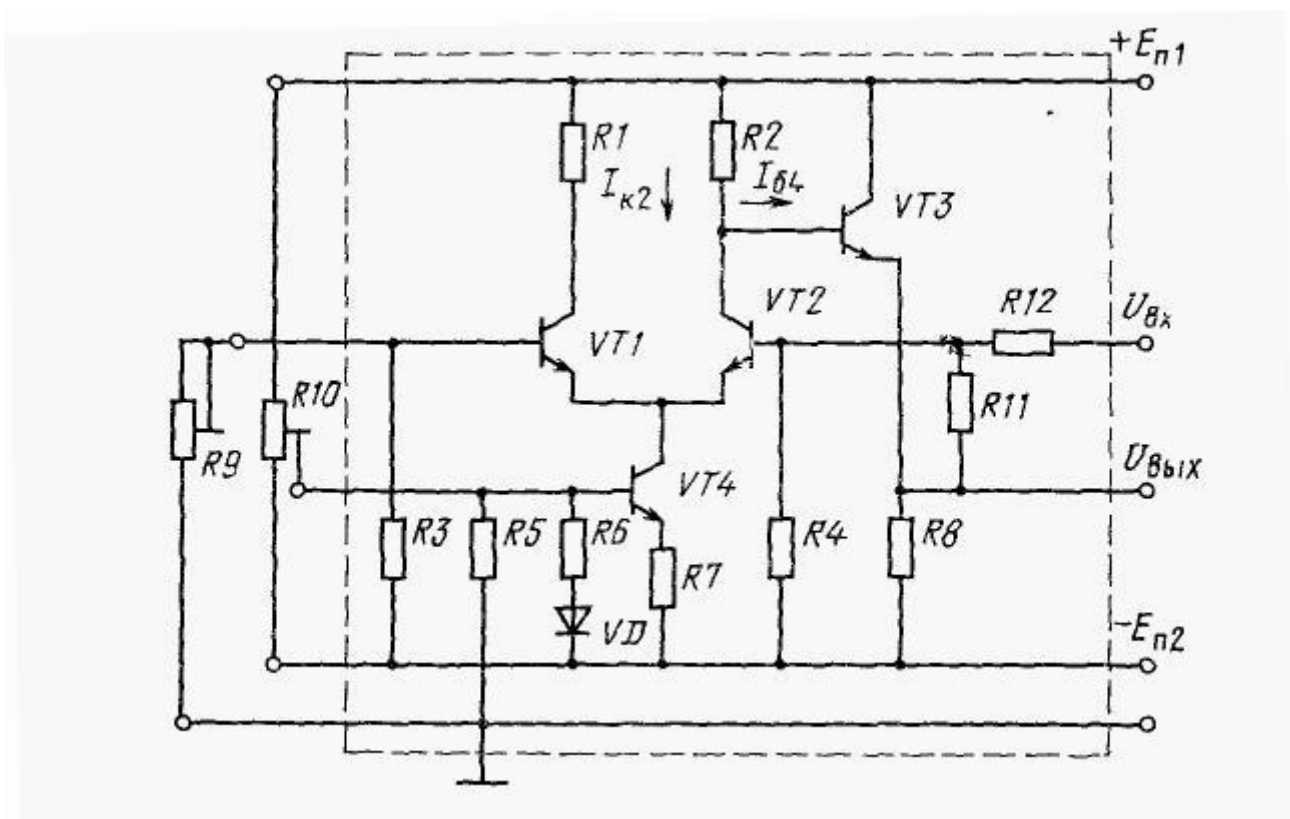


Рисунок 3.1 - Принципиальная схема усилителя на микросхеме К198

Для РЭС можно представить зависимость дальности действия от параметров системы в данном случае автономной РЛС в виде выражения:

$$D_{\max}^4 = \frac{P_H \tau_H n_H G_a S_a \bar{S}_H \eta_{\text{ПРМ}} \eta_{\text{ПРД}}}{(4\pi)^2 \frac{K_{\text{рш}}}{K_{\text{рс}}} kT \alpha_{\text{ПРМ}} Q},$$

расшифровка основных параметров дана в главе 1.2.

Рассматриваемый коэффициент K_y входит в составляющую этой формулы в качестве

$$K_{\text{рс}} = \frac{P_{\text{вхс}}}{P_{\text{вх}}},$$

коэффициента усиления, причем необходимо учесть, что величина $P_{\text{вхс}}$ однозначно задается типом, например оконечного устройства РЭС, предоставляющей потребителю информацию в удобной для него форме. Таким образом, коэффициент $K_{\text{рс}}$ оказывает влияние на основной ПФИ системы, и от его изменения может возникнуть вопрос не только тактики применения РЭС, но и стратегии, например системы обеспечения безопасности воздушного движения.

