

## Лекция 4.3 Оценка качества технологического процесса

**Цель лекции** – изучение теоретических основ и освоение практической методики применения статистических методов регулирования технологических процессов при контроле по альтернативному признаку для обеспечения стабильности и управляемости процесса и предупреждения выпуска дефектной продукции.

### **Задачи лекции:**

- определить ключевые параметры плана контроля: объем выборки ( $n$ ), браковочное число ( $d$ ) и период отбора выборок;
- изучить методы оценки среднего уровня дефектности ( $P$  или  $c$ ) по результатам сплошного или выборочного контроля;
- освоить порядок построения и анализа  $pn$ -карты (контроль по числу дефектных единиц продукции);
- освоить порядок построения и анализа  $c$ -карты (контроль по числу несоответствий/дефектов);
- научиться рассчитывать центральную линию ( $CL$ ) и контрольные границы ( $UCL$ ,  $LCL$ ) для обоих типов контрольных карт;
- сформулировать выводы о состоянии процесса (стабилен/нестабилен) на основании анализа контрольных карт и выявлять особые причины вариабельности;
- применить полученные знания для принятия решений о корректировке процесса или подтверждении приемлемости плана контроля.

Для оценки качества технологического процесса требуется сравнение допуска на размер с полем его рассеяния в конкретной технологической системе. Несмотря на то, что именно суммарная погрешность процесса изготовления является наиболее представительным значением поля рассеяния технологической системы, на практике таким сравнением пользуются редко, так как расчет суммарной погрешности процесса является исключительно трудоемкой операцией. Гораздо проще определить поле рассеяния какого-либо размера детали при ее изготовлении в конкретном технологическом процессе путем обработки результатов экспериментальных исследований.

Наиболее эффективным способом исследования распределения размера параметра является построение гистограммы.

**Гистограмма распределения** – это графическое отображение вариабельности процесса. Для построения гистограммы необходимо собрать необходимые данные о процессе. Рассмотрим порядок построения гистограммы и методы статистической обработки результатов на следующем примере.

На одношпиндельном револьверном автомате изготавливаются специальные ролики из пруткового материала. Требуется по данным фактических измерений диаметров роликов в партии деталей, изготовленных

методом автоматического получения размеров, построить гистограмму, установить характеристики рассеяния, определить вероятность соблюдения заданного допуска на диаметр ролика  $18^{+0,03}_{-0,08}$  и найти вероятность появления брака (несоответствий допуску). Для исследования отобрана партия (выборка) в количестве 25 роликов.

После измерения фактических диаметров роликов выявлено, что все размеры уложились в диапазон от 17,89 мм (минимум) до 18,07 мм (максимум). Для удобства построения гистограммы весь диапазон размеров (18 мм) разделен на 9 интервалов с размером одного интервала 0,02 мм.

Результаты фактических измерений диаметров роликов представлены в таблице 4.2.1.

Таблица 4.2.1 – Результаты фактических измерений диаметров роликов

№ интервала	Диапазон интервалов, мм	Середина интервала, мм	Частота (m) попадания в интервал, шт.
1	17,89 – 17,91	17,90	1
2	17,91 – 17,93	17,92	1
3	17,93 – 17,95	17,94	3
4	17,95 – 17,97	17,96	5
5	17,97 – 17,99	17,98	6
6	17,99 – 18,01	18,00	4
7	18,01 – 18,03	18,02	3
8	18,03 – 18,05	18,04	1
9	18,05 – 18,07	18,06	1
Итого			25

На основе этих данных строится график рассеяния фактических размеров столбчатого типа – гистограмма (рисунок 4.3.1).

Для расчета среднего арифметического диаметра  $D_{cp}$  воспользуемся формулой (4.3.1):

$$D_{cp} = \frac{\sum D_{icp} \cdot m_i}{\sum m_i} \quad (4.3.1)$$

где  $D_{i\text{ ср}}$  – среднее значение интервала,  
 $m_i$  – частота попаданий измерений в  $i$ -й интервал.

