Дисциплина «Механика горных пород»
для студентов ОП 6В07202 "Горное дело"

Лекция 4. Напряженно-деформированное состояние (НДС) горных массивов

Цель лекции: Изучить природу естественного поля напряжений, методы его оценки, научиться рассчитывать концентрацию напряжений вокруг выработок различной формы, понять механизмы формирования зон разгрузки и опорного давления, а также ознакомиться с натурными методами измерения напряжений в массиве.

План лекции:

1) Естественное поле напряжений: гравитационная и тектоническая составляющие.
2) Коэффициент бокового давления (λ), методы оценки.
3) Концентрация напряжений вокруг выработок: решение Кирша.
4) Зоны разгрузки и опорного давления. Понятие о зонах неупругих деформаций (ЗНД).
5) Методы измерения напряжений в массиве.

1. Естественное поле напряжений: гравитационная и тектоническая составляющие

Горный массив до начала горных работ находится в состоянии естественного (начального) напряженного состояния. Эти напряжения обусловлены двумя основными факторами:

1. Гравитационная составляющая – вес вышележащих пород.
2. Тектоническая составляющая – движения земной коры (современные и остаточные напряжения).

В общем случае поле напряжений не является гидростатическим. Характер распределения напряжений описывается тензором напряжений, который в главных осях имеет вид:

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix}$$

Для инженерных расчетов обычно принимают, что одно главное напряжение направлено вертикально (σ_{zz}), а два других – горизонтально (σ_{xx}, σ_{yy}).

1) Гравитационная составляющая

Вертикальное напряжение от веса вышележащих пород на глубине H:

$$\sigma_v = \gamma H$$

где γ – средневзвешенный удельный вес пород (обычно 25-27 кН/м³ для скальных пород). При слоистом строении:

$$\sigma_v = \sum_{i=1}^{n} \gamma_i \, h_i$$

В отсутствие тектонических сил горизонтальные напряжения определяются упругим отпором и зависят от коэффициента Пуассона ν:

$$\sigma_h = \frac{\nu}{1-\nu}\sigma_v = \lambda\sigma_v$$

Это гипотеза бокового распора, соответствующая условию невозможности горизонтальных деформаций.

2) Тектоническая составляющая

Тектонические напряжения могут значительно (в 2-5 раз) превышать гравитационные, особенно в верхней коре (глубины до 1-2 км). Они связаны с:

- современными движениями литосферных плит;
- остаточными напряжениями после тектонических процессов;
- складчатостью, разрывными нарушениями.

Эмпирические обобщения (Hoek & Brown, 1980) показывают:

$$k = \frac{\sigma_h}{\sigma_v} = \frac{1500}{H} + 0{,}5 (\text{для } H > 100 \text{ м})$$

При малых глубинах k может быть > 2, с ростом глубины $k \to 1$. В некоторых районах (например, Канада, Скандинавия) зафиксированы горизонтальные напряжения σ_h до 30-40 МПа на глубине 200-300 м.

Анизотропия горизонтальных напряжений: $\sigma_{Hmax} \neq \sigma_{Hmin}$. Отношение обычно 1,2-2,0.

2. Коэффициент бокового давления (λ), методы оценки

Коэффициент бокового давления $\lambda = \sigma_h/\sigma_v$ (или k) – ключевой параметр для оценки начального поля.

1) Эмпирические зависимости

- Шейдеггер (Sheidegger): $\lambda = 0{,}33 \div 1{,}0$ (без явной формулы).
- Хук-Браун (Hoek-Brown) для средних горизонтальных напряжений: $\sigma_h = \sigma_v \cdot \left(\frac{1500}{H} + 0{,}5\right)$.
- Для платформенных областей (Казахстан, Россия): часто принимают $\lambda =$ 0,5-0,7 для глубин 300-500 м.
- Для складчатых областей: λ может достигать 1,5-2,0.

2) Натурные измерения

Наиболее достоверный метод – натурные измерения напряжений (см. раздел 5). Полученные значения λ используют для калибровки эмпирических формул.