Какой параметр подлежит измерению в процессе эксплуатации, на этот вопрос должна дать ответ диагностическая модель; а какую диагностическую модель выбрать лучше, определяется логикой инженерного мышления, отвечающего на вопросы: 1) что надо? 2) и в какой последовательности?

Следовательно, функционально-логические модели, характеризующие форму представления РЭУиС, как ОТД, должны лежать в основе составления диагностических моделей. Очевидно, что ДМ может быть несколько на разных уровнях описания системы.

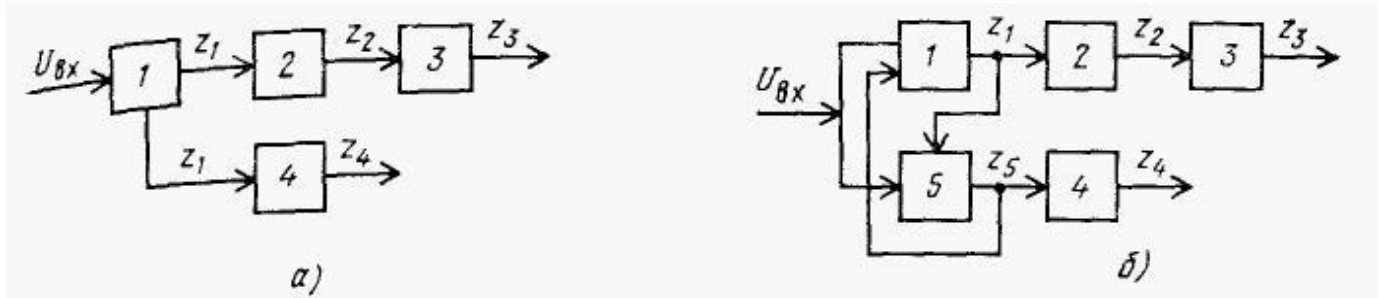


Рисунок 3.2 - Функциональная схема РЭУ (а) и его функциональная диагностическая модель(б)

Но главное состоит в том, что они должны обнажать и упрощать (в разумных пределах) наши представления о сложных зависимостях " процессах, а также позволять с минимальными затратами решать задачи диагностического обеспечения эксплуатации.

Одной из наиболее ярких представителей таких моделей является функционально-диагностическая модель (рис. 3.2) на базе функциональных схем устройств и систем.

При построении этой модели структура объекта задана полностью и для нее определены области значений входных и выходных параметров всех блоков, определяющих состояния таковых. Если входной или выходной сигнал характеризуется рядом параметров, то каждый из них обозначается отдельным входом (выходом). Если в результате оказывается разделенный сигнал, то это соответствует тому, что на входе следующего блока сигнал Y_{ki} также разделен, и по мере накопления таких разделений формируется ФДМ. Каждому отдельному значению (параметрическому выходу блока) может быть поставлена в соответствие элементарная

проверка π_i , результат которой x_i - или x_i будет соответствовать работоспособному (исправному), т. е. допустимому значению параметра, а $X_i (Z_i)$ - недопустимому. Блок такой функциональной параметрической схемы может быть заменен блоками, каждый из которых имеет один выход (и только один) и существенные для данного выхода входы.

Для ее построения необходимо использовать правило: если хотя один вход блока Q_i находится вне допуска, выходной сигнал $Z_i=0$, т. е. также - вне допуска и блок Q_i должен считаться в неработоспособном состоянии.

Количество блоков в такой ФДМ увеличивается по сравнению с исходной функциональной схемой, но ценность этой модели (очень часто используемой при диагностическом анализе сложных структур) состоит в следующем:

- 1) каждый выходной сигнал z_i отождествляется с результатом U_i элементарной проверки;
- 2) функциональная диагностическая модель является ориентированным графом, вершины которого - блоки ФДМ - соединены дугами, представляющими связи между блоками, входными и выходными полюсами;
- 3) ориентированные графы на базе ФДМ являются графоаналитическими моделями в рамках теории, подчиняются определенным закономерностям, в том числе преобразованиям и упрощениям. Это позволяет сократить количество элементарных

проверок т. е. в конечном счете оптимизировать множество диагностических параметров и алгоритмы Для контроля работоспособности и поиска места отказа;

4) логическая ФДМ лежит в основе построения еще одного вида графоаналитической модели - матрицы состояний, важного инструмента анализа объектов и синтеза СТД;

5) логическая ФДМ дает наглядное представление о точках и характере возникновения отказа, а также его проявлении.

Графоаналитические модели

Основные достоинства аналитических ДМ - глубина и полнота описаний. Недостатков тоже два - сложность и отсутствие инженерной наглядности. Поэтому одной из широко применяемых форм ДМ являются графоаналитические модели.