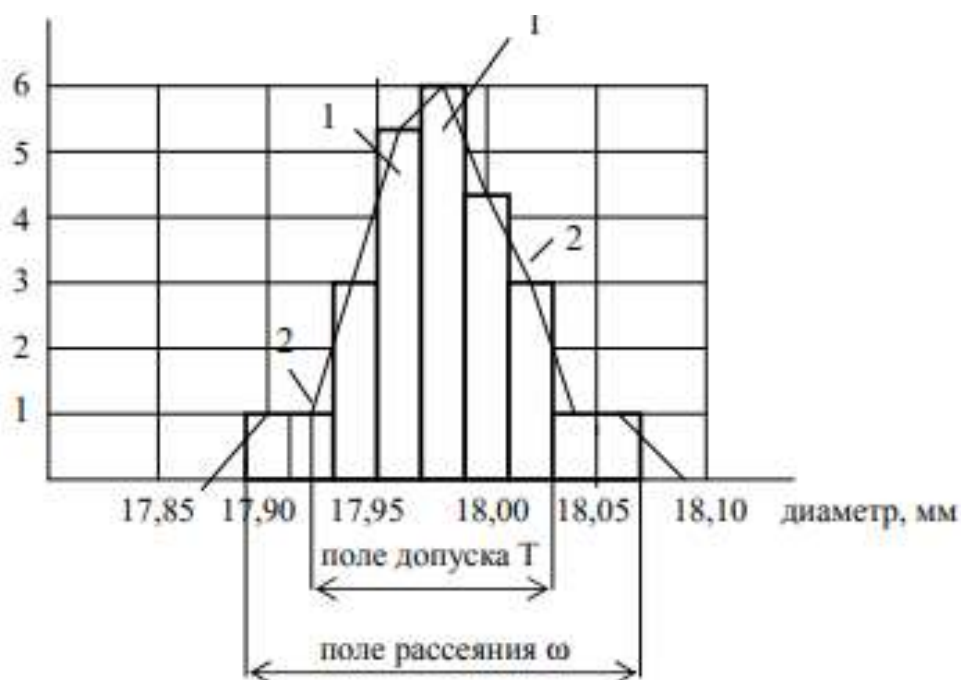


Рисунок 4.3.1 - Гистограмма (1) и полигон распределения (2) измеренных диаметров роликов

После вычислений по формуле (4.2.1) по всем интервалам имеем:

$$D_{cp} = 449,48/25 = 17,98 \text{ мм.}$$

Характер полученной кривой (полигона распределения) позволяет допустить, что полученное распределение математически может быть описано законом нормального распределения. Среднее квадратическое отклонение  $\sigma$  исследуемого размера  $X$  можно определить по формуле:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (D_{cp} - D_{icp})^2 \cdot m_i}{\sum m_i}} \quad (4.3.2)$$

Для упрощения расчета вынесем необходимые исходные и расчетные данные в таблице 4.3.2

Таблица 4.3.2 – Промежуточные расчеты

№ интервала	Частота попадания в интервал $m_i$ , шт	Середина интервала $D_{icp}$ , мм	$(D_{cp} - D_{icp})^2$	$m_i \cdot (D_{cp} - D_{icp})^2$
1	1	17,90	0,0064	0,0064
2	1	17,92	0,0036	0,0036
3	3	17,94	0,0016	0,0048
4	5	17,96	0,0004	0,0020
5	6	17,98	0	0

6	4	18,00	0,0004	0,0016
7	3	18,02	0,0016	0,0048
8	1	18,04	0,0036	0,0036
9	1	18,06	0,0064	0,0064
Итого	25			0,0332

Подставляя в формулу (4.3.2) требуемые расчетные данные из таблицы 4.3.2, получим:

$$\sigma = \sqrt{\frac{0,0332}{25}} = 0,04 \text{ мм.}$$

Для построения кривой нормального распределения необходимо дополнительно рассчитать:

- максимальную ординату распределения  $y_{\max}$  :

$$y_{\max} = 0,4 \cdot \frac{\sum m_i \cdot \Delta L}{\sigma} = 0,4 \cdot \frac{25 \cdot 0,02}{0,04} = 5,00; \quad (4.3.3)$$

где  $\Delta L$  – размер интервала,

- ординату для односигмовых ( $\pm\sigma$ ) расстояний от середины поля рассеяния  $y_{\sigma}$ :

$$y_{\sigma} = 0,24 \cdot \frac{\sum m_i \cdot \Delta L}{\sigma} = 0,24 \cdot \frac{25 \cdot 0,02}{0,04} = 3,00; \quad (4.3.4)$$

- величину поля рассеяния  $\omega_{\max}$ :

$$\omega_{\max} = \pm 3\sigma = \pm 3 \cdot 0,04 = \pm 0,12 \text{ мм.} \quad (4.3.5)$$

По этим данным легко построить кривую нормального распределения, наложив ее на график рассеяния фактических размеров (гистограмму). На этот же график наносится в принятом масштабе величину заданного поля допуска 18 (+0,03/-0,08) с предельными размерами 18,03 (верхний) и 17,92 (нижний). Величина заштрихованной площади поверхности в границах поля допуска, отнесенная ко всей площади кривой нормального распределения, определяет вероятность  $P(D)$  изготовления деталей, находящихся в поле допуска (по диаметру ролика). А отсюда вытекает, что вероятность брака (несоответствия допуску) равна  $1 - P(D)$ .

Определим **точное значение величины брака**. Для этого вначале необходимо определить величину смещения центра поля рассеяния от середины поля допуска по формуле:

$$\Delta D_{\text{ц}} = D_{\text{ср}} - \frac{D_{\text{вер}} + D_{\text{ниж}}}{2} = 17,98 - \frac{18,03 + 17,92}{2} = 0,005 \text{ мм.} \quad (4.3.6)$$

Значение величины смещения соизмеримо с погрешностью измерения диаметров роликов и им можно пренебречь в дальнейших расчетах.

Для оценки величины брака воспользуемся функцией Лапласа  $\Phi(z)$ , где  $z = x/\sigma$ .

Определим верхнее и нижнее значения аргумента  $z$ :

$$\begin{aligned} z_{\text{вер}} &= \frac{D_{\text{вер}} - D_{\text{ср}}}{\sigma} = \frac{18,03 - 17,98}{0,04} = 1,25; \\ z_{\text{ниж}} &= \frac{D_{\text{ниж}} - D_{\text{ср}}}{\sigma} = \frac{17,92 - 17,98}{0,04} = -1,5. \end{aligned} \quad (4.3.7)$$

**Вероятность получения брака  $P_v$  по верхнему пределу допуска равна:**

$$P_v = 0,5 - \Phi(z_{\text{вер}}) = 0,5 - \Phi(1,25) = 0,5 - 0,394 = 0,106 \text{ (или } 10,6\%). \quad (4.3.8)$$

**Вероятность получения брака  $P_n$  по нижнему пределу допуска равна:**

$$P_n = 0,5 + \Phi(z_{\text{ниж}}) = 0,5 + \Phi(-1,5) = 0,5 - 0,433 = 0,067 \text{ (или } 6,7\%). \quad (4.3.9)$$

Таким образом, 10,6% деталей изготовлены с превышением верхнего значения допуска по диаметру и 6,7% деталей изготовлены с диаметром меньше нижнего значения допуска. Суммарный брак продукции составляет 17,3%. Очевидно, что ролики с диаметром, превышающим верхнее значение допуска, можно отнести к неисправимому браку, а детали, выполненные с размерами ниже нижнего значения допуска, можно доработать до требуемой точности диаметра. Имеются и другие методы оценки точности технологического процесса. Один из них связан с определением индекса воспроизводимости процесса  $C_p$ , характеризующего соотношение **поля рассеяния  $\omega$**  и **поля допуска  $T$** :

$$C_p = \frac{T}{6\sigma}. \quad (4.3.10)$$

Определим индекс воспроизводимости процесса для нашего примера, в котором  $T = 0,11 \text{ мм}$ , а  $6\sigma = 6 \cdot 0,04 = 0,24 \text{ мм}$ . Тогда:

$$C_p = 0,11/0,24 = 0,46.$$

Значение  $C_p < 1$  свидетельствует о том, что **брак рано или поздно неизбежен**. В нашем случае такое низкое значение  $C_p = 0,46$  и без точной

оценки величины брака может свидетельствовать о достаточно низком качестве технологического процесса. Доля брака была бы еще выше, если бы не совпадали центр поля рассеяния и координата середины поля допуска.

