

Лекция 4.6 Анализ производительности процесса

Цель лекции – изучение теоретических основ и освоение методики анализа производительности (годности) технологического процесса с помощью статистических индексов (C_p и C_{pk}) для оценки его способности соответствовать предъявляемым требованиям.

Задачи лекции:

- изучить связь между формой гистограммы и предположением о гауссовском (нормальном) законе распределения случайной величины;
- определить значимость исследования адекватности процесса (неизменности среднего значения \bar{x} и стандартного отклонения σ) во времени;
- изучить понятие и формулы расчета индекса воспроизводимости процесса (C_p) и индекса годности процесса (C_{pk});
- освоить методику оперативной количественной оценки соответствия процесса требованиям на основе индексов C_p и C_{pk} ;
- сформулировать правила интерпретации значений индексов C_p и C_{pk} для принятия решений об удовлетворительном или неудовлетворительном состоянии процесса;
- научиться определять сдвиг среднего значения процесса относительно середины поля допуска, используя соотношение между C_p и C_{pk} ;
- применить полученные знания для расчета показателей производительности процесса на конкретном примере.

Если гистограмма имеет симметричный (колоколообразный) вид, то можно предполагать гауссовский закон распределения случайной величины.

В этом случае среднее значение гистограммы приходится на середину размаха данных. Наивысшая частота оказывается в середине и постепенно снижается в обе стороны.

Когда выяснено, что гистограмма следует гауссовскому (нормальному) закону распределения, становится возможным исследование адекватности процесса, т.е. определяется неизменность основных параметров процесса: среднего значения \bar{x} или математического ожидания $M(x)$ и стандартного отклонения (σ) во времени. Оно важно при оценке процесса с помощью выборочных данных, когда требуется выяснить вероятность пересечения распределения генеральной совокупности и границ поля допуска, и появления в связи с этим несоответствия требованиям потребителя (пользователя). Если процесс имеет нормальное распределение, то не представляет труда определить возможность выхода распределения генеральной совокупности при заданных значениях $M(x)$ и σ исходя из сравнения соответствующих трехсигмовых пределов и пределов поля допуска.

Если брать в качестве границ допуска трехсигмовые пределы, то годными будут считаться 99,73 % всех данных генеральной совокупности и только 0,27 % данных будут считаться несоответствующими (non- conformity — NC) требованиям потребителя (пользователя), так как они расположены за

границами заданного поля допуска. Таким образом, часть годных данных ($\leq 0,27\%$) считают несоответствующими требованиям, и в этом состоит особенность трехсигмовых пределов, которые применяют на практике для сравнения распределения данных с устанавливаемыми границами допуска.

На современных предприятиях все чаще начинает использоваться анализ при помощи шестисигмовых контрольных границ (Six-Sigma Limits), т.е. рассматриваются пределы, соответствующие шести среднеквадратическим отклонениям. Компания Motorola связала такие аспекты, как производственные мощности процесса (Process Capability) и проектирование продукции. При проектировании той или иной детали всегда оговаривается, что её размеры должны оставаться в определенном диапазоне допусков. Соответствующие проектные границы называют верхним и нижними проектными допусками (Upper and Lower Specification Limits) или верхними и нижними пределами спецификации.

Приведем пример. Предположим, мы занимаемся проектированием подшипника для вращающегося вала для оси автомобильного колеса. При этом нам необходимо принимать во внимание целый ряд технических характеристик как подшипника, так и оси: ширину подшипника, размер его роликов, размер оси, её длину, способ её подвески и т.д. Чтобы все комплектующие точно соответствовали друг другу, проектировщик указывает допуски для каждого размера. Предположим, что в законченном проекте указано, что диаметр подшипника должен быть $1,250 \pm 0,005$ см.

Это означает, что качественными будут считаться детали с размером от 1,245 до 1,255 см (что и является верхними и нижними пределами спецификации).

Далее проанализируем производственный процесс выпуска подшипников. Предположим, проведя несколько тестов, мы определили, объем продукции, выпущенной на станке, характеризуется среднеквадратическим отклонением, равным 0,002 см.

Если мы воспользуемся для данного процесса трехсигмовой контрольной границей, то подшипники будут иметь отклонения $\pm 0,006$ см. Учитывая, что мы производим детали с диаметром 1,250 см, это означает, что мы будем выпускать подшипники, диаметр которых будет изменяться в диапазоне от 1,244 до 1,256 см. Очевидно, что границы процесса шире допустимых границ, установленных проектировщиком. Это приведет к высокой доле брака выпускаемой продукции.

Применяя шестисигмовый критерий, компания Motorola предлагает подход, при котором процесс, используемый для изготовления детали, протекает таким образом, чтобы в проектные допуски вкладывался диапазон отклонений, равный шести сигмам.