Ориентированные графы дают одно из наиболее наглядных представлений объектов диагностирования. Если ОД может быть описан, например, системой линейных алгебраических уравнений, то эту систему можно представить функцией - диаграммой прохождения сигналов. Диаграмма прохождения сигналов строится на основе принципиальной или функциональной схемы РЭУ или РЭС и представляет из себя схему, состоящую из узлов (переменных X_i), которые соединены направленными ветвями, соответствующими своему оператору (т. е. коэффициенту при переменных). Такое построение диаграммы прохождения позволяет выявить ряд дополнительных связей и оптимизировать число параметров.

Для построения диаграммы прохождения каждой переменной x_i строим узел. Переменная (сигнал) равна сумме входящих -сигналов, а каждый из них в свою очередь произведению оператора входящей ветви на сигнал узла, из которого ветвь выходит:

$$x_k = \sum x_i T_{ik},$$

где T_{ik} - оператор ветви, выходящей из i -го узла и входящей в k узел.

Если объект описывается системой уравнений:

$$x_1 = T_{01}x_0 + T_{31}x_3; x_2 = T_{12}x_1 + T_{32}x_3; x_3 = T_{23}x_2$$

то диаграмма прохождения сигнала примет вид (рис. 3.4).

Ориентированные графы строятся не только на основе диаграммы прохождения сигнала, но и непосредственно по функвд, ональной схеме РЭУ. Любая функциональная (принципиальная) схема РЭУ может быть представлена логической структурой формирования и прохождения сигналов, в которых заложена информация потребительская и информация о состоянии РЭС. Таким образом, первичным видом диагностической модели является структурная схема, она же логическая модель.

В виде ориентированного графа, дуги (ребра) которого снабжены стрелками, может быть представлена радиоэлектронная схема любой сложности. Ориентированный граф обозначают символом $G(X, V)$, где $X(x_1... x_n)$ и $V(v_1... v_m)$ - соответственно множества вершин и дуг. С понятием ориентированный граф связан термин "отображение" (рис. 3.5). Отображение

показывает, каким образом вершина x_i отображается в других вершинах. Граф (рис. 3.5) имеет отображение следующего вида:

$$\Gamma x_1 = \{x_2, x_3\}, \Gamma x_2 = \{x_4, x_5\}, \Gamma x_3 = \{x_5\}, \Gamma x_4 = \{x_5\}, \Gamma x_5 = 0,$$

Последнее равенство указывает на отсутствие отображения.

Возвращаясь к графическому представлению сложных схем, отметим, что отображение ориентированного графа $G(x, \Gamma)$ позволяет наглядно проследить взаимное влияние предыдущих выходов на последующие и определить взаимное влияние параметров.

Применение изображения функциональных схем в ориентированные графы позволяет также представить схему, как и любой граф, в виде матрицы, так называемой "матрицы смежности".

Матрица смежности графа G , состоящего из p вершин, - это квадратичная матрица $A = \|a_{ij}\|$ с p строками и p столбцами; ее общий элемент $a_{ij} = 1$, когда между вершинами x_i и x_j есть связь, и $a_{ij} = 0$, когда вершины x_i и x_j - не соединены дугами. Для графа на рисунке 3.5 матрица смежности определяется выражением:

$$A = \begin{matrix} & \begin{matrix} j = 1, 2, 3, 4, 5, i \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Строка матрицы смежности, состоящая только из нулей, свидетельствует о том, что в эту вершину отображаются все остальные. При рассмотрении некоторых задач диагностического анализа используется особый вид графа, который называется "деревом". Особенность этого графа состоит в том, что в нем нет контуров и в вершину x_1 (корень) не заходит ни одна дуга, а в каждую другую вершину заходит только одна дуга. Вершины графа, в которые дуги не заходят, называются висячими. "Дерево" является своеобразной формой описания логических возможностей схем, представляемых данным графом, и находит применение для составления различных диагностических программ.

