Преобразование чертежа плоскости

Две основные задачи преобразования чертежа плоскости

Плоскость общего положения можно преобразовать:

- в проецирующую плоскость;
- плоскость уровня.

1. *Преобразование плоскости общего положения в проецирующую плоскость*.

В системе плоскостей V и H плоскость Q (ΔABC) занимает общее положение (рис. 1). Если мы заменим одну из плоскостей на новую и расположим эту плоскость перпендикулярно плоскости Q, то в новой системе плоскостей плоскость Q будет проецирующей.

Заменим, например, плоскость V на новую плоскость V_1. Расположим V_1 перпендикулярно плоскости H и плоскости Q. Плоскость V_1 будет перпендикулярна плоскости Q, если мы ее расположим перпендикулярно какой-нибудь линии плоскости. Для упрощения решения задачи в качестве этой линии возьмем горизонталь (линию, параллельную горизонтальной плоскости проекций).

Строим в плоскости Q горизонталь A_1 и перпендикулярно ей проводим новую плоскость V_1. Ось x_1 проводим в любом месте перпендикулярно горизонтальной проекции горизонтали ($x_1 \perp a_1$). Строим новую фронтальную проекцию плоскости Q. Горизонталь на новую плоскость спроецируется в точку ($a^I_1 = 1^I_1$), а плоскость Q (ΔABC) – в линию $c^I_1\, a^I_1 b^I_1$.

$$\frac{V}{H} \rightarrow \frac{V_1}{H}; \qquad V_1 \perp H; \qquad V_1 \perp Q\ (\Delta ABC);$$

$$V_1 \perp A1\ (A1 - \textit{горизонталь}); \qquad x_1 \perp (a1).$$

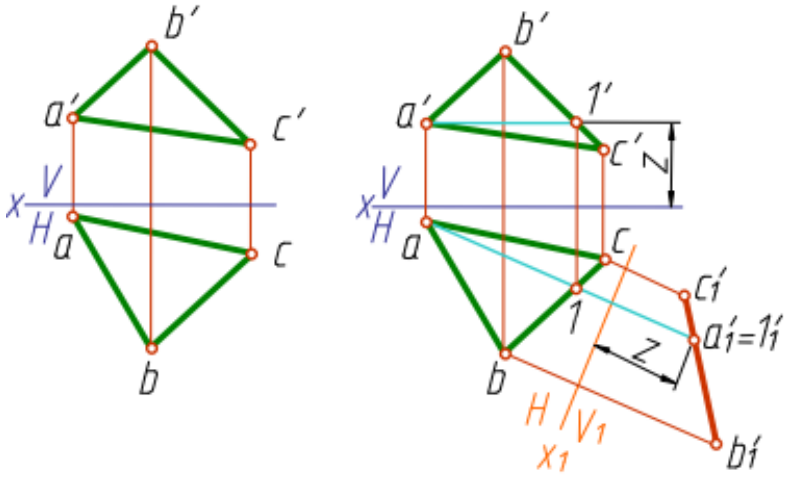


Рис. 1.

Для преобразования плоскости Q в горизонтально-проецирующую плоскость, необходимо заменить плоскость H на новую, расположив ее перпендикулярно плоскости V и Q. Для этого в плоскости Q проводим фронталь и перпендикулярно ей строим новую горизонтальную плоскость.

Преобразование проецирующей плоскости в плоскость уровня.

При таком преобразовании мы определяем натуральную величину плоской фигуры (рис. 2). В этом случае заменяется фронтальная плоскость V на новую V_1. Она проводится перпендикулярно плоскости H и параллельно плоскости $P(\Delta ABC)$. Ось x_1 строится параллельно линии abc. При такой замене координаты z не изменяются. Измеряем их на фронтальной плоскости проекций и откладываем на линиях связи от новой оси x_1.

$$\frac{V}{H} \rightarrow \frac{V_1}{H}; \quad V_1 \perp H; \quad V_1 // P(\Delta ABC); \quad x_1 // abc.$$

