

Карагандинский технический университет им. А. Сагинова

Кафедра «Геология и разведка месторождений полезных ископаемых»

**Дисциплина**

«Введение в теоретические основы полевых геофизических  
методов»

**Специальность 6В07201**

«Геология и разведка месторождений полезных  
ископаемых»

**Лекция 3**

«Гравитационное поле Земли и его элементы»

**Разработчик:**

Мадишева Р.К., PhD

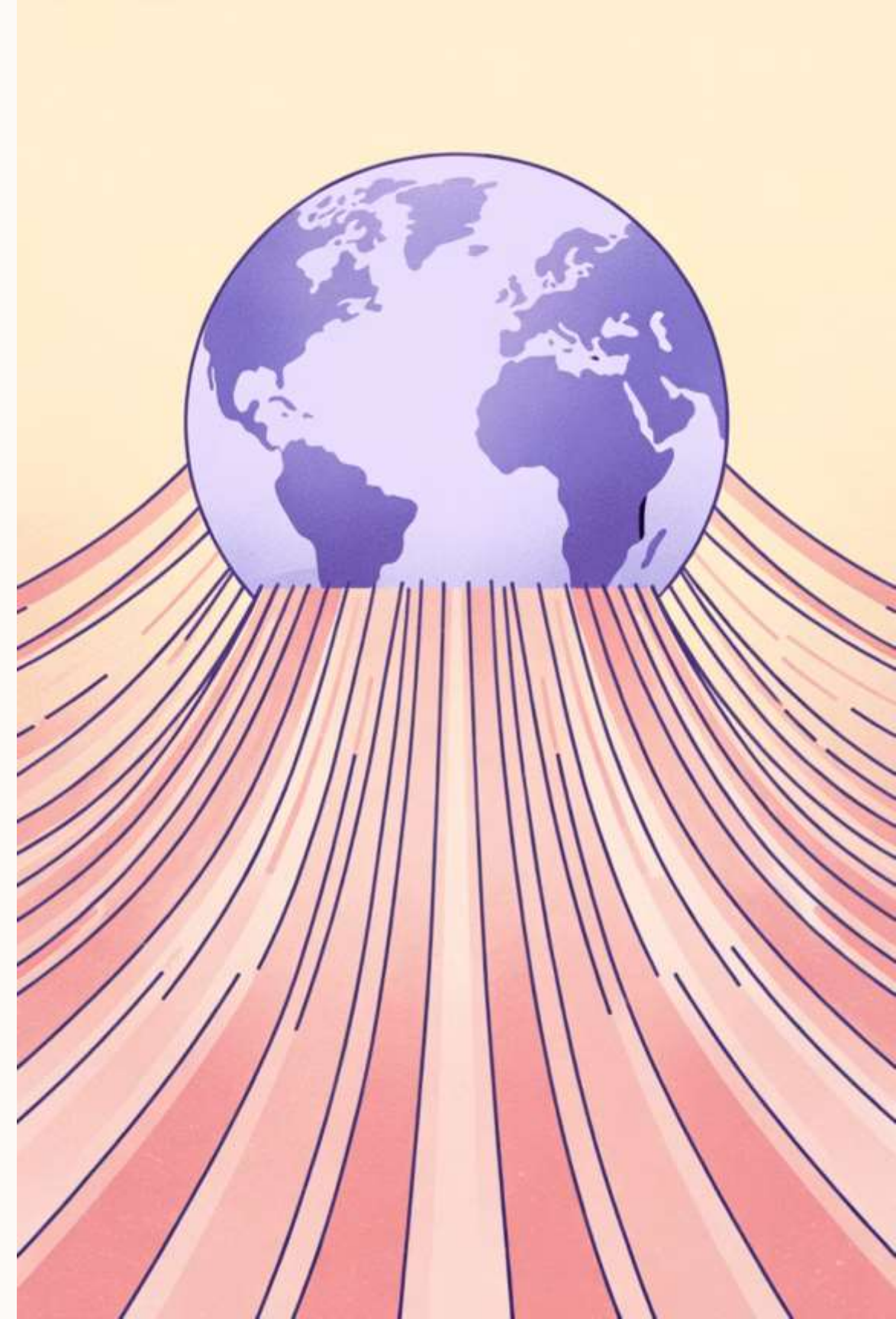
Ассоциированный профессор  
каф. ГРМПИ

**Караганда 2025**



# Гравитационное поле Земли

Гравиметрический метод изучает естественное поле силы тяжести на земной поверхности для определения распределения масс различной плотности в земной коре.