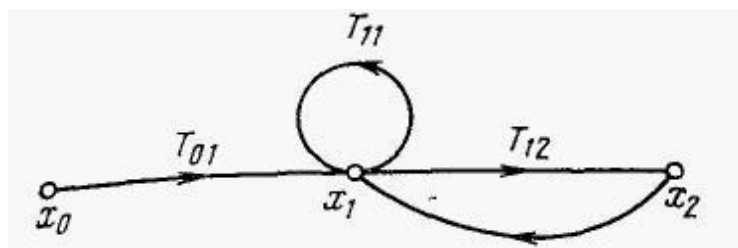


Рисунок 3.4 - Диаграмма прохождения сигнала

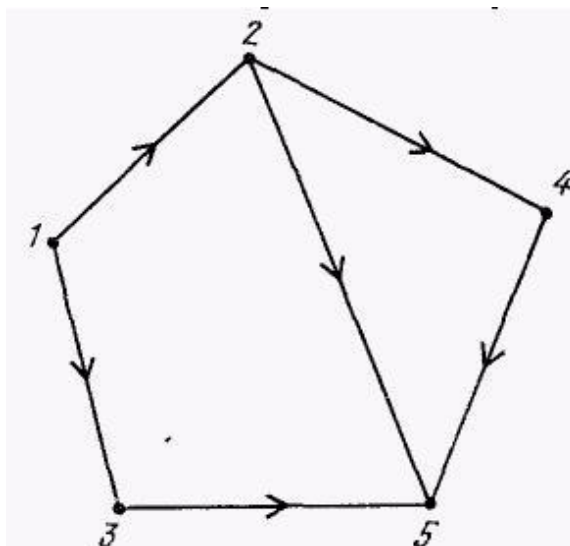


Рисунок 3.5 - Структура ориентированного графа

Последним из рассматриваемых нами видов графоаналитических моделей является матрица состояний, имеющая также наименования: таблица состояний, таблица неисправностей и др. Матрица состояний строится на базе функционально-диагностической модели. Номер столбца соответствует номеру вида технического состояния ОД, номер строки - элементарной проверке U_j , - на выходе блока j .

При составлении таблицы логическим путем оценивают результаты проверки U_i для состояния вида j . Если результат проверки - положительный, в элемент таблицы (i, j) записывается (1), в противном случае - (0).

В качестве примера на рис. 3.6 приведены типовая схема тракта синхронизации РЛС (рис. 3.6.а), ее функционально-диагностическая модель (рис. 3.6.б), ориентированный граф (рис. 3.6.в). Из сопоставления схемы и ФДМ следует, что модель отличается тем, что все ее элементы имеют по одному выходу, а тракты обратной связи разомкнуты, если они охватывают множество блоков. Матрица состояний (рис. 3.6.г) построена по следующему принципу: S_p - строка, соответствующая работоспособному состоянию, S_1 - строка, соответствующая состоянию, в котором отказал блок 1 ФДМ, S_2 - состояние, в котором отказал блок 2 ФДМ и т. д. Столбцы $M_1, M_2, \dots, M_n$ соответствуют проверкам состояния на выходе блока 1, блока 2, ..., блока n . Элемент матрицы вида $A_{i,j}$ соответствует результату проверки на выходе j -го блока ФДМ в случае, когда схема находится в i -м состоянии. Матрица состояний составлена в предположении, что в структуре имеет место одновременно один отказ. Однако это условие не является обязательным.

Подчеркнем, что для увеличения наглядности графоаналитических представлений строки и столбцы матрицы при необходимости можно менять местами.