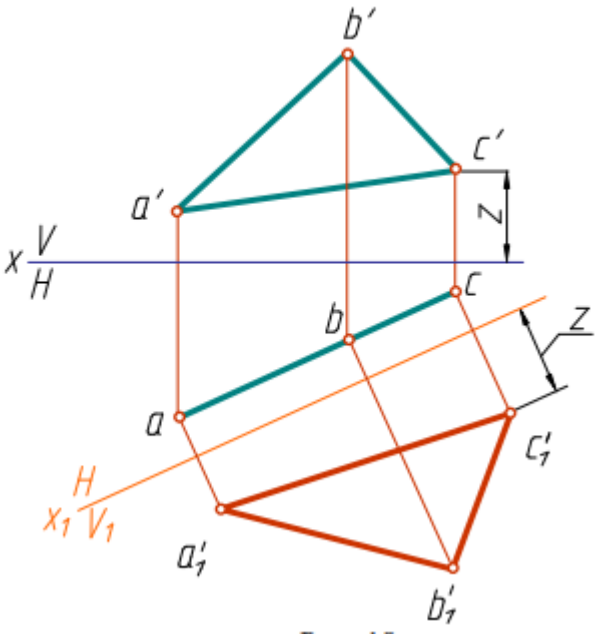


Рис. 2.

2. *Преобразование плоскости общего положения в плоскость уровня*

Для того, чтобы преобразовать плоскость общего положения в плоскость, которая будет параллельна одной из плоскостей проекций, необходимо провести две замены (рис. 3). Вначале преобразуем плоскость общего положения (рис. 3, а) в проецирующую плоскость (рис. 3, б), а затем проецирующую плоскость преобразуем в плоскость уровня (рис. 3, в).

$$\frac{V}{H} \rightarrow x\frac{V_1}{H}; \qquad V_1 \perp H; \qquad V_1 \perp P(\Delta ABC);$$

$$V_1 \perp A1 \ (A1 - \textit{горизонталь}); \ x_1 \perp (a1);$$

$$\frac{V_1}{H} \rightarrow \frac{V_1}{H_1}; \qquad H_1 \perp V_1; \qquad H_1 // P(\Delta ABC); \qquad x_2 // c'_1 a'_1 b'_1.$$

