

Лекция 5

Переходные процессы в нелинейных цепях

Для студентов образовательной программы «Электроэнергетика»

Таранов Александр Викторович
кандидат технических наук,
Доцент кафедры «Энергетические системы»

План лекции:

- 1.1 Переходные процессы в нелинейных цепях;
- 1.2 Метод условной линеаризации;
- 1.3 Метод аналитической аппроксимации нелинейной характеристики;
- 1.4 Метод кусочно-линейной аппроксимации нелинейной характеристики.

1.1 Переходные процессы в нелинейных цепях

Особенности переходных процессов в нелинейных цепях.

Характер переходных процессов в нелинейных цепях может существенно отличаться от характера переходных процессов в линейных цепях. Это отличие может быть как количественным, так и качественным.

Например, при подключении катушки со стальным сердечником к источнику постоянного напряжения в начальный период ток нарастает медленнее, чем у катушки без стали, а затем быстрее. При подключении такой катушки к источнику синусоидального напряжения ток в начальный период может превысить амплитуду установившегося тока в десятки раз, в то время, как в линейной R - L цепи - лишь в два раза. Это количественные отличия.

В цепях, содержащих нелинейные элементы с отрицательными параметрами на отдельных отрезках характеристик:

$$R_d = \frac{du}{di} < 0; \quad L_d < 0, \quad C_d < 0$$

В переходных режимах могут возникать незатухающие колебания (автоколебания) при включении цепи на постоянное напряжение, а при питании цепи от источника синусоидального напряжения могут появиться колебания напряжений и токов с частотами, отличными от частоты сети. Это качественные отличия.

Установившейся режим нелинейной цепи может зависеть от начальных условий переходного процесса, чего не бывает в линейных цепях.

Нелинейные электрические цепи в переходном режиме описываются нелинейными дифференциальными уравнениями, составленными по законам Кирхгофа. Общего аналитического метода их решения не существует. Решение нельзя представлять в виде суммы принужденных и свободных составляющих, так как в нелинейных цепях принцип наложения неприменим. Таким образом, задача расчета переходного процесса сводится к составлению и выбору способа решения нелинейного дифференциального уравнения.

Применяются приближенные методы расчета - аналитические, графоаналитические и численные. В аналитических методах нелинейные характеристики аппроксимируются аналитическими функциями. Графоаналитические методы используют графические построения, которые сопровождаются некоторыми дополнительными вычислениями. В настоящее время развитие ЭВМ позволяет использовать численные методы расчета нелинейных дифференциальных уравнений.

Рассмотрим применение различных методов расчета на примере схемы рисунок 1.1.

1.2 Метод условной линеаризации

Переходный процесс в схеме рисунок 1.1 описывается дифференциальным уравнением:

$$\frac{d\Psi}{dt} + Ri = U$$

Сделаем его линейным, заменив заданную вебер-амперную характеристику $\Psi(i)$ (рисунок 1.2) прямой, проведенной через начальную и конечную точки на ВБАХ. Этой прямой соответствует эквивалентная линейная индуктивность:

$$L_e = \frac{\Psi_\infty}{I_\infty}$$

Начальная точка $\Psi(0) = 0$ и $i(0) = 0$.

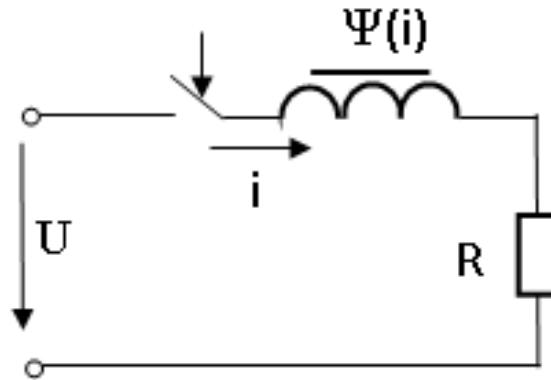


Рисунок 1.1 – Схема для анализа

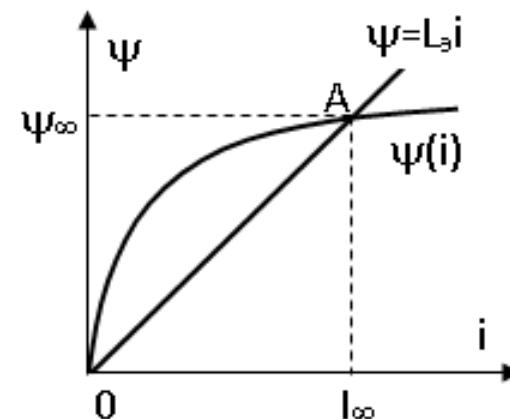


Рисунок 1.2 - Вебер-амперная характеристика

Конечная точка (установившейся режим) – точка А: при $t = \infty$ $\frac{d\Psi}{dt} = 0$, $i = I_{\infty} = \frac{U}{R}$, $\Psi = \Psi_{\infty}$

Тогда $i = \frac{\Psi_{\infty}}{L_{\infty}}$

Получаем дифференциальное уравнение: $\frac{d\Psi}{dt} + \frac{R}{L_{\infty}} \Psi = U$

Его решение: $\Psi = \Psi_{\infty} - \Psi_{\infty} e^{-\frac{t}{\tau_{\infty}}}$ где $\tau_{\infty} = \frac{L_{\infty}}{R}$ постоянная времени цепи.

Строим $\Psi(t)$ и графически находим $i(t)$ (рисунок 1.3).

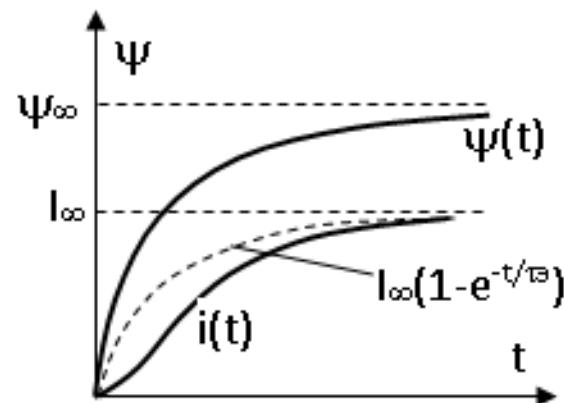


Рисунок 1.3 – Схема для расчета

Вначале $L_{\text{диф}}$ велика, процесс нарастания тока идет медленно, затем $L_{\text{диф}}$ уменьшается, и процесс ускоряется.