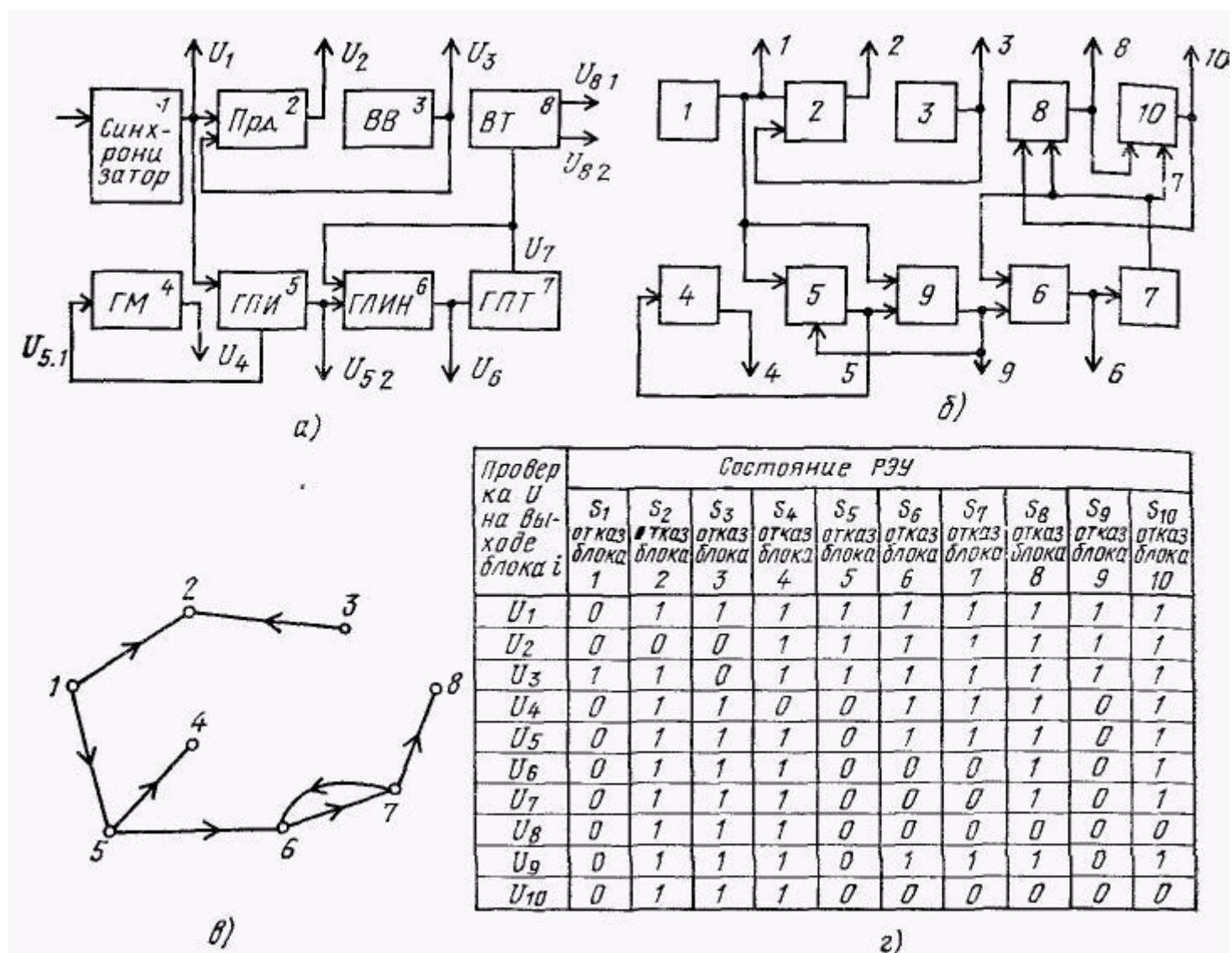


Рисунок 3.6 - Структурная схема РЛС и ее модели: а - структурная схема передающего и индикаторного тракта РЛС; б - функциональная диагностическая модель передающего и индикаторного тракта РЛС; в - ориентированный граф функциональной диагностической модели; г - матрица состояний

Син - синхронизатор; Прд - передатчик, ВВ - высоковольтный выпрямитель; ВТ - вращающийся трансформатор; ГМ - генератор меток; ГПИ - генератор прямоугольного импульса; ГЛИН - генератор линейно-изменяющихся напряжений; ГПТ - генератор пилообразного тока.

Впоследствии при решении множества задач диагностического анализа графоаналитические модели будут использоваться широко и многократно, ибо до настоящего времени являются основным его аппаратом.

Модели процессов изменения состояний РЭС

В процессе жизненного цикла РЭУиС постоянно переходят из одного состояния в другое: исправное, диагностирование исправного состояния, работоспособное состояние, диагностирование работоспособного состояния, вновь работоспособное и т. д. Таким образом, РЭС, как объекту диагностирования, присущ переход из одного состояния в другое. Переход из состояния в состояние является случайным процессом. Наиболее близкой к реальности моделью такого процесса, позволяющей, кроме того, связать вероятностные характеристики

переходов с параметрами РЭУ, как объектов диагностирования, представляется марковский процесс.

Как известно, марковский процесс, протекающий РЭС обладает следующим свойством. Для любого момента времени $t = t_0$ вероятность любого состояния системы $P(S_i)$ зависит только от ее состояния в настоящий момент и не зависит от того когда и каким образом РЭС оказалось в этом состоянии, другими словами, будущее состояние процесса не зависит от его предыстории.

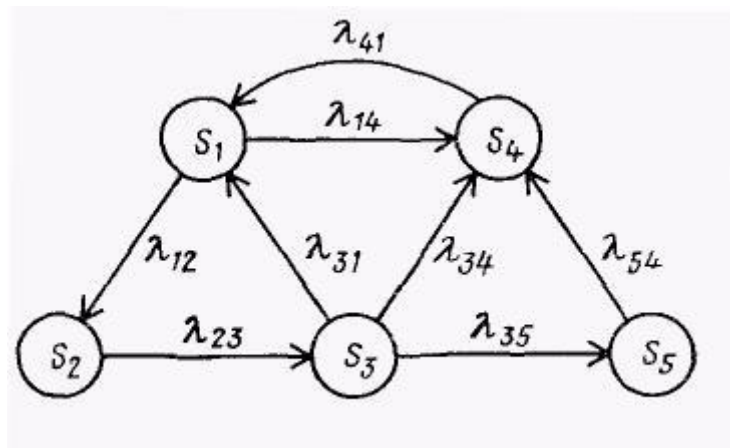


Рисунок 3.7 - Граф состояний марковского процесса

Интересующие нас для моделирования марковские процессы ограничим набором дискретных состояний $S_1 \dots S_n$, которые удобно иллюстрировать с помощью графа состояний (рис. 3.7), где дугами обозначены возможные переходы.