3) Выбор λ для численного моделирования

При отсутствии данных для предварительных расчётов:

Глубина, м	λ (минимальное)	λ (максимальное)	Примечание
< 200	0,5	2,5	сильная тектоника
200–500	0,5	1,5	
500–1000	0,7	1,2	
> 1000	0,8	1,0	гидростатическое

Для ответственных объектов необходимы натурные замеры.

3. Концентрация напряжений вокруг выработок: решение Кирша

Основной закономерностью для любой выработки является перераспределение напряжений: на контуре и вблизи него напряжения значительно отличаются от исходных (естественных). Классическое решение для круговой выработки в упругой среде дано Киршем (1898).

1) Решение Кирша

Рассматривается бесконечная пластина с круговым отверстием радиуса a. На бесконечности действуют равномерные напряжения: вертикальное p и горизонтальное q. В полярных координатах (r, θ) напряжения:

$$\sigma_r = \frac{p+q}{2}\left(1-\frac{a^2}{r^2}\right) + \frac{p-q}{2}\left(1-4\frac{a^2}{r^2}+3\frac{a^4}{r^4}\right)\cos 2\theta$$

$$\sigma_\theta = \frac{p+q}{2}\left(1+\frac{a^2}{r^2}\right) - \frac{p-q}{2}\left(1+3\frac{a^4}{r^4}\right)\cos 2\theta$$

$$\tau_{r\theta} = -\frac{p-q}{2}\left(1+2\frac{a^2}{r^2}-3\frac{a^4}{r^4}\right)\sin 2\theta$$

На контуре выработки ($r = a$):

$$\sigma_r = 0, \tau_{r\theta} = 0$$

$$\sigma_\theta = p(1-2\cos 2\theta) + q(1+2\cos 2\theta)$$

При $p = q$ (гидростатическое поле): $\sigma_\theta = 2p$ – равномерное сжатие по контуру.

При $p > q$ (вертикальные напряжения больше горизонтальных):

- в боках ($\theta = 0°, 180°$): $\sigma_\theta = 3p - q$ (максимальные сжимающие);
- в кровле и почве ($\theta = 90°, 270°$): $\sigma_\theta = 3q - p$ (могут быть растягивающими, если $3q < p$).

2) Коэффициенты концентрации $K = \sigma_{\max}/\sigma_v$

Для разных форм сечений (приближённые значения для одноосного сжатия $q = 0$):

Форма сечения	Коэффициент концентрации (максимальный)	Место
Круглая	3	Бока
Эллиптическая (2:1)	5	Торцы большой оси
Прямоугольная с закруглёнными углами	4–5	Углы
Квадратная	3,5–4	Углы
Трапециевидная	3–4	Углы (при тупых углах – меньше)
Арочная (сводчатая)	2,5–3,5	Бока, замок свода

Для острых углов концентрация может достигать 10 и более (поэтому недопустимы острые углы).

4. Зоны разгрузки и опорного давления. Понятие о зонах неупругих деформаций (ЗНД)

1) Перераспределение напряжений после выемки

При проведении выработки напряжения вокруг неё перераспределяются. Образуются:

- Зона разгрузки (зона пониженных напряжений) – непосредственно у контура, где породы частично разрушены или перешли в пластическое состояние.

- Зона опорного давления – область повышенных напряжений, расположенная за зоной разгрузки. Максимум опорного давления находится на некотором расстоянии от контура (обычно 0,5-2,0 м для подготовительных выработок, десятки метров для очистных камер).

2) Зоны неупругих деформаций (ЗНД)

При превышении предела упругости породы переходят в неупругое (пластическое) состояние. В геомеханике выделяют:

- Зона пластических деформаций (ЗПД) – порода деформируется без полной потери сплошности (например, разуплотнение, микротрещины).

- Зона разрушения (обрушения) – порода теряет сплошность, образуются вывалы, отслоения.

Размеры ЗНД зависят от:

- глубины (уровня напряжений);

- прочности пород (сцепление, угол трения);

- формы и размеров выработки.