Предположив, что процесс производит продукцию в границах $\pm 3\sigma$ и среднее значение процесса расположено точно по центру между двумя проектными границами, Дэвид Берч (David Birch) вычислили доли продукции, выходящей за пределы различных проектных границ (таблица 4.6.1).

Таблица 4.6.1 – Определение доли бракованной продукции в зависимости от проектных границ

Проектные границы	Число забракованных единиц продукции	Доля бракованной продукции
$\pm 1\sigma$	317 на тысячу	0,3173
$\pm 2\sigma$	45 на тысячу	0,0455
$\pm 3\sigma$	2 на тысячу	0,0027
$\pm 4\sigma$	63 на миллион	0,000063
$\pm 5\sigma$	574 на миллиард	0,000000574
$\pm 6\sigma$	2 на миллиард	0,000000002
$\pm 7\sigma$	0,3 на миллиард	0,000000000000003
$\pm 8\sigma$	0,001 на миллиард	0,0000000000000001

С учетом сказанного предполагаемые годные (соответствующие трехсигмовым пределам) данные будем обозначать через С (conformity) и их количество будет определяться трехсигмовыми пределами, т.е. $C = 6\sigma$. Для количественной оценки того, сколько из данных вошло в поле допуска, используют так называемый коэффициент годности C_p :

$$C_p = \frac{USL - LSL}{6\sigma} \quad (4.6.1)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{(x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (4.6.2)$$

где USL - верхний предел спецификации,

LSL - нижний предел спецификации;

σ – среднееквадратическое отклонение,

\bar{x} – среднее значение выборки,

x_i - i-ый элемент выборки,

n- количество элементов в выборке .

Однако в подавляющей части зарубежной литературы это отношение принято называть отношением или индексом годности.

Исследование адекватности процесса с помощью C_p позволяет оценить качество процесса в соответствии с требованиями потребителя. **Чем больше величина C_p , тем выше качество процесса и тем меньше вероятность несоответствия его выхода ожиданиям потребителя.**

Часто на практике для оценки смещения среднего значения применяют индекс годности C_{pk} .

Индекс годности (индекс производственных возможностей процесса) показывает, насколько точно разброс технических характеристик произведенной продукции соответствует допускам, определенным проектными границами. Если проектные границы выше трёх сигм, принятых для процесса, то среднее значение может немного сдвигаться по отношению к

центру, не требуя какое-то время корректировок процесса, и при этом будет продолжаться выпуск большого процента качественных деталей.

Поскольку среднее значение процесса может смещаться направлении, направление сдвига и его расстояние от характеристик определяют предел возможностей процесса, что и отражает индекс годности. С формальной точки зрения C_{pk} вычисляется как меньшее из двух, определяемых по следующей формуле:

$$C_{pk} = \min \left\{ \frac{X - LSL}{3\sigma}; \frac{USL - X}{3\sigma} \right\} \quad (4.6.3)$$