Марковский процесс с дискретными состояниями и дискретным временем обычно называют марковской цепью. Наиболее удобной моделью описания РЭС, как ОД, является марковский случайный процесс с дискретными состояниями и непрерывным временем, который иногда называют **"непрерывной цепью Маркова"**. Характеристиками вероятностей перехода

системы из состояния S_i в S_j , является плотность вероятности перехода $\lambda_{i,j}$, которая может быть: $\lambda_{i,j} = \text{const}$ (в этом случае процесс называется однородным) или $\lambda_{i,j} = \lambda_{i,j}(t) = \text{var}$.

При моделировании случайных процессов изменения состояния РЭУ удобно представить, что переход из состояния в состояние осуществляется под воздействием потоков событий. Тогда

плотности вероятностей переходов получают смысл интенсивностей $\lambda_{i,j}$, и процесс моделирования будет марковским, если эти потоки событий пуассоновские (т. е. ординарные, без последствия и с постоянной интенсивностью). Потоком вероятности перехода из

состояния S_i в S_j называется величина $\lambda_{i,j} P_i(t)$. Модель-граф (рис. 3.7) имеет конечное число

состояний с вероятностями $P_1(t) \dots P_n(t)$; $n=5$. Для любого t справедливо $\sum_{i=1}^n P_i(t) = 1$.

Из теории марковских процессов известно, что для нахождения вероятностей $P_i(t)$ необходимо решить систему дифференциальных уравнений вида:

$$\frac{dP_i(t)}{dt} = \sum_{j=1}^n \lambda_{j,i} P_j(t) - P_i(t) \sum_{j=1}^n \lambda_{i,j}$$

Систему уравнений удобно составлять, пользуясь ориентированным графом (с разметками) и следующим правилом: производная вероятности каждого состояния равна сумме всех потоков вероятности, идущих из другого состояния в данное, минус сумма всех потоков вероятности, идущих из данного состояния в другие.

Такая система дифференциальных уравнений носит название. системы уравнений Колмогорова - Чепмена. Для системы, соответствующей графу (рис. 3.7), система уравнений Колмогорова-Чепмена имеет следующий вид (для краткости записи опускаем аргумент t):

$$\begin{aligned} dP_1/dt &= \lambda_{31}P_3 + \lambda_{41}P_4 - (\lambda_{12} + \lambda_{14})P_1; \\ dP_2/dt &= \lambda_{12}P_1 - \lambda_{23}P_2; \\ dP_3/dt &= \lambda_{23}P_2 - (\lambda_{34} + \lambda_{31} + \lambda_{35})P_3; \\ dP_4/dt &= \lambda_{14}P_1 + \lambda_{34}P_3 + \lambda_{54}P_5 - \lambda_{41}P_4; \\ dP_5/dt &= \lambda_{35}P_3 - \lambda_{54}P_5; \end{aligned}$$

Ввиду наличия шести уравнений для пяти состояний любое из первых пяти уравнений системы следует опустить. Для решения системы уравнений необходимо задать начальные условия вида $P(0), P_2(0), \dots, P_5(0); \sum P_i(0) = 1$.

Решение систем уравнений Колмогорова-Чепмена может быть реализовано одним из методов решения дифференциальных уравнений, например путем преобразований Лапласа.

Чем больше состояний моделирует система, тем выше порядок уравнений, и сложнее прямое решение.

Поскольку техническое диагностирование реализуется в РЭС долговременного пользования и процессы, протекающие в них, длятся достаточно долго, для упрощения приведенных моделей ставится, как правило, вопрос о предельных режимах, т. е. о поведении модели при $t \rightarrow \infty$. Поскольку потоки событий предполагаются простейшими (т. е. стационарными, пуассоновскими с $\lambda_{i,j} = \text{const}$), существуют финальные (или предельные) вероятности $P_i = \lim_{t \rightarrow \infty} P_i(t)$ при $t \rightarrow \infty$, значения которых не зависят от того, в каком состоянии находилась система в начальный момент. Таким образом в модели устанавливается стационарный режим. В стационарном режиме моделируемое изделие также переходит из состояния в состояние, но вероятности состояний остаются постоянными.

Для вычисления предельных вероятностей состояний достаточно в вышеприведенной системе уравнений Колмогорова - Чепмена положить $P_i(t) = 0$. Тогда система дифференциальных уравнений превращается в систему линейных алгебраических уравнений.