1.3 Метод аналитической аппроксимации нелинейной характеристики

Простейшая аппроксимация ВБАХ катушки $i = a \Psi^2$. Подберем a :

$$a = \frac{I_\infty}{\Psi_\infty^2} = \frac{R}{L_\infty^2 U}$$

$$\text{где } L_\infty = \frac{\Psi_\infty}{I_\infty}$$

Уравнение $\frac{d\Psi}{dt} + Ri = U$ превратится в $\frac{d\Psi}{dt} + \frac{R^2}{L_\infty^2 U} \Psi^2 = U$

- уравнение с разделяющимися переменными:

$$dt = \frac{d\Psi}{U - \frac{R^2}{L_\infty^2 U} \Psi^2}$$

$$\text{или } \int_0^t dt = \int_0^\Psi \frac{d\Psi}{U - \frac{R^2 \Psi^2}{L_\infty^2 U}}$$

$$t = \frac{1}{U} \int_0^\Psi \frac{d\Psi}{1 - \frac{R^2 \Psi^2}{L_\infty^2 U^2}} = \frac{1}{U} \frac{UL_\infty}{R} \int_0^\Psi \frac{d(\frac{R}{L_\infty U} \Psi)}{1 - \frac{R^2}{L_\infty^2 U^2} \Psi^2} = \frac{L_\infty}{R} \ln \frac{1 - \frac{R}{L_\infty U} \Psi}{1 + \frac{R}{L_\infty U} \Psi} \Big|_0^\Psi =$$

$$t = \frac{1}{U} \int_0^\Psi \frac{d\Psi}{1 - \frac{R^2 \Psi^2}{L_\infty^2 U^2}} = \frac{1}{U} \frac{UL_\infty}{R} \int_0^\Psi \frac{d(\frac{R}{L_\infty U} \Psi)}{1 - \frac{R^2}{L_\infty^2 U^2} \Psi^2} = \frac{L_\infty}{R} \ln \frac{1 - \frac{R}{L_\infty U} \Psi}{1 + \frac{R}{L_\infty U} \Psi} \Big|_0^\Psi =$$

$$\text{Окончательно имеем: } \Psi(t) = \frac{L_3 U}{R} \operatorname{th} \frac{t}{\tau} \quad i(t) = \frac{U}{R} \operatorname{th}^2 \frac{t}{\tau} \quad \text{где} \quad \tau = \frac{L_3}{R}$$

$$\text{Табличный интеграл: } \int \frac{dx}{1-x^2} = \ln \left| \frac{1-x}{1+x} \right|$$

1.4 Метод кусочно-линейной аппроксимации нелинейной характеристики

Нелинейная характеристика заменяется ломаной линией, близко совпадающей с характеристикой. В результате решение нелинейного дифференциального уравнения заменяется решением совокупности линейных дифференциальных уравнений, соответствующих прямолинейным отрезкам линеаризованной характеристики.

Заменим ВБАХ катушки ломанной линией 0-1-2-3, которая близко совпадает с нелинейной характеристикой $\Psi(i)$ (рисунок 1.4, а). Зависимость дифференциальной индуктивности от тока $L_{\text{диф}}(i)$ показана на рисунке 1.4, б.

Нелинейное дифференциальное уравнение:

$$\frac{d\Psi}{dt} + Ri = U$$

Заменяется тремя линейными дифференциальными уравнениями, соответствующими отрезкам линеаризации:

Выражения для потокосцепления на отрезках 0-1, 1-2, 2-3:

$$\begin{aligned}\Psi &= L_1 i \text{ при } 0 < i < I_1, \\ \Psi &= \Psi_{01} + L_2 i \text{ при } I_1 < i < I_2, \\ \Psi &= \Psi_{02} + L_3 i \text{ при } I_2 < i < I_\infty.\end{aligned}$$

Ψ_{01} и Ψ_{02} определяются пересечением продолжений отрезков 1-2 и 2-3 ломаной с осью ординат.

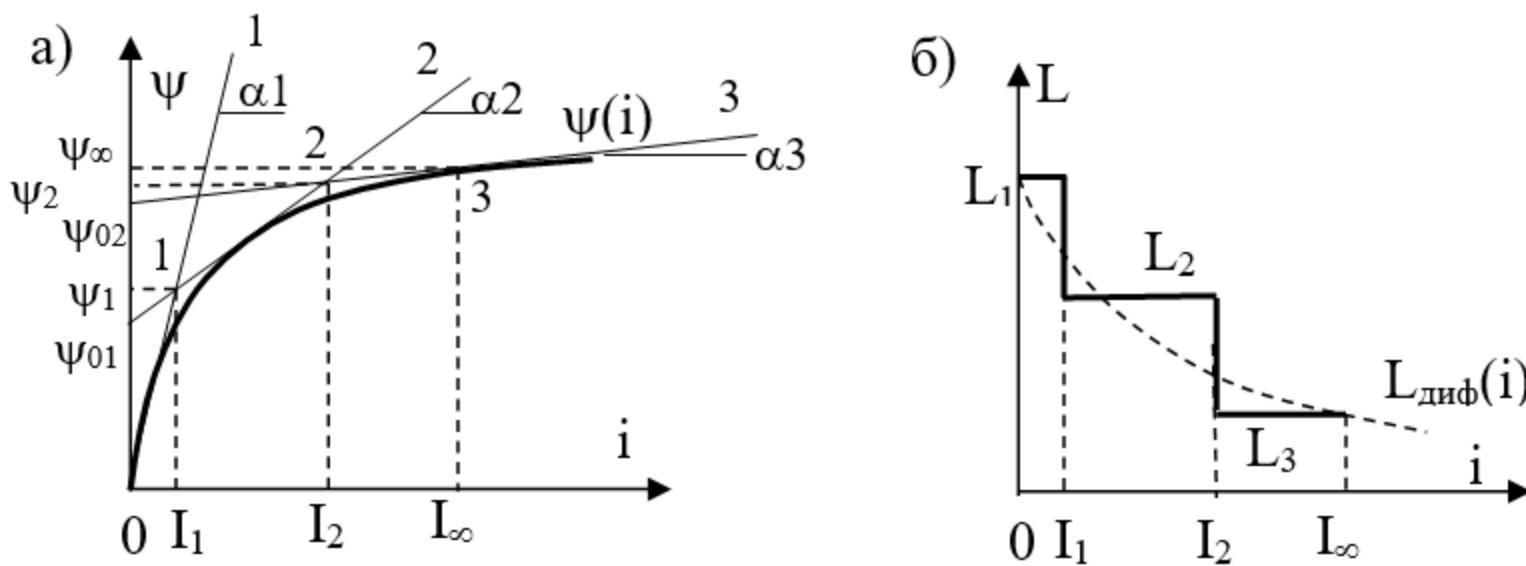


Рисунок 1.4 – ВБАХ катушки и зависимость дифференциальной индуктивности от тока

Таким образом: $L_1 \frac{di}{dt} + Ri = U$ при $0 < i < I_1$ и $0 < t < t_1$

$L_2 \frac{di}{dt} + Ri = U$ при $I_1 < i < I_2$ и $t_1 < t < t_2$

$L_3 \frac{di}{dt} + Ri = U$ при $I_2 < i < I_\infty$ и $t_2 < t < \infty$.

