

## Лекция 4.5 Оценка регулируемости технологических процессов при контроле по количественному признаку

**Цель лекции** – изучение теоретических основ и освоение практической методики статистического регулирования (управления) технологических процессов при контроле по количественному признаку ( $\bar{X}$  и  $R$ ,  $s$  карты) для обеспечения их статистической стабильности и предсказуемости.

### Задачи лекции:

- сформулировать ключевое отличие между регулируемостью (управляемостью) и качеством (пригодностью) технологического процесса;
- освоить методику проведения первичной оценки процесса, включая построение гистограммы и расчет основных статистических характеристик (среднее значение, среднеквадратическое отклонение  $\sigma$ );
- изучить понятие индекса воспроизводимости процесса ( $C_p$ ) и его нормативные значения для новых и действующих процессов;
- освоить порядок построения и анализа контрольных карт Шухарта для количественных признаков:
  - $\bar{X}$ -карты (для контроля центра рассеяния);
  - $R$ -карты или  $s$ -карты (для контроля вариабельности).
- изучить критерии регулируемости процесса (статистической стабильности) и особые признаки вариабельности (выход за границы, тренды, серии), которые свидетельствуют о его разладке;
- сформулировать алгоритм действий при обнаружении особых причин вариабельности для восстановления управляемости процесса;
- научиться использовать карты  $\bar{X}$  и  $R$  для непрерывного регулирования и обеспечения стабильной работы технологической системы.

Оценка и обеспечение регулируемости (или управляемости) технологического процесса являются краеугольным камнем современной системы управления качеством, основанной на принципах статистического управления процессами (Statistical Process Control, SPC). Регулируемость процесса при контроле по количественному признаку (например, диаметр, длина, масса, время) - это его способность стабильно и предсказуемо работать в пределах, установленных статистически. Это фундаментально отличается от качества процесса, которое измеряется его способностью укладываться в заданные конструктором допуски. Только управляемый (стабильный) процесс может быть оценен с точки зрения его воспроизводимости и пригодности к выполнению требований.

Основное назначение статистических методов регулирования - не просто обнаружение брака, а предупреждение его появления путем своевременного выявления разладки процесса.

Перед тем как начать регулярное регулирование процесса во времени, необходимо провести его **первичную оценку** для определения текущего уровня вариабельности и центра рассеяния. Этот этап включает анализ

данных, полученных с одной или нескольких контрольных партий, и является основой для дальнейшего управления.

Наиболее эффективным способом исследования распределения размера параметра является **построение гистограммы**. Гистограмма — это графическое отображение вариабельности процесса, позволяющее визуально оценить форму распределения (нормальное, скошенное, двухмодальное), его центральное положение и поле рассеяния.

При контроле по количественному признаку об отклонениях в процессе судят как по среднему значению контролируемого параметра, так и по рассеиванию значений контролируемого параметра относительно этого среднего. Смещение среднего значения в любую сторону относительно середины поля допуска и увеличение поля рассеяния приводят к увеличению доли дефектной продукции.

Также оценку управляемости (регулируемости) процесса можно провести с помощью контрольной  $S$  - карты. Для этого можно рассмотреть следующий пример.

Допустим, что на основании опыта работы руководством цеха принято решение перевести на статистическое регулирование технологический процесс изготовления болтов на станках-автоматах. За показатель качества при этом выбран диаметр болта и его допускаемые (верхнее  $ES$  и нижнее  $EI$ ) отклонения:  $D = 26$  мм,  $ES = -0,005$  мм,  $EI = -0,019$  мм.

Таблица 4.5.1 - Исходные данные

№ серии	X1	X2	X3	X4	X5	$\bar{X}_i$ , МКМ	$R_i$ , МКМ
1	10	3	5	14	10	8,4	11
2	2	14	8	13	11	9,6	12
3	12	12	3	8	10	11,0	5
4	12	14	7	11	9	10,6	7
5	10	11	9	15	7	10,4	8
6	11	12	11	14	12	12,0	3
7	15	11	14	8	3	10,2	12
8	12	14	12	11	11	12,0	3
9	11	7	11	13	9	10,2	6
10	14	10	9	12	8	10,6	6
11	9	11	14	10	13	11,4	5
12	13	13	6	4	13	9,8	9
13	5	8	3	3	4	4,6	5
14	8	5	3	5	4	5,0	5
15	8	4	9	5	8	6,8	5
16	10	10	6	9	3	7,6	7
17	4	7	6	7	12	7,2	8
18	8	5	6	9	13	8,2	8
19	4	12	10	6	10	8,4	8
20	10	6	13	10	5	8,8	8

Сумма  $\bar{X} = 182,8$   $R = 141$

Добавим к приведенным данным значения стандартных отклонений  $S$ , рассчитанных для каждой серии измерений (таблица 4.5.2) по формуле:

$$S = \sqrt{\frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n-1}} \quad (4.5.1)$$

При этом цена деления шкалы  $S$  должна быть такой же, как и для шкалы  $X$ .