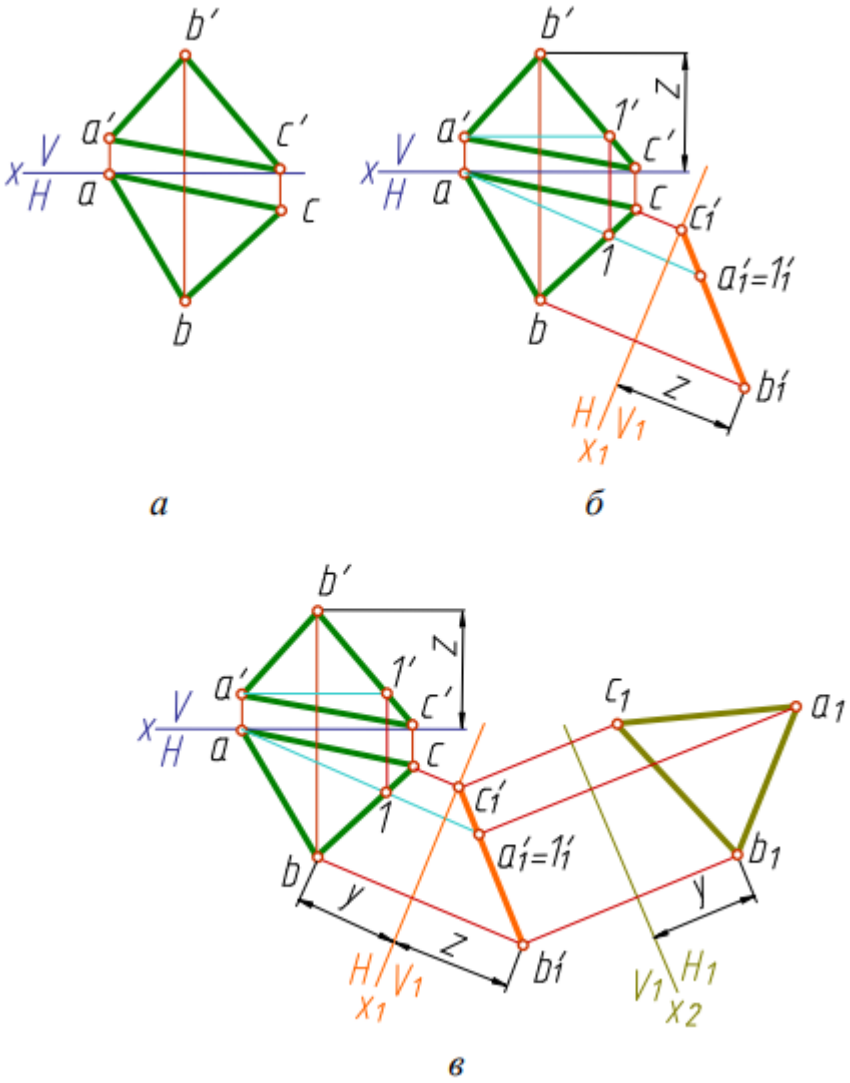


Рис. 3.

Поверхности.

Классификация поверхностей:

1. По способу задания:
- аналитические;
- кинематические;
- скульптурные (поверхности произвольных форм).

2. По закону движения образующей:
- с поступательным движением образующей;
- с вращательным движением образующей;
- с винтовым движением образующей.

3. По виду образующей:
- поверхности с прямолинейной образующей или линейчатые поверхности;
- поверхности с криволинейной образующей.

4. По закону изменения формы образующей:

- поверхности с образующей постоянного вида;
- поверхности с образующей переменного вида.

5. По признаку развертывания:

- развертывающиеся поверхности - можно совместить с плоскостью без разрывов и складок. Сюда относятся поверхности всех многогранников, цилиндрические, конические, торсовые.
- неразвертывающиеся - нельзя совместить с плоскостью без разрывов и складок. Сюда относятся все остальные поверхности.

Линейчатые поверхности.

Гранные поверхности.

Гранной поверхностью называется поверхность, образованная перемещением прямолинейной образующей по ломаной направляющей. Гранные поверхности можно разделить на два вида: пирамидальные (рис. 4, а) и призматические (рис. 4, б).

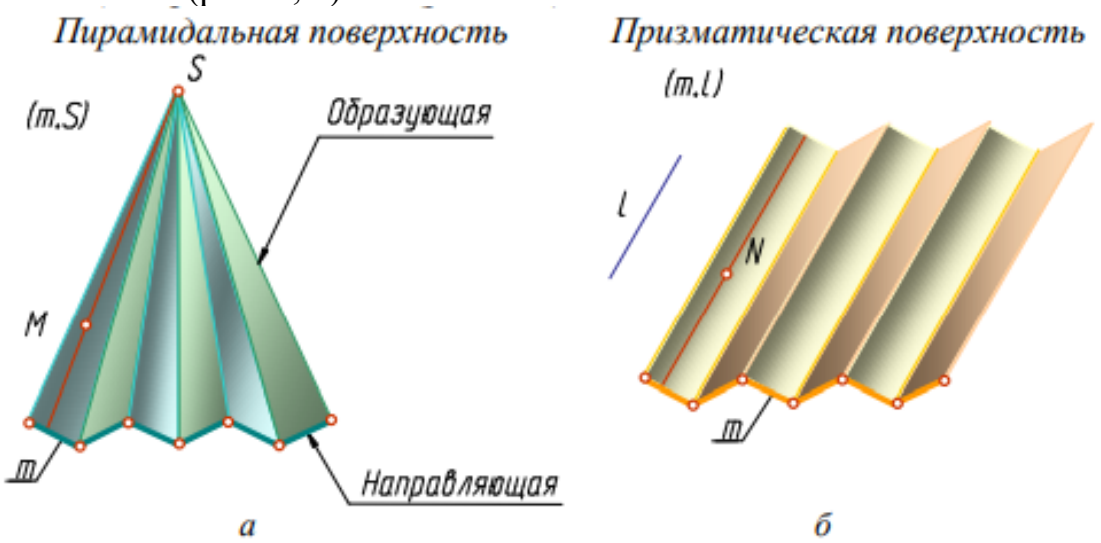


Рис. 4.