Обозначим $\tau_1 = \frac{L_1}{R}$, $\tau_2 = \frac{L_2}{R}$, $\tau_3 = \frac{L_3}{R}$.

Решения каждого уравнения: $i = I_\infty + A_1 e^{-\frac{t}{\tau_1}}$ при $0 < i < I_1$ и $0 < t < t_1$

$i = I_\infty + A_2 e^{-\frac{t-t_1}{\tau_2}}$ при $I_1 < i < I_2$ и $t_1 < t < t_2$

$i = I_\infty + A_3 e^{-\frac{t-t_2}{\tau_3}}$ при $I_2 < i < I_\infty$ и $t_2 < t < \infty$.

Постоянные интегрирования найдем из условия невозможности скачкообразного изменения тока в точках 0, 1 и 2. Согласно первому закону коммутации $i(0) = 0$; $i(t_1) = I_1$; $i(t_2) = I_2$. Тогда $0 = I_\infty + A_1$ при $t = 0$, $I_1 = I_\infty + A_2$ при $t = t_1$, $I_2 = I_\infty + A_3$ при $t = t_2$.

План лекции:

- 1.1 Переходные процессы в линейных электрических цепях с сосредоточенными параметрами;
- 1.2 Классический метод расчета;
- 1.3 Законы коммутации.

1.1 Переходные процессы в линейных электрических цепях с сосредоточенными параметрами

При всех изменениях в электрической цепи: включении, выключении, коротком замыкании, колебаниях величины какого-либо параметра и т.п. – в ней возникают **переходные процессы**, которые не могут протекать мгновенно, так как невозможно мгновенное изменение энергии, запасенной в электромагнитном поле цепи. Таким образом, переходный процесс обусловлен несоответствием величины запасенной энергии в магнитном поле катушки и электрическом поле конденсатора ее значению для нового состояния цепи.

При переходных процессах могут возникать большие перенапряжения, сверхтоки, электромагнитные колебания, которые могут нарушить работу устройства вплоть до выхода его из строя. С другой стороны, переходные процессы находят полезное практическое применение, например, в различного рода электронных генераторах. Все это обуславливает необходимость изучения методов анализа нестационарных режимов работы цепи.

Основные методы анализа переходных процессов в линейных цепях:

Классический метод, заключающийся в непосредственном интегрировании дифференциальных уравнений, описывающих электромагнитное состояние цепи.

Операторный метод, заключающийся в решении системы алгебраических уравнений относительно изображений искомых переменных с последующим переходом от найденных изображений к оригиналам.

Частотный метод, основанный на преобразовании Фурье и находящий широкое применение при решении задач синтеза.

Метод расчета с помощью **интеграла Дюамеля**, используемый при сложной форме кривой возмущающего воздействия.

Метод переменных состояния, представляющий собой упорядоченный способ определения электромагнитного состояния цепи на основе решения системы дифференциальных уравнений первого порядка, записанных в нормальной форме (форме Коши).

1.2 Классический метод расчета

Классический метод расчета переходных процессов заключается в непосредственном интегрировании дифференциальных уравнений, описывающих изменения токов и напряжений на участках цепи в переходном процессе.

В общем случае при использовании классического метода расчета составляются уравнения электромагнитного состояния цепи по законам Ома и Кирхгофа для мгновенных значений напряжений и токов, связанных между собой на отдельных элементах цепи соотношениями, приведенными в таблице 1.1.

Таблица 1.1 - Связь мгновенных значений напряжений и токов на элементах электрической цепи

Резистор (идеальное активное сопротивление)	Катушка индуктивности (идеальная индуктивность)	Конденсатор (идеальная емкость)
$u_R = Ri_R$	$u_L = L \frac{di_L}{dt}$	$i_C = C \frac{du_C}{dt}$
-	при наличии магнитной связи с катушкой, обтекаемой током i_M , $u_L = L \frac{di_L}{dt} \pm M \frac{di_M}{dt}$	$u_C = \frac{1}{C} \int i_C dt$

Для последовательной цепи, содержащей линейные резистор R , катушку индуктивности L и конденсатор C , при ее подключении к источнику с напряжением u (см. рисунок 1.5) можно записать:

$$u = Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt$$

Значение тока через конденсатор:

$$i = C \frac{du_C}{dt}$$

Получим линейное дифференциальное уравнение второго порядка относительно U_C

$$LC \frac{d^2 u_C}{dt^2} + RC \frac{du_C}{dt} + u_C = u$$

В общем случае уравнение, описывающее переходный процесс в цепи с **независимыми накопителями энергии**.

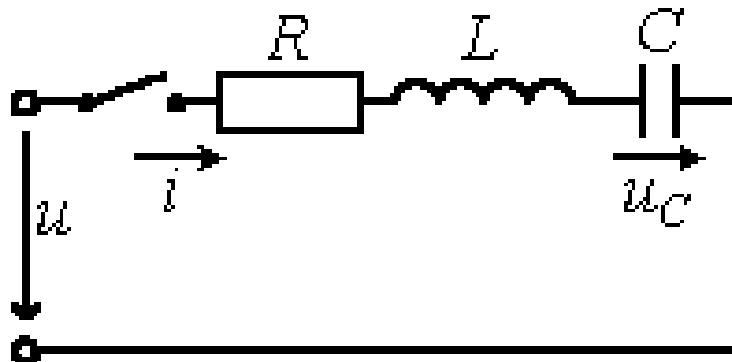


Рисунок 1.5 – Схема с последовательно соединенными R , L , C

И имеет вид:

$$a_n \frac{d^n x}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} x}{dt^{n-1}} + \cdots + a_k \frac{d^k x}{dt^k} + \cdots + a_1 \frac{dx}{dt} + a_0 x = f(t)$$

где x – искомая функция времени (напряжение, ток, потокосцепление и т.п.);

$f(t)$ – известное возмущающее воздействие (напряжение и (или) ток источника электрической энергии);

a_k – k -й постоянный коэффициент, определяемый параметрами цепи.

Порядок данного уравнения равен числу независимых накопителей энергии в цепи, под которыми понимаются катушки индуктивности и конденсаторы в упрощенной схеме, получаемой из исходной путем объединения индуктивностей и соответственно емкостей элементов, соединения между которыми являются последовательными или параллельными.