Таблица 4.5.3 - Стандартные отклонения  $S_i$

№	$S_i$ , мкм
1	4,39
2	4,82
3	4,36
4	2,67
5	2,97
6	1,65
7	4,86
8	1,22
9	2,40
10	2,41
11	2,07
12	4,71
13	2,09
14	1,87
15	2,16
16	3,05
17	2,95
18	2,00
19	3,28
20	3,27

Среднее выборочное значение стандартных отклонений  $S$  по 20 сериям равно 2,96 мкм. Определим верхнюю и нижнюю контрольные границы регулирования для стандартных отклонений и средних значений по формулам:

$$ВГР_S = B_4 \cdot \bar{S} \quad (4.5.2)$$

$$НГР_S = B_3 \cdot \bar{S} \quad (4.5.3)$$

$$ВГР_X = \bar{X} + A_3 \cdot \bar{S} \quad (4.5.4)$$

$$НГР_X = \bar{X} - A_3 \cdot \bar{S} \quad (4.5.5)$$

Значения коэффициентов A3, B3, B4 выберем из таблицы 4.5.2

Таблица 4.5.2 - Значения коэффициентов A3, B3, B4

<b>n</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
<b>A3</b>	2,66	1,95	1,63	1,43	1,29	1,16	1,10	1,03	0,98
<b>B3</b>	-	-	-	-	0,03	0,12	0,19	0,24	0,28
<b>B4</b>	3,27	2,57	2,27	2,09	1,97	1,88	1,82	1,76	1,72

Примечание. Нижняя контрольная граница для  $n < 6$  не строится. Вычислим значения контрольных границ регулирования средних значений для  $\bar{X}$  – карты, используя данные таблицы 4.5.2 при  $n = 5$ .

$$ВГР_X = 9,00 + 1,43 \cdot 2,96 = 13,2 \text{ мкм},$$

$$НГР_X = 9,00 - 1,43 \cdot 2,96 = 4,8 \text{ мкм}.$$

Теперь определим верхнюю границу регулирования для S – карты.

$$ВГР_S = 2,09 \cdot 2,96 = 6,2 \text{ мкм}.$$

Нанесем на двойную карту ( $\bar{X}$ – S) (рисунок 4.5.1) границы регулирования и границы допуска. Оценим управляемость (регулируемость) процесса и сравним результаты с контрольной картой ( $\bar{X}$  – R). Можно отметить, что границы регулирования для  $\bar{X}$  по карте ( $\bar{X}$ – S) несколько ниже, чем для карты ( $\bar{X}$  – R) но результат один и тот же: точка №13 выпадает из границ регулирования, что свидетельствует о некачественной наладке технологической системы. Это подтверждает и наличие 3–х точек в предупредительных границах карты.

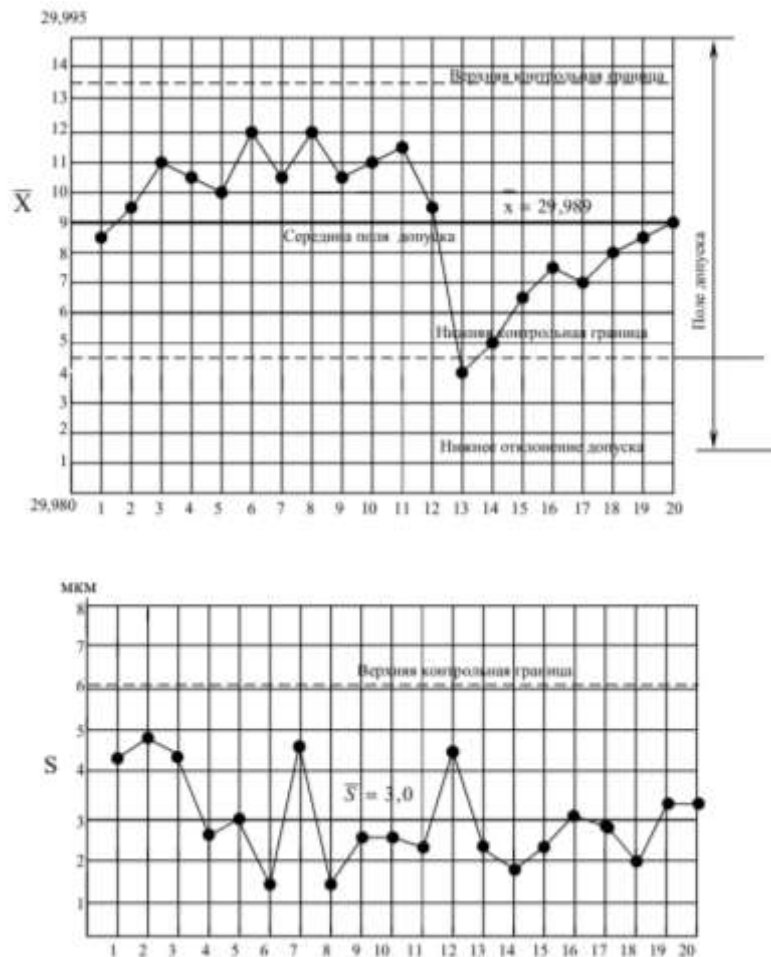


Рисунок 4.5.1 - ( $\bar{X}$ – S) карта (<https://lib.ulstu.ru/venec/disk/2012/Efimov5.pdf>)

Что касается наличия серий, тренда и приближения точек к контрольным пределам, то для  $\bar{X}$  карты в обоих случаях имеют место одинаковые признаки нарушения регулируемости: две длинные серии, один тренд, три точки приближения к контрольным границам.