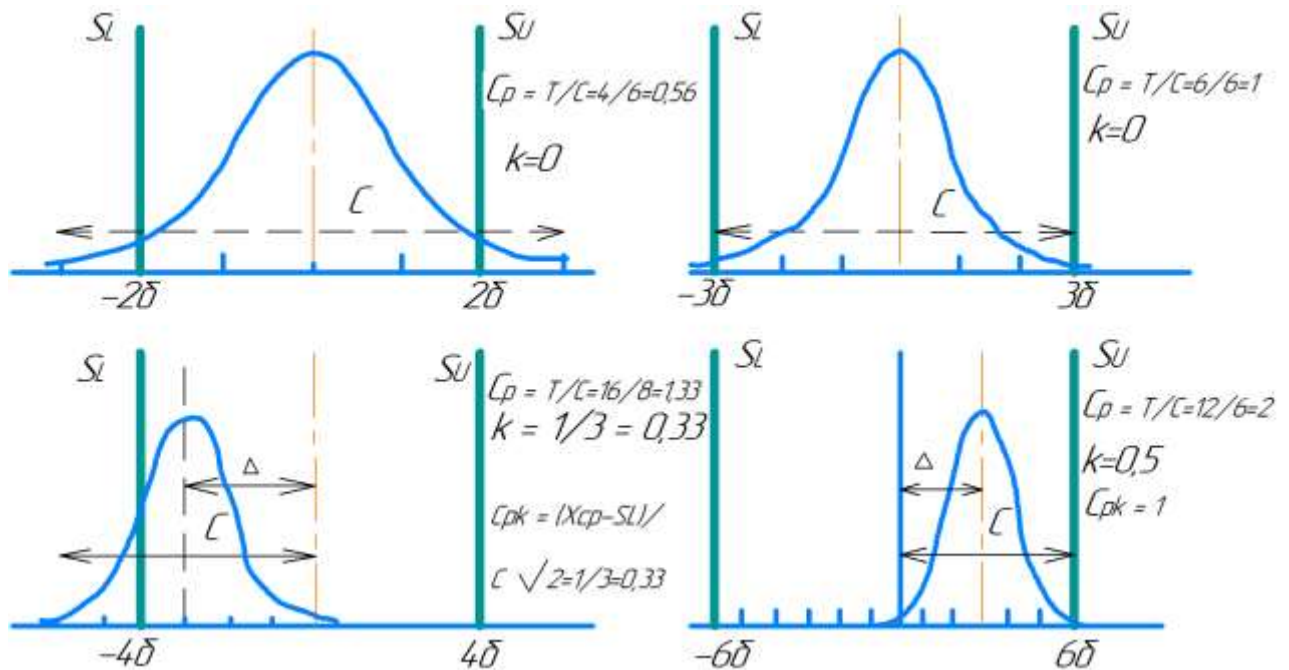


Рисунок 4.6.1 - Значения индексов годности в зависимости от параметров x и гауссовского распределения

Как видно из рисунка 4.6.1, для оперативной количественной оценки того, насколько хорошо процесс отвечает предъявляемым требованиям, достаточно применения индекса годности C_p . Для анализа используется следующее правило:

$C_p > 1,33$ — процесс в удовлетворительном состоянии;

$1,00 \leq C_p \leq 1,33$ — процесс отвечает предъявляемым к нему требованиям;

$C_p < 1,00$ — процесс не отвечает предъявляемым требованиям.

Пример расчета показателей производительности процесса.

Требуется определить показатели производительности процесса.

Исходные данные представлены в таблице.

№	195±10
1	207
2	204
3	198
4	195
5	199
6	200
7	222
8	215
9	188
10	171
11	200
12	204
13	191
14	201
15	198
16	231
17	202
18	187
19	194
20	196

1) определим среднее арифметическое производственного процесса:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = 4003/20 = 200.15$$

2) определим среднеквадратическое производственного процесса:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = 12.72$$

3) определим отношение производительности производственного процесса:

$$USL = 195 + 10 = 205, LSL = 195 - 10 = 185$$

$$C_p = \frac{USL - LSL}{6\sigma} = \frac{205 - 185}{6 * 12.72} = 20 / 76.32 = 0.262$$

4) определим индекс годности производственного процесса:

$$C_{pk} = \min \left\{ \frac{\bar{x} - LSL}{3\sigma}; \frac{USL - \bar{x}}{3\sigma} \right\} = \min \left\{ \frac{200.15 - 185}{3 * 12.72}; \frac{205 - 200.15}{3 * 12.72} \right\} =$$

$$= \min \left\{ \frac{15.15}{38.16}; \frac{4.85}{38.16} \right\} = \min \{0.397; 0.127\} = 0.127$$

Вывод: значение отношения производительности $C_p < 0.262$, следовательно, $C_p < 1,00$ — процесс не отвечает предъявляемым требованиям. C_{pk} составляет 0,127, а это означает, что среднее значение процесса сдвинуто вправо.

Контрольные вопросы по лекции 4.6

1. Объясните связь между симметричным (колоколообразным) видом гистограммы и предположением о нормальном (гауссовском) законе распределения. Почему установление этого закона является критически важным для дальнейшего исследования адекватности процесса?
2. Сформулируйте, в чем заключается адекватность процесса? Почему для оценки процесса с помощью выборочных данных необходимо определить неизменность основных параметров (среднего значения \bar{x} и стандартного отклонения σ) во времени?
3. В чем состоит принципиальное различие между индексом воспроизводимости процесса (C_p) и индексом годности процесса (C_{pk}) с точки зрения оценки потенциала и фактического положения процесса?
4. Объясните, почему для оперативной количественной оценки того, насколько хорошо процесс отвечает требованиям, может быть достаточно применения только индекса C_{pk} ?
5. Сформулируйте правило интерпретации для индекса C_{pk} (например, при $C_{pk}=1,33$) и объясните, какое решение о состоянии процесса следует принять, если $C_{pk} < 1,00$.
6. Как соотношение между значениями C_p и C_{pk} позволяет оперативно определить сдвиг среднего значения процесса относительно середины поля допуска? Приведите пример такого соотношения.
7. Для чего необходимо сравнивать трехсигмовые пределы процесса с границами поля допуска (USL и LSL)? Что означает, если σ -пределы процесса шире, чем поле допуска?
8. Если в результате расчета получено значение $C_p = 1,20$ и $C_{pk} = 0,80$, то какие два ключевых вывода о состоянии данного процесса вы можете сделать и какие первоочередные меры необходимо предпринять?
9. Объясните, почему при расчете C_{pk} используется функция "минимум" (\min), выбирающая меньшее из двух значений? Что именно отражает меньшее значение с формальной точки зрения?

10. Какие практические действия должно предпринять руководство или технический персонал, если по результатам анализа производительности процесса (как в приведенном в лекции примере) было установлено, что $C_p < 1,00$ и процесс не отвечает предъявляемым требованиям?