В общем случае порядок дифференциального уравнения определяется соотношением:

$$n = n_L + n_C - k_L - k_C$$

где n_L и n_C - соответственно число катушек индуктивности и конденсаторов после указанного упрощения исходной схемы;

k_L - соответственно число катушек индуктивности и конденсаторов после указанного упрощения исходной схемы;

k_C - число контуров схемы, ветви которых содержат только конденсаторы (в соответствии со вторым законом Кирхгофа напряжение на любом из конденсаторов в этом случае определяется напряжениями на других).

Наличие индуктивных связей на порядок дифференциального уравнения не влияет.

При классическом методе расчета послекоммутационный процесс рассматривается как наложение друг на друга двух режимов – принужденного, наступающего как бы сразу после коммутации, и свободного, имеющего место только в течение переходного процесса.

Необходимо подчеркнуть, что, поскольку принцип наложения справедлив только для линейных систем, метод решения, основанный на указанном разложении искомой переменной x , справедлив только для линейных цепей.

1.3 Законы коммутации

Первый закон коммутации (закон сохранения потокосцепления) - Магнитный поток, сцепленный с катушками индуктивности контура, в момент коммутации сохраняет то значение, которое имел до коммутации, и начинает изменяться именно с этого $\psi(0+) = \psi(0-)$

Второй закон коммутации (закон сохранения заряда) - Электрический заряд на конденсаторах, присоединенных к любому узлу, в момент коммутации сохраняет то значение, которое имел до коммутации, и начинает изменяться именно с этого значения: $q(0+) = q(0-)$

Доказать законы коммутации можно от противного: если допустить обратное, то получаются бесконечно большие значения:

$$u_L = d\psi/dt = \infty \quad i_C = dq/dt = \infty$$

что приводит к нарушению законов Кирхгофа.

На практике, за исключением особых случаев (некорректные коммутации), допустимо использование указанных законов в другой формулировке, а именно:

Первый закон коммутации – в ветви с катушкой индуктивности ток в момент коммутации сохраняет свое докоммутационное значение и в дальнейшем начинает изменяться с него:

$$i_L(0+) = i_L(0-)$$

Второй закон коммутации – напряжение на конденсаторе в момент коммутации сохраняет свое докоммутационное значение и в дальнейшем начинает изменяться с него:

$$u_C(0+) = u_C(0-)$$

Необходимо подчеркнуть, что более общей формулировкой законов коммутации является положение о невозможности скачкообразного изменения в момент коммутации для схем с катушкой индуктивности – потокосцеплений, а для схем с конденсаторами – зарядов на них. В качестве иллюстрации сказанному могут служить схемы на рисунке 1.6, переходные процессы в которых относятся к так называемым некорректным коммутациям (название произошло от пренебрежения в подобных схемах малыми параметрами, корректный учет которых может привести к существенному усложнению задачи).

Действительно, при переводе в схеме на рисунке 1.6,а ключа из положения 1 в положение 2 трактование второго закона коммутации как невозможность скачкообразного изменения напряжения на конденсаторе приводит к невыполнению второго закона Кирхгофа ($u_{C1}(0) \neq u_{C2}(0)$).

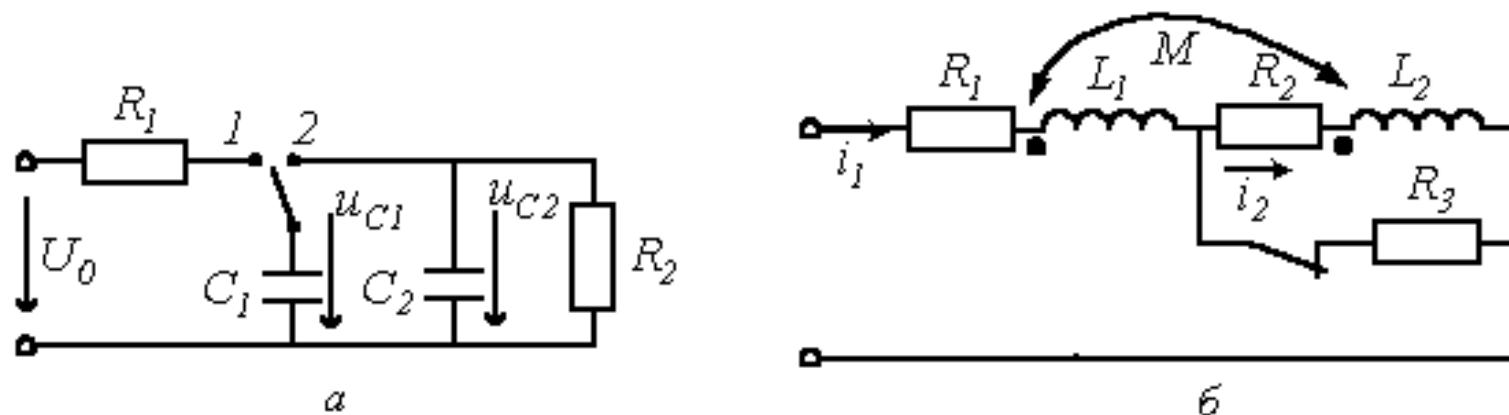


Рисунок 1.6 - Переходные процессы

Аналогично при размыкании ключа в схеме на рисунке 1.6,б трактование первого закона коммутации как невозможность скачкообразного изменения тока через катушку индуктивности приводит к невыполнению первого закона Кирхгофа ($i_1(0) \neq i_2(0)$).

Для данных схем, исходя из сохранения заряда и соответственно потокосцепления, можно записать:

$$C_1 u_{C1}(0-) + C_2 u_{C2}(0-) = C_1 U_0 = (C_1 + C_2) u_C(0+);$$

$$L_1 i_1(0-) + M i_2(0-) + L_2 i_2(0-) + M i_1(0-) = (L_1 + L_2 + 2M) i(0+).$$

Зависимыми начальными условиями называются значения остальных токов и напряжений, а также производных от искомой функции в момент коммутации, определяемые по независимым начальным условиям при помощи уравнений, составляемых по законам Кирхгофа для $t = 0$. Необходимое число начальных условий равно числу постоянных интегрирования. Поскольку уравнение такого вида рационально записывать для переменной, начальное значение которой относится к независимым начальным условиям, задача нахождения начальных условий обычно сводится к нахождению значений этой переменной и ее производных до $(n-1)$ порядка включительно при $t = 0$.

План лекции:

- 1.1 Корни характеристического уравнения. Постоянная времени;
- 1.2 Способы составления характеристического уравнения;
- 1.3 Общая методика расчета переходных процессов классическим методом.