# Сила тяжести: определение и компоненты

Сила тяжести — это результирующая двух сил: притяжения Земли и центробежной силы, возникающей при вращении планеты.

## Сила притяжения

Взаимодействие между массой Земли и элементарной массой по закону Ньютона.

## Центробежная сила

Возникает при вращении Земли, максимальна на экваторе ( $1/396$  от притяжения).

## Результирующая

Векторная сумма обеих сил определяет полную силу тяжести в точке.



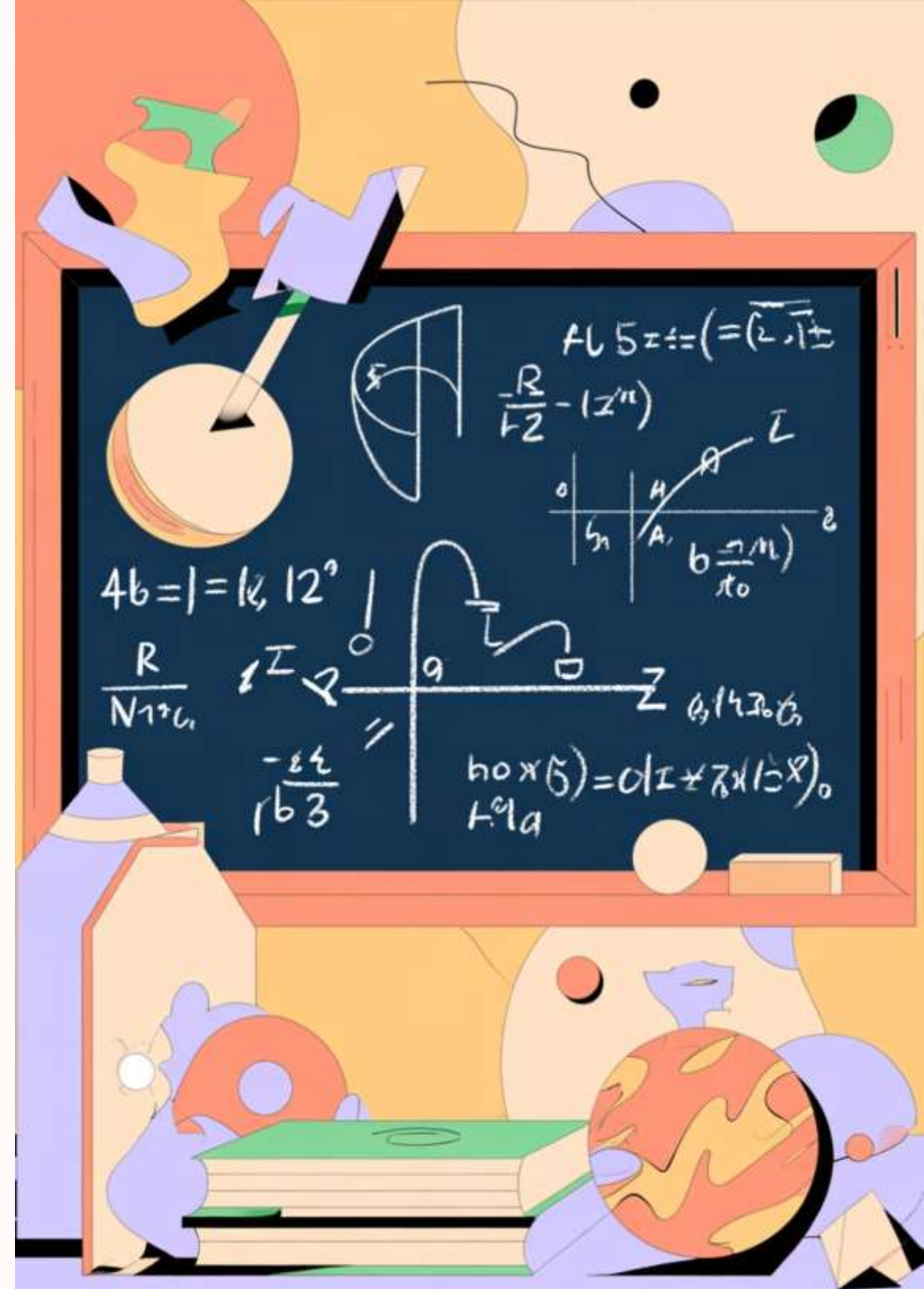


# Математическое выражение силы тяжести

Численная величина силы тяжести выражается формулой:

$$G = k \frac{dm}{r^2} M + \omega^2 \rho$$

где  $k = 6,67 \cdot 10^{-12} \text{ м}^3/\text{кг} \cdot \text{с}^2$  — гравитационная постоянная,  $\omega$  — угловая скорость вращения Земли,  $\rho$  — расстояние от оси вращения.