Для карты S не обнаружено ни одного признака неуправляемости процесса.

**Оценим воспроизводимость процесса.** Для этого необходимо оценить среднеквадратическое отклонение  $\sigma_s$ :

$$\sigma_s = \bar{S}/c_4, \quad (4.5.6)$$

где  $c_4$  – константа, зависящая от объема выборки (таблица 4.5.3).

Таблица 4.5.3

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$c_4$	0,789	0,886	0,921	0,940	0,952	0,959	0,965	0,969	0,973

Подставляя  $c_4 = 0,940$  при  $n = 5$  в формулу (4.5.7), получим  $\sigma_s = 3,15$  мкм. Определим индекс воспроизводимости  $C_p$ :

$$C_p = \frac{D_{\text{вер}} - D_{\text{ниж}}}{6\sigma_s} = \frac{25,995 - 25,981}{6 \cdot 0,00315} = 0,74 \quad (4.5.7)$$

Поскольку  $C_p < 1$ , то данный процесс, как при анализе его с применением карты  $S$ , так и с применением карты  $(\bar{X} - R)$ , по точности можно признать неудовлетворительным, то есть уровень вариабельности данной технологической системы не позволяет изготавливать болты без брака.

**Регулируемый (управляемый) процесс** - это процесс, который находится в состоянии **статистической стабильности**, когда все точки на обеих контрольных картах лежат в пределах контрольных границ и не образуют неслучайных паттернов. Это означает, что вариации вызваны только **общими причинами** (случайной, присущей системе вариабельностью).

**Нерегулируемый (неуправляемый) процесс** - это процесс, в котором присутствуют **особые причины вариабельности** (неслучайные, внешние)<sup>16</sup>. Обнаружение таких причин является сигналом к немедленному вмешательству:

1. **Точка выходит за контрольные границы:** Наиболее очевидный признак, указывающий на разладку.

2. **Наличие тренда:** Последовательный ряд точек, поднимающихся или опускающихся.

3. **Длительные серии точек по одну сторону от центральной линии**<sup>17</sup>.

Если на контрольной карте обнаружена особая причина (например, точка 5 выходит за UCL, как в примере с с-картой), необходимо:

1. **Локализовать и устранить** источник этой особой причины (например, подтянуть оснастку, заменить материал).

2. **Исключить** это значение из расчета контрольных границ<sup>19</sup> и пересчитать их, чтобы они отражали только вариации, вызванные общими причинами.

### Контрольные вопросы по лекции 4.5

1. Сформулируйте ключевое отличие между понятиями регулируемость (управляемость) и качество (пригодность) технологического процесса. Почему, согласно принципам SPC, оценку качества можно проводить только для управляемого процесса?

2. Объясните, как с помощью гистограммы распределения можно визуальное оценить вариабельность процесса и его центральное положение. Какие две ключевые статистические характеристики рассчитываются на основе гистограммы?

3. Каково назначение индекса воспроизводимости  $C_p$  и как он рассчитывается? Объясните, почему при оценке потенциальной пригодности

процесса важно не только значение  $6\sigma$ , но и его соотношение с полем допуска  $T$ .

4. Почему при статистическом регулировании по количественному признаку обязательно используются пары контрольных карт  $\bar{X}$ -карта и  $R$ -карта), и какая из карт должна быть проанализирована в первую очередь?

5. Объясните различия в назначении  $\bar{X}$ -карты и  $R$ -карты. На контроль какого параметра (точности или стабильности рассеяния) направлена каждая из них?

6. Как рассчитываются контрольные границы ( $UCL$  и  $LCL$ ) для  $\bar{X}$ -карты, и почему их расчет зависит от стабильности среднего размаха  $R$ , установленного на  $R$ -карте?

7. Какие особые причины вариабельности (помимо выхода точек за контрольные границы) могут быть обнаружены на  $\bar{X}$ -карте, и о каких проблемах в процессе они свидетельствуют (например, тренд, длительная серия точек)?

8. Опишите алгоритм действий, который должен предпринять оператор или инженер, если на контрольной карте была обнаружена особая причина вариабельности (например, точка вышла за  $UCL$ ).

9. Обоснуйте утверждение, что процесс, для которого индекс  $C_p < 1$ , является неудовлетворительным по точности. Какие меры, помимо настройки центра процесса, необходимы для улучшения такого процесса?

10. Что означает состояние статистической стабильности применительно к регулируемому процессу? Чем вариации, вызванные общими причинами, отличаются от вариаций, вызванных особыми причинами?