1.1 Корни характеристического уравнения. Постоянная времени.

Выражение свободной составляющей x_{CB} общего решения x дифференциального уравнения:

$$a_n \frac{d^n x}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} x}{dt^{n-1}} + \cdots + a_k \frac{d^k x}{dt^k} + \cdots + a_1 \frac{dx}{dt} + a_0 x = f(t)$$

определяется видом корней характеристического уравнения, таблица 1.2.

Необходимо помнить, что, поскольку в линейной цепи с течением времени свободная составляющая затухает, вещественные части корней характеристического уравнения не могут быть положительными.

При вещественных корнях x_{CB} монотонно затухает, и имеет место апериодический переходный процесс. Наличие пары комплексно сопряженных корней обуславливает появление затухающих синусоидальных колебаний (колебательный переходный процесс).

Таблица 1.2 - Выражения свободных составляющих общего решения

Вид корней характеристического уравнения	Выражение свободной составляющей
Корни p_1, p_2, \dots, p_n вещественные и различные	$x_{ce} = \sum_{k=1}^n A_k e^{p_k t}$
Корни p_1, p_2, \dots, p_n вещественные и $p_1 = p_2 = \dots = p_m = p$ ($m < n$)	$x_{ce} = \sum_{k=1}^m A_k t^{k-1} e^{pt} + \sum_{k=m+1}^n A_k e^{p_k t}$
Пары комплексно-сопряженных корней $p_{k,k+1} = -\delta_k \pm j\omega_k$	$x'_{ce} = e^{-\delta_k t} (A_k \cos \omega_k t + A_{k+1} \sin \omega_k t) = \\ = B_k e^{-\delta_k t} \sin(\omega_k t + \varphi_k)$

Поскольку физически колебательный процесс связан с периодическим обменом энергией между магнитным полем катушки индуктивности и электрическим полем конденсатора, комплексно-сопряженные корни могут иметь место только для цепей, содержащих оба типа накопителей. Быстроту затухания колебаний принято характеризовать отношением:

$$\frac{x(t)}{x(t + T_0)} = e^{-\delta T_0}$$

которое называется **декрементом колебания**.

Или натуральным логарифмом этого отношения: $\Delta = \ln e^{\delta T_0} = \delta T_0$

называемым **логарифмическим декрементом** колебания, где $T_0 = 2\pi/\omega_0$

Важной характеристикой при исследовании переходных процессов является постоянная времени t , определяемая для цепей первого порядка, как: $\tau = \text{mod}(1/p)$ где p – корень характеристического уравнения.

Постоянную времени можно интерпретировать как временной интервал, в течение которого свободная составляющая уменьшится в e раз по сравнению со своим начальным значением. Теоретически переходный процесс длится бесконечно долго. Однако на практике считается, что он заканчивается при $t = (3\dots 4)\tau$.

1.2 Способы составления характеристического уравнения

Характеристическое уравнение составляется для цепи после коммутации. Оно может быть получено следующими способами:

1. Непосредственно на основе дифференциального уравнения т.е. путем исключения из системы уравнений, описывающих электромагнитное состояние цепи на основании первого и второго законов Кирхгофа, всех неизвестных величин, кроме одной, относительно которой и записывается уравнение;

2. Путем использования выражения для входного сопротивления цепи на синусоидальном токе;
3. На основе выражения главного определителя.

Согласно первому способу в предыдущей лекции было получено дифференциальное уравнение относительно напряжения u_C на конденсаторе для последовательной R-L-C-цепи, на базе которого записывается характеристическое уравнение.

Следует отметить, что, поскольку линейная цепь охвачена единым переходным процессом, корни характеристического уравнения являются общими для всех свободных составляющих напряжений и токов ветвей схемы, параметры которых входят в характеристическое уравнение. Поэтому по первому способу составления характеристического уравнения в качестве переменной, относительно которой оно записывается, может быть выбрана любая.

Применение второго и третьего способов составления характеристического уравнения рассмотрим на примере цепи рисунка 1.7.

Составление характеристического уравнения по методу входного сопротивления заключается в следующем:

1. Записывается входное сопротивление цепи на переменном токе;
2. jw заменяется на оператор p ;
3. Полученное выражение $Z(p)$ приравнивается к нулю.

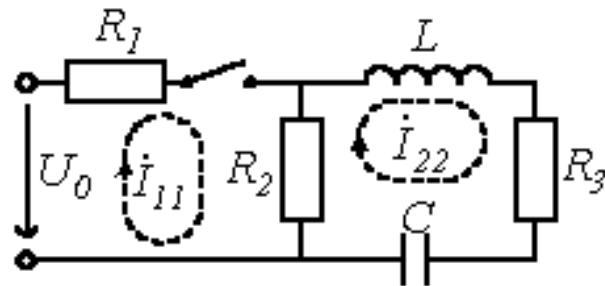


Рисунок 1.7 – Электрическая цепь

Уравнение $Z(p) = 0$, совпадает с характеристическим.

Следует подчеркнуть, что входное сопротивление может быть записано относительно места разрыва любой ветви схемы. При этом активный двухполюсник заменяется пассивным по аналогии с методом эквивалентного генератора. Данный способ составления характеристического уравнения предполагает отсутствие в схеме магнитосвязанных ветвей; при наличии таковых необходимо осуществить их предварительное развязывание.

Для цепи на рисунке 1.7 относительно зажимов источника:

$$Z(j\omega) = R_1 + \frac{R_2 \left(j\omega L + R_3 + \frac{1}{j\omega C} \right)}{R_2 + R_3 + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}}$$

Заменив $j\omega$ на p и приравняв полученное выражение к нулю, запишем:

$$Z(p) = R_1 + \frac{R_2 \left(pL + R_3 + \frac{1}{pC} \right)}{R_2 + R_3 + pL + \frac{1}{pC}} = 0$$

или $CL(R_1 + R_2)p^2 + C(R_1R_2 + R_2R_3 + R_1R_3)p + (R_1 + R_2) = 0$

При составлении характеристического уравнения на основе выражения главного определителя число алгебраических уравнений, на базе которых он записывается, равно числу неизвестных свободных составляющих токов. Алгебраизация исходной системы интегро-дифференциальных уравнений, составленных, например, на основании законов Кирхгофа или по методу контурных токов, осуществляется заменой символов дифференцирования и интегрирования соответственно на умножение и деление на оператор p . Характеристическое уравнение получается путем приравнивания записанного определителя к нулю. Поскольку выражение для главного определителя не зависит от правых частей системы неоднородных уравнений, его составление можно производить на основе системы уравнений, записанных для полных токов.