Пирамидальной называется поверхность, образованная перемещением прямолинейной образующей по ломаной направляющей. При этом все образующие проходят через некоторую неподвижную точку S. Определитель поверхности – ломаная направляющая m и точка S.

Призматической называется поверхность, образованная перемещением прямолинейной образующей по ломаной направляющей. При этом все образующие проходят параллельно некоторому заданному направлению *l*. Определитель поверхности – ломаная направляющая m и направление *l*.

Точка на поверхности.

Точка принадлежит поверхности, если она принадлежит какойнибудь линии, принадлежащей поверхности.

Линия принадлежит поверхности, если она проходит через точки, принадлежащие поверхности.

Следовательно, если точка принадлежит поверхности, то ее проекции принадлежат одноименным проекциям линии этой поверхности. 35 Точки М

и N принадлежат соответственно пирамидальной и призматической поверхностям, так как принадлежат прямым, расположенным на этих поверхностях. Часть пространства, ограниченная со всех сторон поверхностью, называется телом.

Многогранники.

Многогранником называется тело, ограниченное плоскими многоугольниками. Рассмотрим два многогранника – пирамиду и призму.

Пирамида представляет собой многогранник, у которого одна грань основание (произвольный многоугольник). Остальные грани (боковые) треугольники с общей вершиной S, называемой вершиной пирамиды.

Для задания на чертеже пирамиды достаточно задать ее основание и вершину. Чтобы построить проекции точки на поверхности пирамиды, нужно через эту точку провести вспомогательную прямую, принадлежащую поверхности пирамиды (рис. 5).

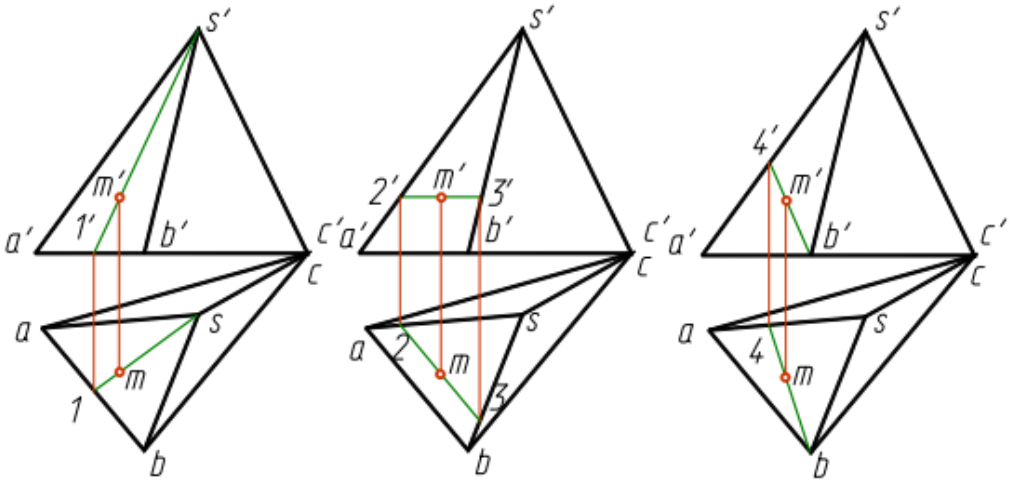
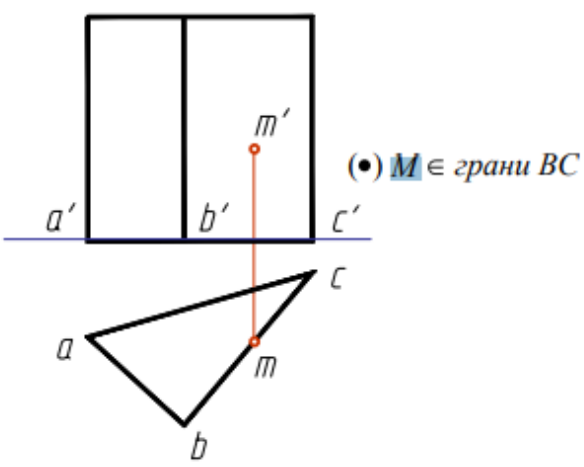


Рис. 5.