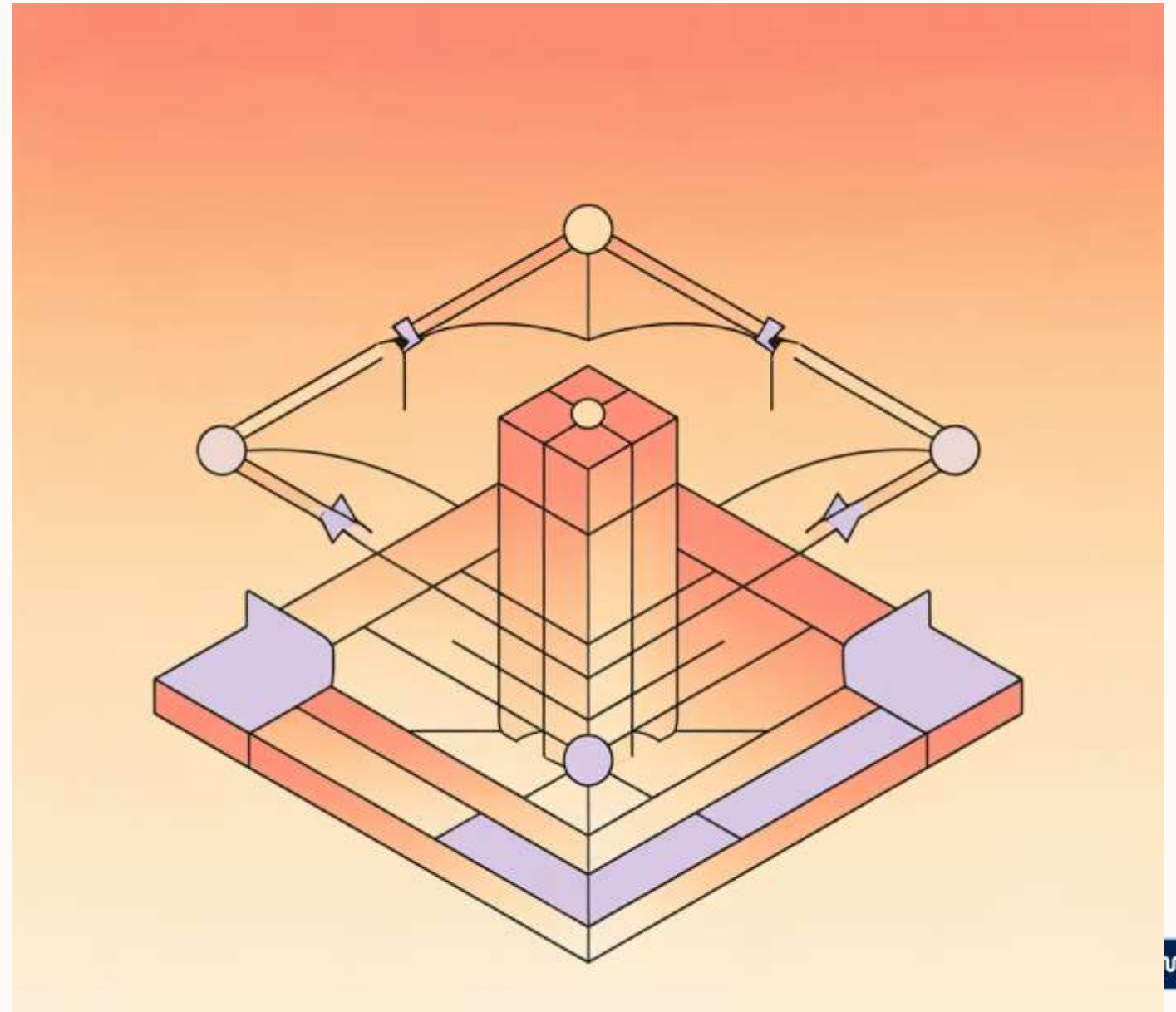
# Напряженность гравитационного поля

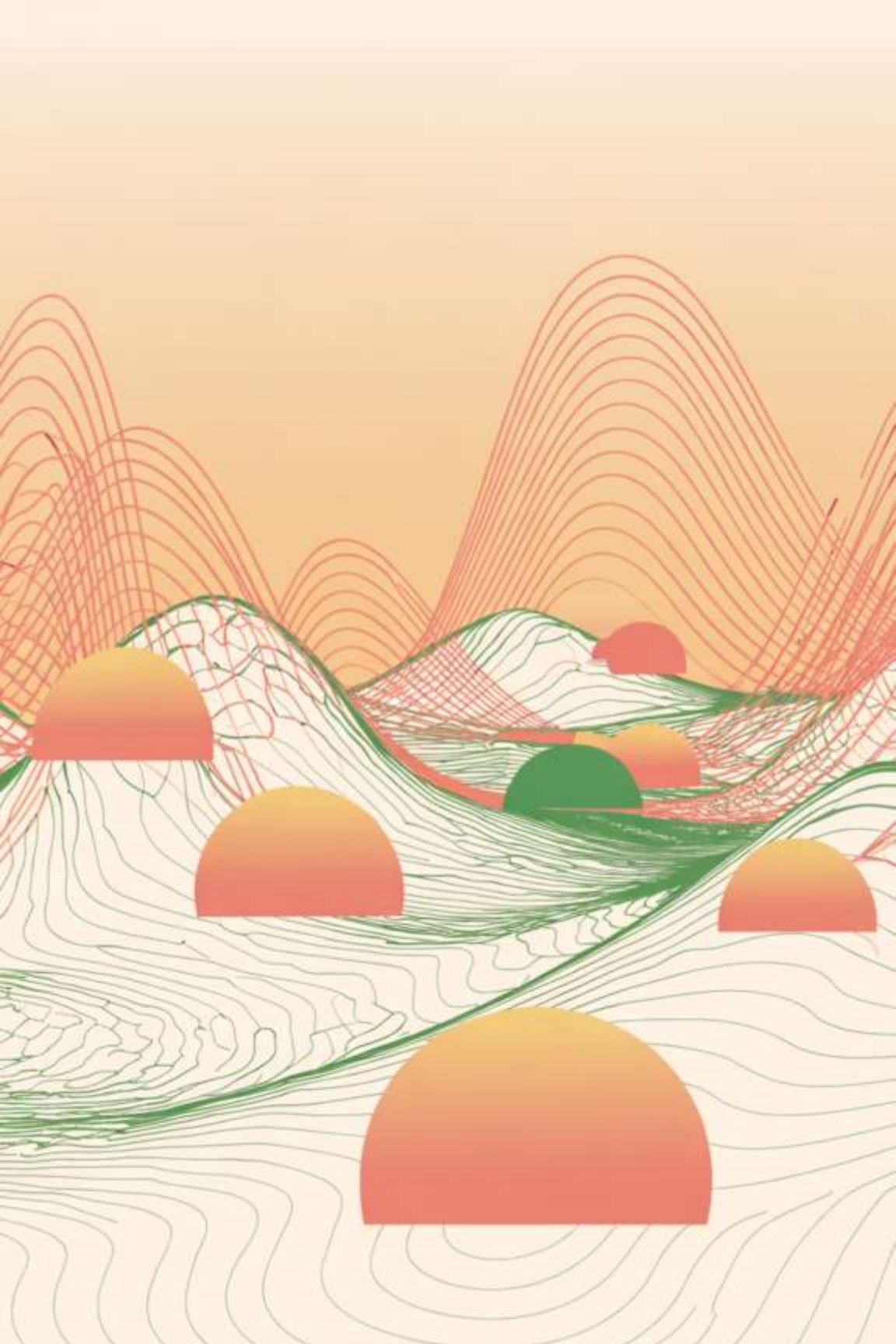
Напряженность поля — это сила, действующая на единичную массу. Численно она равна ускорению свободного падения:

$$g = \frac{kM}{r^2}$$

## Проекции напряженности

- По оси X:  $F_x = kMx/(x^2+y^2+z^2)^{3/2}$
- По оси Y:  $F_y = kMy/(x^2+y^2+z^2)^{3/2}$
- По оси Z:  $F_z = kMz/(x^2+y^2+z^2)^{3/2}$





# Потенциальная функция гравитационного поля

Потенциальная функция  $W = kM/r$  характеризует гравитационное поле. Её первые производные по координатам равны компонентам силы тяжести:

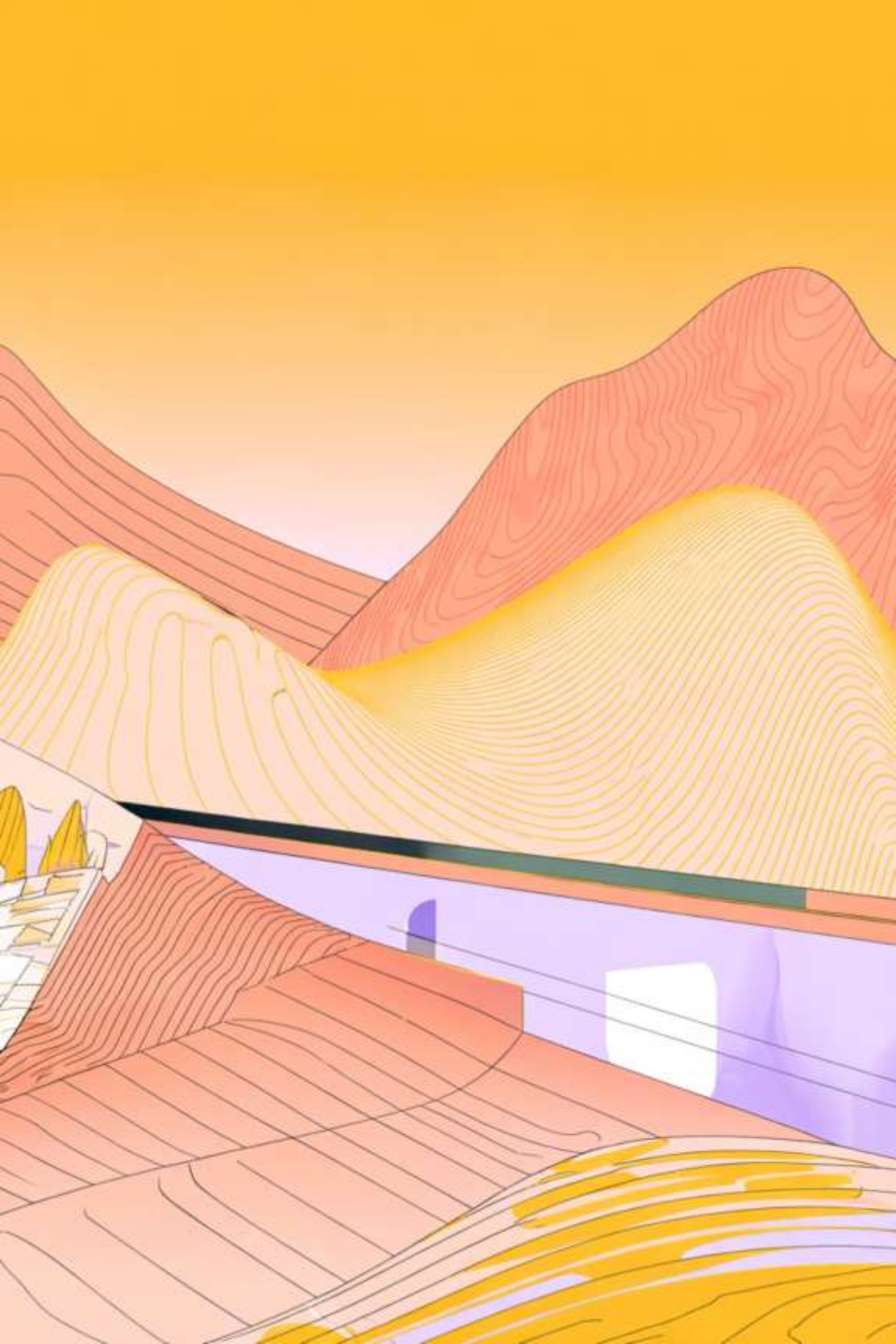
## Связь с силой тяжести

$$\partial W / \partial x = -F_x; \partial W / \partial y = -F_y; \partial W / \partial z = -F_z$$

## Работа силы тяжести

Потенциал — это работа по перемещению единичной массы из бесконечности в данную точку.





# Эквипотенциальные поверхности

Эквипотенциальная поверхность ( $W = \text{const}$ ) совпадает с поверхностью свободной жидкости и называется уровенной поверхностью. На ней сила тяжести везде перпендикулярна поверхности.

- Уровенная поверхность — это поверхность, на которой потенциал гравитационного поля постоянен.

# Вторые производные потенциала: градиенты

Вторые производные потенциала используют для изучения деталей геологического строения и поиска рудных тел. Они характеризуют изменение силы тяжести в различных направлениях.

## Горизонтальные градиенты

$W_xz, W_yz$  — изменение в направлениях X и Y

## Вертикальный градиент

$W_{zz}$  — изменение в вертикальном направлении





# Полный горизонтальный градиент

Полный горизонтальный градиент — это геометрическая сумма горизонтальных компонент, указывающая направление наибольшего изменения силы тяжести:

$$G = \sqrt{W_{xz}^2 + W_{yz}^2}, \quad \tan \alpha = \frac{W_{yz}}{W_{xz}}$$

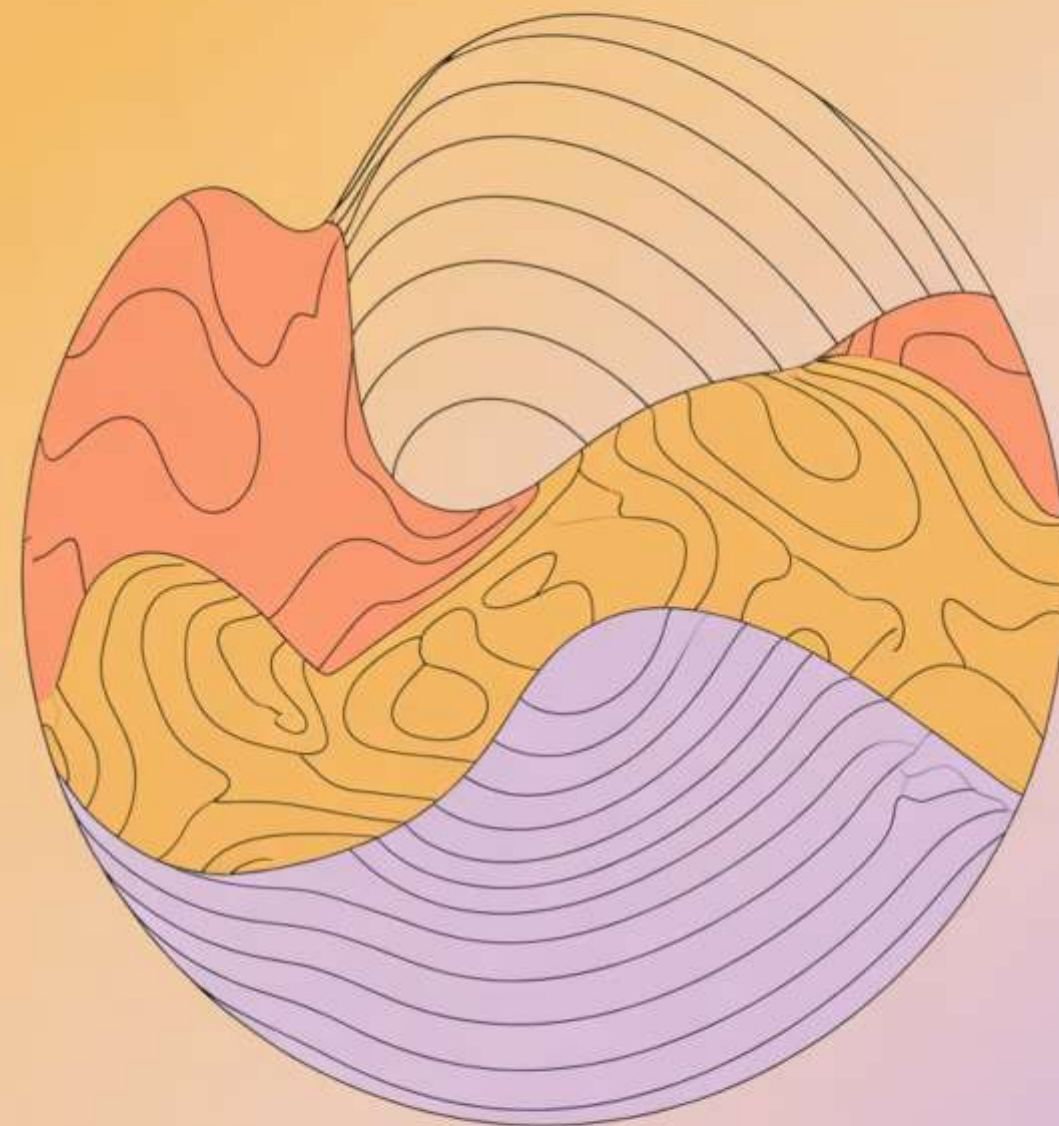
Вектор  $G$  определяет направление и величину максимального изменения гравитационного поля в горизонтальной плоскости.

# Кривизна уровенной поверхности

Вторые производные  $W_{xy}$  и  $W\Delta = W_{yy} - W_{xx}$  характеризуют форму и кривизну уровенной поверхности. Вектор кривизны:

$$R = \sqrt{(2W_{xy})^2 - W_{\Delta}^2}$$

- $W_{xy}$  — направление главных нормальных сечений
- $W\Delta$  — разность кривизн главных сечений
- Отклонение поверхности от сферичности



# Единицы измерения вторых производных

## 1 E

**Единица Этвеша**

В системе СГС:  $1 \text{ E} = 1 \cdot 10^{-9} \text{ c}^{-2}$ .

Названа в честь венгерского физика Р. Этвеша (1849–1919).

Из шести вторых производных непосредственно измеряют  $W_{xz}$ ,  $W_{yz}$ ,  $W_{xy}$ ,  $W_{\Delta}$ . Остальные вычисляют по измеренным значениям.

## 1 c<sup>-2</sup>

**Единица СИ**

В системе СИ:  $\text{c}^{-2}$ .

Характеризует изменение силы тяжести в 1 Гал на 1 метр.