Для цепи на рисунке 1.7 алгебраизованная система уравнений на основе метода контурных токов имеет вид:

$$\begin{aligned} i_{11}(R_1 + R_2) - i_{22}R_2 &= U_0; \\ -i_{11}R_2 + i_{22} \left(R_2 + R_3 + Lp + \frac{1}{Cp} \right) &= 0. \end{aligned}$$

Отсюда выражение для главного определителя этой системы:

$$D = \begin{vmatrix} R_1 + R_2 & -R_2 \\ -R_2 & R_2 + R_3 + Lp + \frac{1}{Cp} \end{vmatrix} = (R_1 + R_2) \left(R_2 + R_3 + Lp + \frac{1}{Cp} \right) - R_2^2$$

Приравняв D к нулю, получим результат, аналогичный:

$$CL(R_1 + R_2)p^2 + C(R_1R_2 + R_2R_3 + R_1R_3)p + (R_1 + R_2) = 0$$

1.3 Общая методика расчета переходных процессов классическим методом

В общем случае методика расчета переходных процессов классическим методом включает следующие этапы:

1. Запись выражения для искомой переменной в виде $x(t) = x_{np} + x_{cs}$
2. Нахождение принужденной составляющей общего решения на основании расчета установившегося режима послекоммутационной цепи.
3. Составление характеристического уравнения и определение его корней (для цепей, описываемых дифференциальными уравнениями первого порядка, вместо корней можно находить постоянную времени t).

Запись выражения свободной составляющей в форме, определяемой типом найденных корней.

4. Подстановка полученных выражений принужденной и свободной составляющих в соотношение $x(t) = x_{np} + x_{ce}$.

5. Определение начальных условий и на их основе – постоянных интегрирования.

Применительно к электрическим цепям в качестве частного решения неоднородного дифференциального уравнения выбирают установившийся режим в рассматриваемой цепи (если он существует), т.е. постоянные токи и напряжения, если в цепи действуют источники постоянных ЭДС и токов, или синусоидальные напряжения и токи при действии источников синусоидальных ЭДС и токов. Токи и напряжения установившегося режима называют установившимися.

Общее решение однородного дифференциального уравнения описывает процесс в цепи без источников ЭДС и тока, который поэтому называют свободным процессом. Токи и напряжения свободного процесса называют свободными, а их выражения должны содержать постоянные интегрирования, число которых равно порядку однородного уравнения.

План лекции:

- 1.1 Переходные процессы в R-L цепи при ее подключении к источнику напряжения;
- 1.2 Переходные процессы при отключении катушки индуктивности от источника питания.

1.1 Переходные процессы в R-L цепи при ее подключении к источнику напряжения

Такие процессы имеют место, например, при подключении к источнику питания электромагнитов, трансформаторов, электрических двигателей и т.п.

Рассмотрим два случая:

1. $u(t) = U_0$;

2. $u(t) = U_m \sin(\omega t + \varphi_U)$.

Согласно рассмотренной методике для тока в цепи на рисунке 1.8 можно записать $i = i_{np} + i_{cb}$.

Тогда для первого случая принужденная составляющая тока: $i_{np} = \frac{U_0}{R}$

Характеристическое уравнение: $Lp + R = 0$.

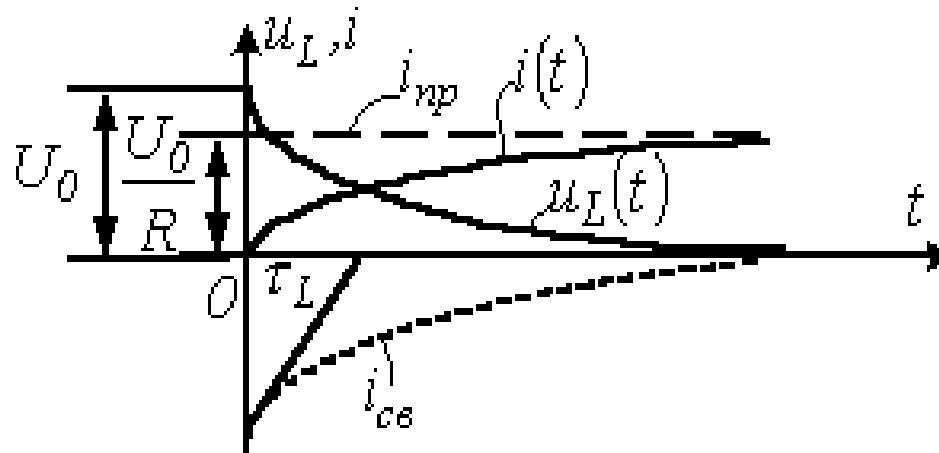


Рисунок 1.8 – Электрическая цепь

откуда: $p = -R/L$ и постоянная времени $\tau_L = |1/p| = L/R$

$$\text{Таким образом } i_{ce} = Ae^{-\frac{t}{\tau_L}} \quad i = \frac{U_0}{R} + Ae^{-\frac{t}{\tau_L}}$$

В соответствии с первым законом коммутации $i(0) = 0$. Тогда $i(0) = \frac{U_0}{R} + A = 0$
откуда $A = -U_0/R$

Таким образом, ток в цепи в переходном процессе описывается уравнением:

$$i(t) = \frac{U_0}{R} - \frac{U_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau_L}}$$

а напряжение на катушке индуктивности – выражением $u_L(t) = L \frac{di}{dt} = U_0 e^{-\frac{t}{\tau_L}}$

Качественный вид кривых $i(t)$ и $u_L(t)$, соответствующих полученным решениям, представлен на рисунке 1.8.

При втором типе источника принужденная составляющая рассчитывается с использованием символического метода:

$$\dot{I}_{npm} = \frac{\dot{U}_m}{R + j\omega L} = \frac{U_m e^{j\phi_U}}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2} e^{j \arctg \frac{\omega L}{R}}} = I_m e^{j(\phi_U - \varphi)}$$

где $I_m = U_m / \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$; $\varphi = \arctg(\omega L / R)$

Отсюда: $i_{np} = I_m \sin(\alpha t + \varphi_U - \varphi)$

Выражение свободной составляющей не зависит от типа источника напряжения. Следовательно:

$$i = I_m \sin(\alpha t + \varphi_U - \varphi) + A e^{-\frac{t}{\tau_L}}$$

Поскольку $i(0) = 0$, то

$$0 = I_m \sin(\varphi_U - \varphi) + A$$

Таким образом, окончательно получаем:

$$i(t) = I_m \sin(\alpha t + \varphi_U - \varphi) - I_m \sin(\varphi_U - \varphi) e^{-\frac{t}{\tau_L}}$$

Анализ полученного выражения показывает:

1. При начальной фазе напряжения $\varphi_U = \varphi \pm \pi$ постоянная интегрирования $A=0$. Таким образом, в этом случае коммутация не повлечет за собой переходного процесса, и в цепи сразу возникнет установившийся режим.