Призмой называется многогранник, у которого основания – равные многоугольники с соответственно параллельными сторонами. Боковые грани призмы параллелограммы. Если ребра боковых граней перпендикулярны основанию, то призму называют прямой (рис. 6), если нет – наклонной (рис. 7). Для задания призмы достаточно задать одно ее основание и боковое ребро. Чтобы построить недостающую проекцию точки, лежащей на грани призмы, нужно через эту точку провести прямую.



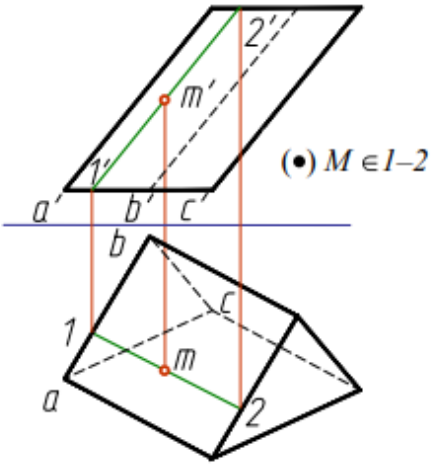


Рис. 6. Рис. 7.

Пересечение многогранников плоскостями.

В пересечении гранных поверхностей плоскостями получаются многоугольники. Их вершины определяются как точки пересечения ребер гранных поверхностей с секущей плоскостью.

Многоугольник сечения может быть построен двумя способами:

1. Вершины многоугольника находятся как точки пересечения прямых (ребер) с секущей плоскостью;

2. Стороны многоугольника находятся как линии пересечения плоскостей (граней) многогранника с секущей плоскостью.

В качестве примера построим сечение призмы (рис. 8) и пирамиды (рис. 9) фронтально-проецирующими плоскостями.

Секущая плоскость является фронтально - проецирующей, следовательно, все линии, лежащие в этой плоскости (в том числе и фигура сечения на фронтальной проекции), совпадут с фронтальным следом Q_V плоскости Q. Таким образом, фронтальные проекции фигур сечения 1 2 3 определятся при пересечении фронтальных проекций ребер призмы и пирамиды со следом Q_V. Горизонтальные проекции точек 1, 2 и 3 находим при помощи линий связи на горизонтальных проекциях соответствующих ребер.

Грани прямой призмы на плоскость, которой они перпендикулярны, проецируются в линии, ребра – в точки. Поэтому все точки и линии, находящиеся на гранях и ребрах призмы проецируется соответственно на эти линии и точки. Проекция фигуры сечения призмы совпадает с горизонтальной проекцией самой призмы (рис. 8).

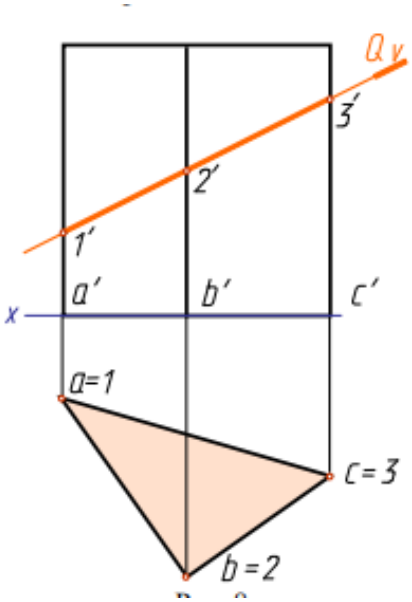


Рис. 8.