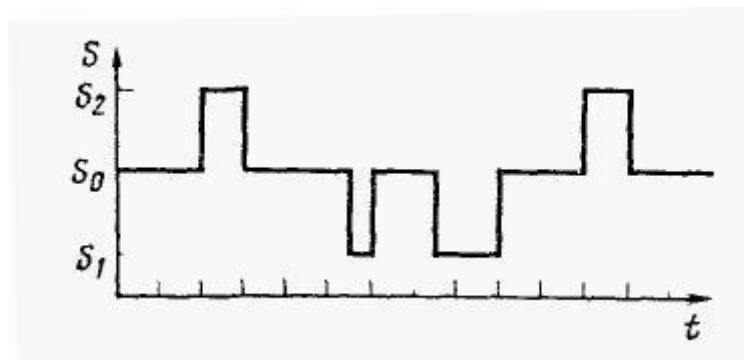


Рисунок 3.8 - Траектория изменения состояний РЭС в марковской модели

Система линейных алгебраических уравнений может быть составлена непосредственно по графу состояний на основе следующего мнемонического правила: для каждого состояния суммарный выходящий поток вероятности равен суммарному входящему. Таким образом, для графа (рис. 3.7) получается система из шести линейных уравнений вида:

$$\begin{aligned} P_1(\lambda_{12} + \lambda_{14}) &= P_3\lambda_{31} + P_4\lambda_{41} \\ P_2\lambda_{23} &= P_1\lambda_{12} \\ P_3(\lambda_{31} + \lambda_{34} + \lambda_{35}) &= P_2\lambda_{23} \\ P_4\lambda_{41} &= P_1\lambda_{14} + P_3\lambda_{34} + P_5\lambda_{54} \\ P_5\lambda_{54} &= P_3\lambda_{35}; P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 = 1 \end{aligned}$$

Решение такой системы линейных уравнений проще, чем дифференциальных, однако в общем случае при числе состояний больше 5-6 представляет определенные вычислительные трудности.

Марковская цепь может быть представлена также в матричном виде:

$$P = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & \dots \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} & \dots \\ p_{31} & p_{32} & p_{33} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix},$$

где p_{ij} - вероятности перехода из состояния S_i в состояние S_j .

Реализация такого процесса описывается траекторией изменения состояния системы, т. е. ее перехода в состояния $S_0, S_1, S_2, \dots$ случайным образом (рис. 3.8).

Если система находится в состоянии S_i , то рано или поздно она перейдет в состояния S_j или S_m , пробыв в состоянии S_i k временных интервалов. Вероятность перехода в состояние

$$S_j = p[S_{i,j}(k)] p_{i,j}^{k-1} p_{i,j}.$$

Учитывая, что $S_{i,j} = \bigcup_{k=1} S_{i,j}(k)$, получаем формулу для вероятности

$$p(S_{i,j}) = \sum_{k=1}^{\infty} p[S_{i,j}(k)] = \sum_{k=1}^{\infty} p_{i,j}^{k-1} p_{i,j} = \frac{p_{i,j}}{1 - p_{i,j}},$$

которая позволяет определить вероятность перехода системы на один интервал при условии, что не совершен возврат в исходное состояние.

В состоянии S_i устройство проводит случайное число временных интервалов $\tau(i, j)$ перед тем, как перейти в состояние S_j . Вероятность:

$$p[\tau(i, j) = k] = p[S_{i,j}(k) / S_{i,j}] = p[S_{i,j}(k) / p S_{i,j}] = p_{i,j}^{k-1} (1 - p_{i,j})$$

является вероятностью состояния $S_{i,j}(k)$ при условии, что состояние $S_{i,j}$ имело место перед этим.

Рассматриваемый марковский процесс, как показано выше, характеризуется тем, что вероятности пребывания системы в различных состояниях подчиняется экспоненциальному закону. Процесс ТО РЭС, связанный с проведением технического диагностирования предусматривает проведение периодических проверок с детерминированным временным интервалом T_d . Кроме того, вероятность пребывания системы в одном из состояний не всегда целесообразно описывать экспоненциальным законом.

Если при описании процесса перехода системы из состояния в состояние сохранить марковское свойство, но отказаться от специального вида распределений времени $\tau(i, j)$ перехода из S_i в S_j и принять, что с момента перехода в S_i до перехода в S_j случайное время подчиняется произвольному распределению $F_{i,j}(t)$ то такой процесс называется полумарковским или неоднородный марковским процессом, а моделирование этого процесса - полумарковской моделью.

Полумарковские модели позволяют значительно полнее описать процессы изменения состояния в реальных системах с периодическим контролем.