2. При $\varphi_U - \varphi = \pm \pi/2$ свободная составляющая максимальна по модулю. В этом случае ток переходного процесса достигает своей наибольшей величины.

Если τ_L значительна по величине, то за полпериода свободная составляющая существенно не уменьшается. В этом случае максимальная величина тока переходного процесса i_{max} может существенно превышать амплитуду тока установившегося режима.

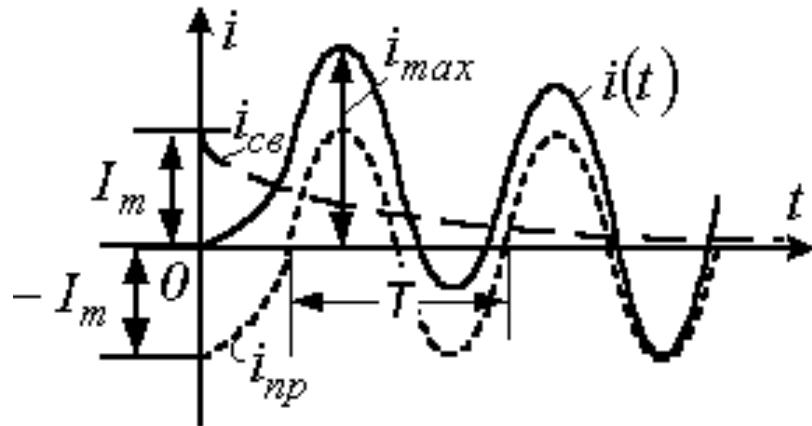


Рисунок 1.9 – Схема для анализа

Как видно из рисунка 1.9, где $\phi_U - \phi = \pm\pi/2$, максимум тока имеет место примерно через $t = T/2$. В пределе при $\tau_L \rightarrow \infty$ $i_{max} = 2I_m$

Таким образом, для линейной цепи максимальное значение тока переходного режима не может превышать удвоенной амплитуды принужденного тока: $i_{Lmax} < 2I_m$.

Аналогично для линейной цепи с конденсатором: если в момент коммутации принужденное напряжение равно своему амплитудному значению и постоянная времени τ_C цепи достаточно велика, то примерно через половину периода напряжение на конденсаторе достигает своего максимального значения u_{Cmax} , которое не может превышать удвоенной амплитуды принужденного напряжения: $u_{Cmax} < 2U_{Cm}$.

1.2 Переходные процессы при отключении катушки индуктивности от источника питания

При размыкании ключа в цепи на рисунке 1.10 принужденная составляющая тока через катушку индуктивности $i_{\text{пр}} = 0$.

Характеристическое уравнение: $Lp + R + R_k = 0$

откуда $p = -(R + R_k)/L$ и $\tau_L = L/(R + R_k)$.

В соответствии с первым законом коммутации: $i(0) = \frac{U_0}{R_k} = A$

Таким образом, выражение для тока в переходном режиме: $i(t) = \frac{U_0}{R_k} e^{-\frac{t}{\tau_L}}$

и напряжение на катушке индуктивности: $u_k(t) = -Ri = -\frac{R}{R_k} U_0 e^{-\frac{t}{\tau_L}}$

Анализ показывает, что при размыкании цепей, содержащих индуктивные элементы, могут возникать большие перенапряжения, которые без принятия специальных мер могут вывести аппаратуру из строя. Действительно, при $n = R/R_k \gg 1$ модуль напряжения на катушке индуктивности в момент коммутации будет во много раз превышать напряжение источника: $u_k(0) = nU_0$.

При отсутствии гасящего резистора R указанное напряжение прикладывается к размыкающимся контактам ключа, в результате чего между ними возникает дуга.

Заряд и разряд конденсатора. При переводе ключа в положение 1 (см. рисунок 1.11) начинается процесс заряда конденсатора: $u_C(t) = u_{C_{\text{np}}} + u_{C_{\text{cs}}}$.

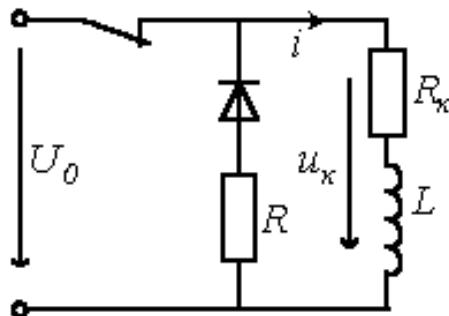


Рисунок 1.10 – Схема для анализа

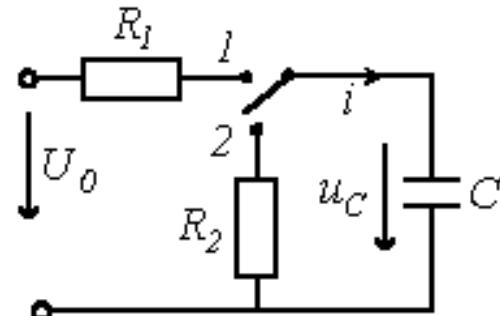


Рисунок 1.11 – Заряд и разряд конденсатора

Принужденная составляющая напряжения на конденсаторе $U_{C\text{пр}} = U_0$.

Из характеристического уравнения: $R_I + \frac{1}{Cp} = 0$

определяется корень $p = -1/(R_I C)$

Отсюда постоянная времени: $\tau_{C1} = R_I C$

Таким образом $u_C = U_0 + Ae^{-\frac{t}{\tau_{C1}}}$

При $t = 0$ напряжение на конденсаторе равно $U_C(0)$, (в общем случае к моменту коммутации конденсатор может быть заряженным, т.е. $U_C(0) \neq 0$). Тогда

$$A = u_C(0) - U_0 \quad u_C(t) = U_0 + (u_C(0) - U_0) e^{-\frac{t}{\tau_{C1}}}$$

Соответственно для зарядного тока можно записать: $i(t) = C \frac{du_C}{dt} = \frac{U_0 - u_C(0)}{R_1} e^{-\frac{t}{\tau_C}}$

В зависимости от величины $U_C(0)$: 1 - $U_C(0) = 0$; 2 - $0 < U_C(0) < U_0$; 3 - $U_C(0) < 0$; 4 - $U_C(0) > U_0$. Возможны четыре вида кривых переходного процесса, которые иллюстрирует рисунок 1.12.