Оценка размера ЗНД (для круговой выработки в упругопластической модели):

$$R_p = a\left[\frac{\sigma_0 + c\cot\varphi}{p_i + c\cot\varphi}\right]^{\frac{1-\sin\varphi}{2\sin\varphi}}$$

где σ_0 – исходное напряжение; p_i – реакция крепи; c, φ – параметры прочности.

3) Практическое значение

Знание ЗНД необходимо для:

- выбора типа и параметров крепи (глубина ЗНД определяет длину анкеров);
- прогноза нагрузок на крепь;
- оценки устойчивости выработки.

5. Методы измерения напряжений в массиве

1) Метод разгрузки (торцевая, щелевая разгрузка)

В массиве (на обнажении или в скважине) устанавливают датчики деформаций (тензорезисторы). Затем массив разрушают (вырезают керн, прорезают щель), устраняя напряжения. Измеренные упругие деформации ε и модуль упругости E позволяют вычислить бывшие напряжения:

$$\sigma = \varepsilon \cdot E \cdot K$$

где K – коэффициент, учитывающий концентрацию у измерительного прибора.

Пример: метод «керн-кольцо» (торцевая разгрузка) – на дне скважины наклеивают розетку, затем обуривают керн большего диаметра, измеряя деформации. Глубинность до 10-20 м.

2) Метод гидроразрыва пласта (ГРП)

Используется в глубоких скважинах (до 5 км). В герметизированный интервал подаётся жидкость до образования трещины. Замеряют:

- давление разрыва p_c;
- давление закрытия (повторное раскрытие) p_r;
- давление закрытия p_s.

Минимальное главное напряжение: $\sigma_{\min} = p_s$. Максимальное: $\sigma_{\max} = 3\sigma_{\min} - p_c - p_0 + T$, где p_0 – поровое давление, T – прочность на разрыв.

3) Метод акустической эмиссии (эффект Кайзера)

Основан на том, что при повторном нагружении образца из керна акустические импульсы возникают лишь после превышения ранее действовавшего напряжения. Позволяет оценить исторические (максимальные) напряжения, которые испытывала порода. Используется для оценки тектонических напряжений.

4) Сравнение методов

Метод	Глубинность, м	Точность	Трудоёмкость	Применение
Разгрузка (торцевая)	0–30	±10–15%	Средняя	Подземные выработки

Метод	Глубинность, м	Точность	Трудоёмкость	Применение
Гидроразрыв	100–5000	±10–20%	Высокая	Глубокие скважины
Акустическая эмиссия	0–200 (по керну)	±20–30%	Средняя	Оценка max напряжений

На практике для большинства горных предприятий определяют вертикальные напряжения по весу пород, а горизонтальные – с использованием местных эмпирических зависимостей, откалиброванных по результатам редких натурных замеров.

Контрольные вопросы для самопроверки

1. Объясните различие между гравитационной и тектонической составляющими поля напряжений. При каких глубинах тектоническая составляющая может быть преобладающей?
2. Что такое коэффициент бокового давления λ? Приведите эмпирические формулы для его оценки (Хука-Брауна) и объясните, почему λ уменьшается с глубиной.
3. Выведите (качественно) формулу для тангенциального напряжения на контуре круговой выработки при гидростатическом поле ($\boldsymbol{p = q}$). Чему равен коэффициент концентрации?
4. Опишите зоны разгрузки и опорного давления вокруг одиночной выработки. Как связаны зоны неупругих деформаций (ЗНД) с этими зонами?
5. Назовите три основных метода натурных измерений напряжений в массиве. Укажите их преимущества и ограничения.

Рекомендуемая литература:

1. Фисенко Г.Л. Основы геомеханики. – М.: Недра, 1976.
2. Hoek E., Brown E.T. Underground Excavations in Rock. – London: IMM, 1980.
3. Brady B.H.G., Brown E.T. Rock Mechanics for Underground Mining. – Springer, 2004.
4. Зубков В.В., Зубков А.В. Геомеханика. – М.: Изд-во МГГУ, 2008.
5. Amadei B., Stephansson O. Rock Stress and Its Measurement. – Chapman & Hall, 1997.