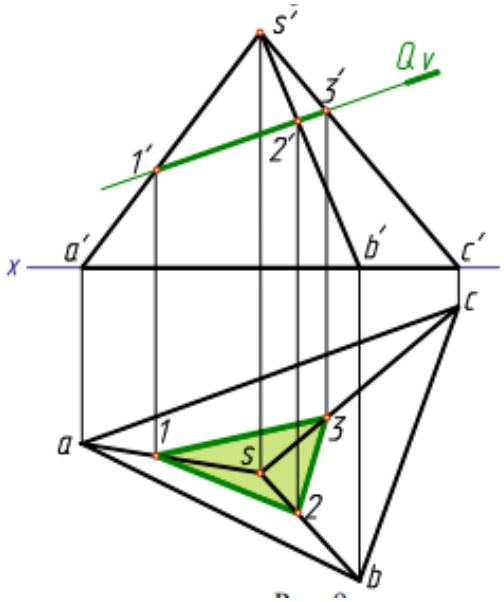


Рис. 9.

Криволинейные поверхности.

Коническая поверхность образуется движением прямолинейной образующей по криволинейной направляющей. При этом образующая проходит через некоторую неподвижную точку S, которая называется вершиной (рис. 10).

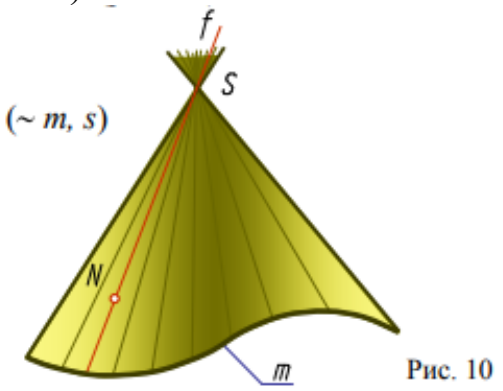
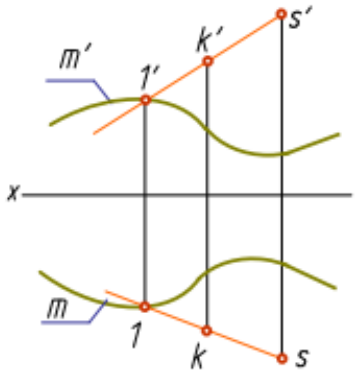


Рис. 10



Коническая поверхность определена на чертеже, если заданы направляющая и вершина. Тело, ограниченное конической поверхностью и плоскостью, называется конусом. Конус будет круговым, если в его основании лежит круг.

Точка *N* принадлежит конической поверхности, так как она принадлежит образующей *f* этой поверхности; почка *K* принадлежит конической поверхности, так как она принадлежит образующей S^1 ($k\ s^1$, $k\ s^1$) данной поверхности (рис. 10).

Цилиндрическая поверхность образуется движением прямолинейной образующей параллельно заданной прямой линии *l* по криволинейной направляющей (рис. 11).

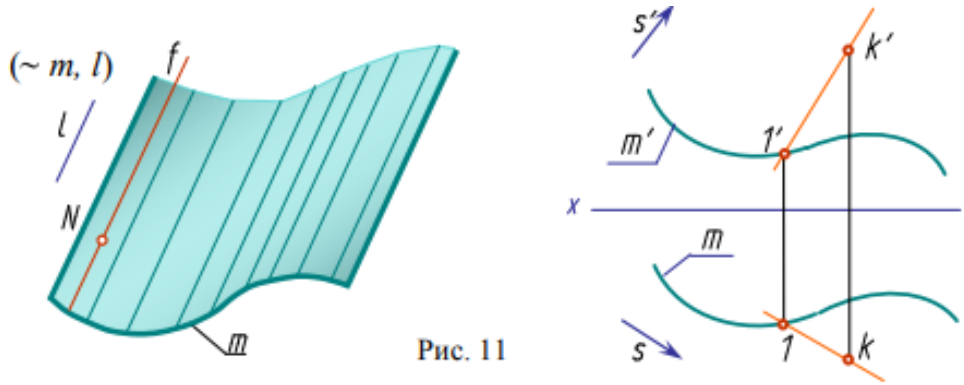
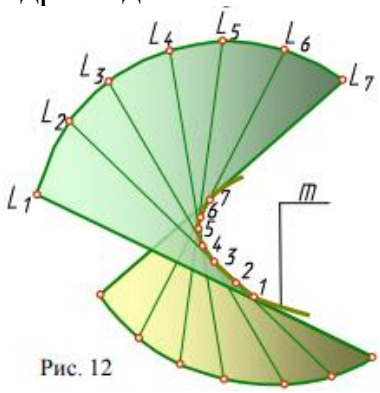


Рис. 11.