Формальное описание полумарковского процесса изменения состояния $S(t)$ сводится к следующему. Множество состояний системы- конечное $S = (S_1 \dots S_n)$. Переходы из состояния S в состояние S_j ($j = 1 \dots n$) совершаются в случайные моменты времени $t_1 \dots t_n$. Все состояния связаны в марковскую цепь и характеризуются вероятностями переходов, образующих матрицу:

$$P = \|p_{i,j}\|$$

Переход в состояние S_i совершается в момент t_k а следующий переход в состояние S_j - в момент t_{k+1} Тогда $\tau(i, j) = t_{k+1} - t_k$ и задается семейство функций распределения величины интервалов:

$$p[\tau(i, j) \leq t] = F_{i,j}(t)$$

Таким образом, каждой паре индексов i, j ($p_{i,j} > 0$) соответствует распределение $F_{i,j}(t)$, которое характеризует вероятность события:

$$p[t_{k+1} - t_k = \tau(i, j) \leq t]$$

при условии, что в момент t_k совершен переход в состояние S_i , а в момент t_{k+1} в состояние S_j , распределение временных интервалов описывается матрицей вида:

$$F = \|F_{i,j}(t)\|$$

Для значений индексов (i, j) , при которых $P_{i,j}=0$, принимается, что $F_{i,j}=0$.

Таким образом, в отличие от марковского процесса (однородного), полумарковский процесс (неоднородный марковский) задается двумя матрицами:

$$\|P_{i,j}(t)\| \text{ и } \|F_{i,j}(t)\|$$

Имеется возможность задать полумарковский процесс одной матрицей:

$$Q = \|q_{i,j}(t)\|, \text{ где } q_{i,j}(t) = P_{i,j}(t)$$

Величина $q_{i,j}(t)$ представляет вероятность того, что из исход состояния S_i система переходит в состояние S_j , а время пребывания системы в состоянии не превзойдет величины j .

В диагностических моделях рассматриваются два распределения $\tau(i, j)$ - непрерывное и дискретное. При непрерывном распределении предполагается, что существует функция $f_{i,j}(t)$, для которой

$$F_{i,j}(t) = \int_0^t f_{i,j}(x) dx$$

При дискретном распределении $F_{i,j}(t)$ - ступенчатая функция, а величина $\tau(i, j)$ может принимать лишь конечное число значений с отличными от нуля вероятностями. Часто встречается вырожденное распределение $\tau(i, j)$, при котором с вероятностью $P=1$ величина $\tau(i, j)$ принимает значение $\tau(i, j) = \text{const} = T$. Таким вырожденным распределением очень удобно описывать процесс диагностирования с периодом T_d .

Для примера моделирования полумарковского процесса рассмотрим граф из трех состояний, представленный на рис. 1.9,а. В состоянии S_0 объект диагностирования может иметь или не иметь дефекты, которые обнаруживаются только при диагностировании с периодичностью T_d и средним временем диагностирования τ_d . Состояние S_1 - состояние диагностирования объекта, в котором дефекты отсутствуют, а состояние S_2 - состояние диагностирования объекта, в котором обнаруживается дефект и устраняется со средним временем τ_x . Реализуется один из вариантов стратегии ТО по состоянию.

Матрица переходных вероятностей для такого процесса будет иметь вид:

$$P = \begin{vmatrix} 0 & 1 - F(T_d) & F(T_d) \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

а матрица функций распределения значений времени пребывания процесса в различных состояниях:

$$F = \begin{vmatrix} 0 & \begin{cases} 0, t < T \\ 1, t \geq T \end{cases} & \begin{cases} 0, t < T \\ 1, t \geq T \end{cases} \\ 1 - e^{-\lambda t} & 0 & 0 \\ 1 - e^{-\eta t} & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

где $F(T) = 1 - e^{-\lambda T}$ - вероятность возникновения скрытого отказа в ОТД за интервал:

$$T, \lambda = \frac{1}{T_0}, \mu = \frac{1}{\tau_D}, \eta = \frac{1}{(\tau_D + \tau_B)}$$

Для рассматриваемой системы может быть получено выражение показателя готовности:

$$K_{\text{гг}} = \lim_{t \rightarrow \infty} P_k(t),$$

где $P_k(t)$ представляет собой суммарную вероятность пребывания СТД в подмножестве состояний, в которых нет скрытого отказа в ОТД.

В этом случае показатель готовности:

$$K_{\text{гг}} = \frac{T_0 [1 - \exp(-T/T_0)]}{T + \tau_D \exp(-T/T_0) + [1 - \exp(-T/T_0)](\tau_D + \tau_B)}$$

Для других ситуаций (состояний S_0 , S_1 и S_3) и при усложнении процесса изменения состояний могут быть получены другие зависимости и выражения.

Контрольные вопросы к 8 разделу

1. Что такое диагностические модели?
2. Какие существуют виды моделей?