Следует заметить, что оценка точности технологической системы с помощью гистограммы распределения целесообразна при количестве измерений не менее 90. В нашем случае относительно небольшое количество измерений (25) привело к увеличению значения среднего квадратического отклонения  $\sigma$ , что, в конечном счете, и повлияло на величину индекса воспроизводимости процесса.

Если допустить, что построенная гистограмма и отражала бы 90 измерений, то в лучшем случае  $6\sigma$  равнялась бы полю гистограммы  $\Delta$ , то есть  $\Delta = 18,05 - 17,89 = 0,16$  мм, что дало бы значение  $C_p = 0,69$ . Очевидно, что вариабельность технологической системы настолько велика, что она не способна

обеспечить допуск на диаметр 18 мм менее чем 0,17 мм, даже в случае исключительно точной настройки на размер.

Учитывая возможность несовпадения середины поля рассеяния и середины поля допуска, нормативное (предусматривающее стабильность технологического процесса) значение **индекса воспроизводимости  $C_p$**  для новых технологических процессов принимается равным **1,5**, а для действующих процессов – **1,33**. Индекс воспроизводимости, учитывая его простоту и наглядность, широко применяется в практике внутренних аудитов качества на зарубежных фирмах. К недостаткам индекса можно отнести его чрезмерную чувствительность к объемам выборки, вследствие чего при малых объемах он имеет большой статистический разброс.

### **Контрольные вопросы по лекции 4.3**

1. В чем заключается принципиальное различие между контролем по альтернативному признаку (по числу дефектных единиц или дефектов) и контролем по количественному признаку, и что именно свидетельствует о разладке технологического процесса при использовании альтернативного признака?

2. Опишите три ключевых параметра, которые определяются планом контроля, и объясните, как на их выбор влияет результат предварительного исследования состояния технологического процесса.

3. Сравните сплошной и выборочный контроль при оценке среднего уровня дефектности  $P$  с точки зрения точности оценки и трудоемкости контроля.

4. Объясните физический смысл величины  $pn$  (среднее число дефектных изделий в серии) на  $pn$ -карте и покажите, как это значение связано с качеством технологического процесса.

5. Сформулируйте последовательность этапов расчета контрольных границ для  $pn$ -карты, включая определение положения центральной линии (CL), и укажите формулы для расчета верхней (UCL) и нижней (LCL) границ.

6. Обоснуйте решение о необходимости исключения точки 24 (вышедшей за верхнюю контрольную границу) из окончательного расчета  $\bar{P}$  для  $pn$ -карты. К какому типу причин вариабельности относят такие выбросы?

7. Проанализируйте выводы, сделанные по результатам построения и анализа  $pn$ -карты процесса штамповки планок. Что позволило утверждать, что процесс в целом контролируемый, а выбранный план контроля - приемлем?

8. Опишите две типовые ситуации, в которых целесообразно применять  $s$ -карту (контроль по числу несоответствий), и приведите примеры объектов контроля для каждой ситуации.

9. Как рассчитывается среднее число несоответствий  $\bar{s}$  для  $s$ -карты, и по какой формуле определяются ее контрольные границы? Объясните, почему нижняя граница рассеяния может не рассчитываться.

10. Какие дополнительные признаки нестабильности процесса, помимо выхода точек за контрольные границы (точка 5), были обнаружены при анализе  $s$ -карты (рисунок 4.4.2), и какие действия необходимо предпринять в этом случае?