Цилиндрическая поверхность определена, если задана направляющая и образующая. Для построения чертежа цилиндрической поверхности удобно выбирать в качестве направляющей линию пересечения цилиндрической поверхности с плоскостью проекций или другой плоскостью, ей параллельной.

Цилиндрическая поверхность также может быть незамкнутой или замкнутой. Тело, ограниченное цилиндрической замкнутой поверхностью и двумя параллельными плоскостями, называется цилиндром. Цилиндрические поверхности различают по виду нормального сечения, например, круговой цилиндр, эллиптический цилиндр и т.д.



Точка *N* принадлежит цилиндрической поверхности, так как она принадлежит образующей *f* этой поверхности; точка *K* принадлежит цилиндрической поверхности, так как она принадлежит образующей, проходящей через точку *1* параллельно направлению *S* данной поверхности (рис. 11).

Торс (поверхность с ребром возврата) образуется движением прямолинейной образующей, касающейся во всех своих положениях некоторой пространственной кривой, называемой ребром возврата (от франц. tors витой, крученный).

Ребро возврата m является направляющей торса. Торс состоит из двух полостей, разделенных ребром возврата (рис. 12). Если ребро возврата вырождается в точку, поверхность торса превращается в коническую. В случае, когда ребро возврата вырождается в бесконечно удаленную точку, торсовая поверхность превращается в цилиндрическую.

Поверхности вращения

Поверхности вращения - поверхности, образованные вращением произвольной образующей вокруг неподвижной оси (рис. 13, а). Направляющей поверхности вращения является окружность постоянного (цилиндр) или переменного радиуса (конус, сфера). Нормальное - перпендикулярное оси вращения сечение любой поверхности вращения, представляет собой окружность с центром на ее оси.

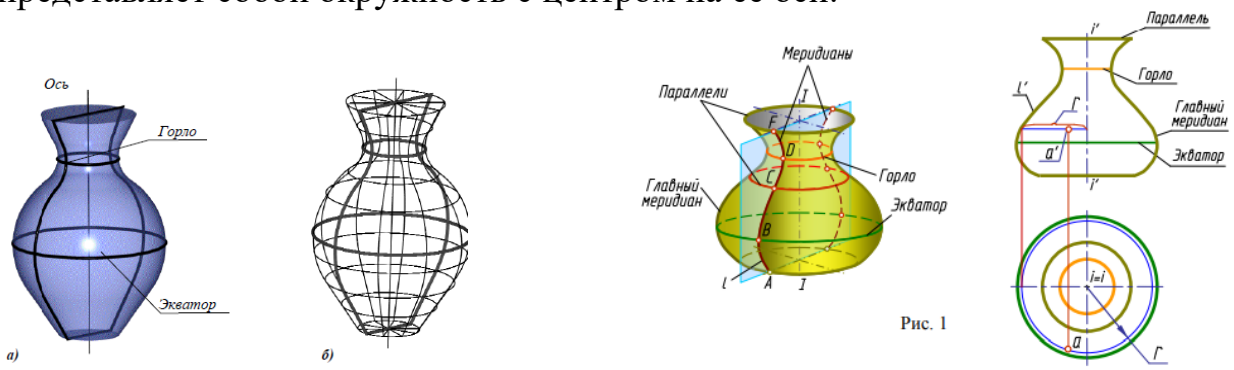


Рис. 13.

а - основные линии на поверхности вращения; б - представление поверхности вращения в виде сети.

Направляющие называют также параллелями поверхности вращения. Плоскости параллелей перпендикулярны к оси поверхности. Наибольшую из параллелей называют экватором поверхности, наименьшую - горлом. Плоскости, проходящие через ось поверхности вращения, называют меридиональными, а линии, по которым они пересекают поверхность - меридианами. Поверхность вращения можно представить параллелями или меридианами поверхности, а также сетью, состоящей из параллелей и меридианов (рис. 13, б).

Поверхность вращения называют закрытой, если меридиональное сечение поверхности является замкнутой кривой линией, пересекающей ось поверхности в двух точках.

При вращении вокруг оси плоской или пространственной алгебраической кривой *n* - го порядка образуется алгебраическая поверхность вращения, в общем случае, *2 n*-го порядка. Если кривая второго порядка вращается вокруг своей оси, то она образует поверхность второго порядка.

В зависимости от вида образующей различают:

Торовые поверхности - поверхности, образованные вращением окружности или дуги окружности.

Многогранники.

Многогранником называется тело, ограниченное плоскими многоугольниками. Поверхность, ограничивающая многогранник, — составная. Элементами этой поверхности являются вершины, ребра и грани; совокупность всех ребер многогранника называют его сеткой. Многогранник называется выпуклым, если весь он лежит по одну сторону от плоскости любой его грани; тогда грани его — тоже выпуклые многоугольники.

Построение ограничивающей поверхности многогранника сводится к построению проекций ее сетки.

Среди всего многообразия многогранников наибольший практический интерес представляют призмы, пирамиды, а также правильные выпуклые многогранники.

Чертеж призмы приведен на рисунке 14. Гранями призмы служат четырехугольные отсеки плоскостей. Все ребра призмы параллельны между собой. Вопрос о принадлежности точки и линии поверхности сводится к определению принадлежности этих элементов плоским граням.

Пирамида (рисунок 15) ограничена составной поверхностью, у которой грани представлены треугольниками.

Все ребра пирамиды пересекаются в одной точке S, которую называют вершиной пирамиды.

Поверхность призмы можно рассматривать, как поверхность пирамиды, у которой вершина — несобственная точка S^{∞}.

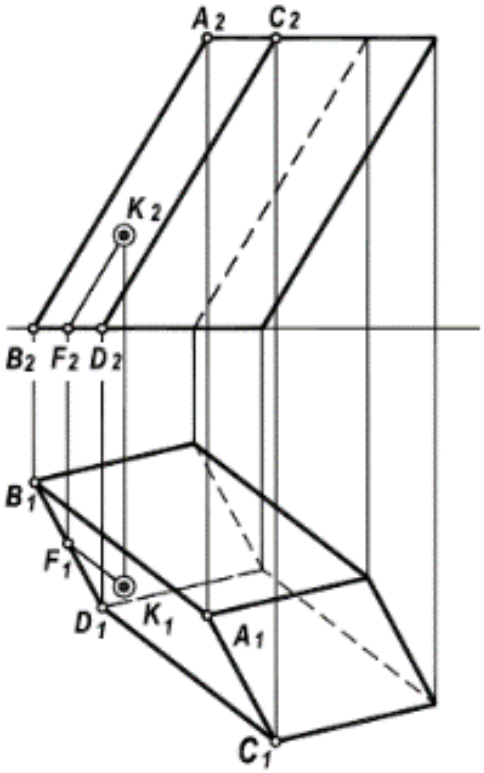


Рисунок 14 - Призма

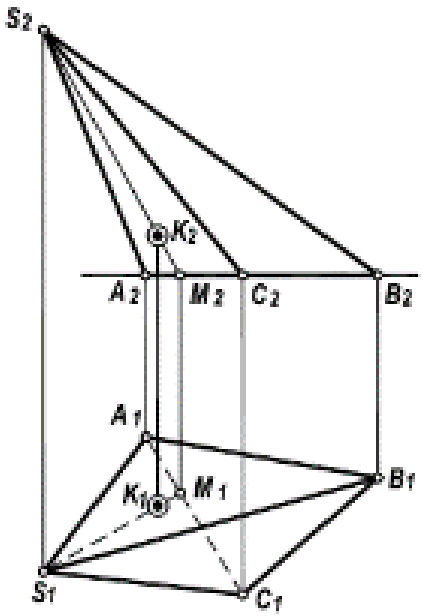


Рисунок 15 - Пирамида