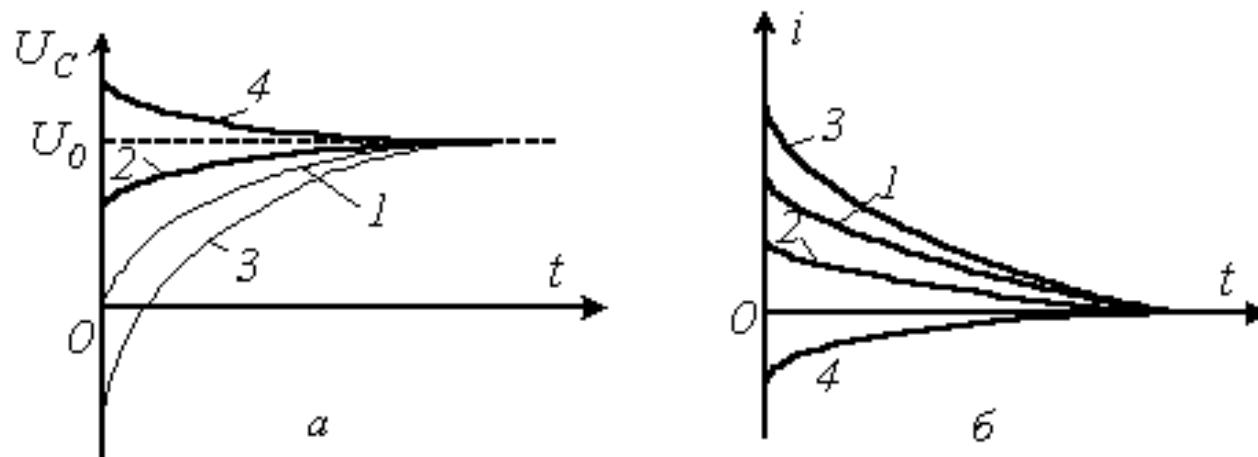


Рисунок 1.12 - Переходной процесс

При разряде конденсатора на резистор R_2 (ключ на рисунке 1.11 переводится в положение 2, $U_{C\text{пр}} = 0$. Постоянная времени $\tau_{C2} = R_2 C$.

Тогда, принимая, что к моменту коммутации конденсатор был заряжен до напряжения $U_{C1}(0)$, для напряжения на нем в переходном режиме можно записать:

$$u_C(t) = u_{CI}(0) e^{-\frac{t}{\tau_{C2}}}$$

Соответственно разрядный ток:

$$i(t) = C \frac{du_C}{dt} = -\frac{u_{CI}(0)}{R_2} e^{-\frac{t}{\tau_{C2}}}$$

во избежание значительных бросков разрядного тока величина R_2 должна быть достаточно большой.

В заключение отметим, что процессы заряда и разряда конденсатора используются в генераторах пилообразного напряжения, широко применяемых в автоматике. Для этого ключ в схеме на рисунке 1.11 заменяется на электронный.

План лекции:

- 1.1 Измерение мощности в трехфазных цепях;
- 1.2 Метод симметричных составляющих.

1.1 Измерение мощности в трехфазных цепях

Рассмотрим практические схемы включения ваттметров для измерения мощности в трехфазных цепях.

1. Четырехпроводная система, несимметричный режим.

Представленная на рисунке 1.23 схема называется схемой трех ваттметров. Суммарная активная мощность цепи определяется как сумма показаний трех ваттметров $P = P_A + P_B + P_C$.

2. Четырехпроводная система, симметричный режим.

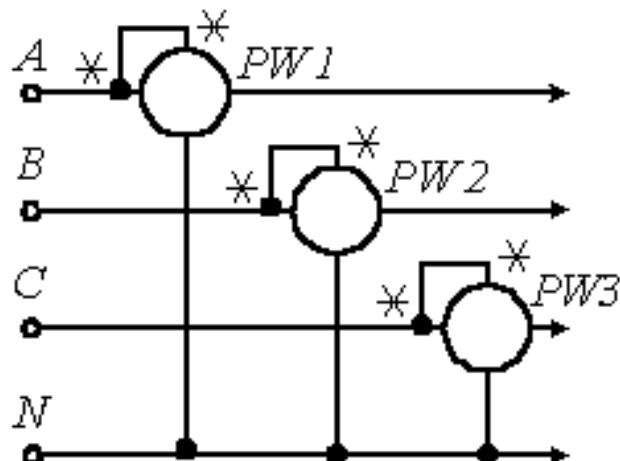


Рисунок 1.23 - Схема трех ваттметров

Если режим работы цепи симметричный, то для определения суммарной активной мощности достаточно ограничиться одним ваттметром (любым), включаемым по схеме на рисунке 1.23. Тогда, например, при включении прибора в фазу А

$$P = 3P_A$$

3. Трехпроводная система, симметричный режим.

При отсутствии доступа к нейтральной точке последняя создается искусственно с помощью включения трех дополнительных резисторов по схеме «звезда», как показано на рисунке 1.24 – схема ваттметра с искусственной нейтральной точкой. При этом необходимо выполнение условия $R = R_j + R_v$, где R_v – собственное сопротивление обмотки ваттметра.

Тогда суммарная активная мощность трехфазной системы определяется согласно: $P = 3P_A$.

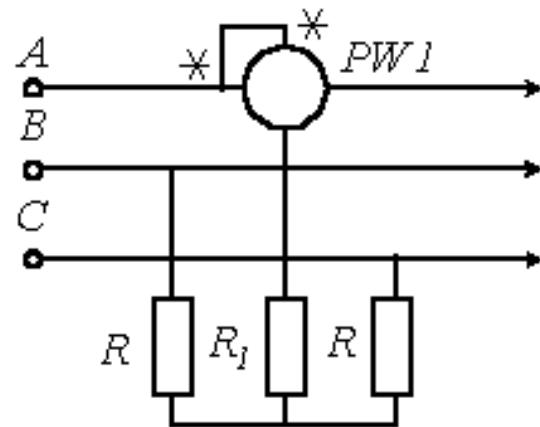


Рисунок 1.24 – Схема ваттметра с искусственной нейтральной точкой

4. Трехпроводная система, симметричный режим; измерение реактивной мощности.

С помощью одного ваттметра при симметричном режиме работы цепи можно измерить ее реактивную мощность.

В этом случае схема включения ваттметра будет иметь вид по рисунку 1.25,а. Согласно векторной диаграмме на рисунке 1.25,б измеряемая прибором мощность:

$$P_I = U_n I_n \cos(90^\circ - \varphi) = U_n I_n \sin \varphi = \frac{Q}{\sqrt{3}}$$

Таким образом, суммарная реактивная мощность: $Q = \sqrt{3} P_I$

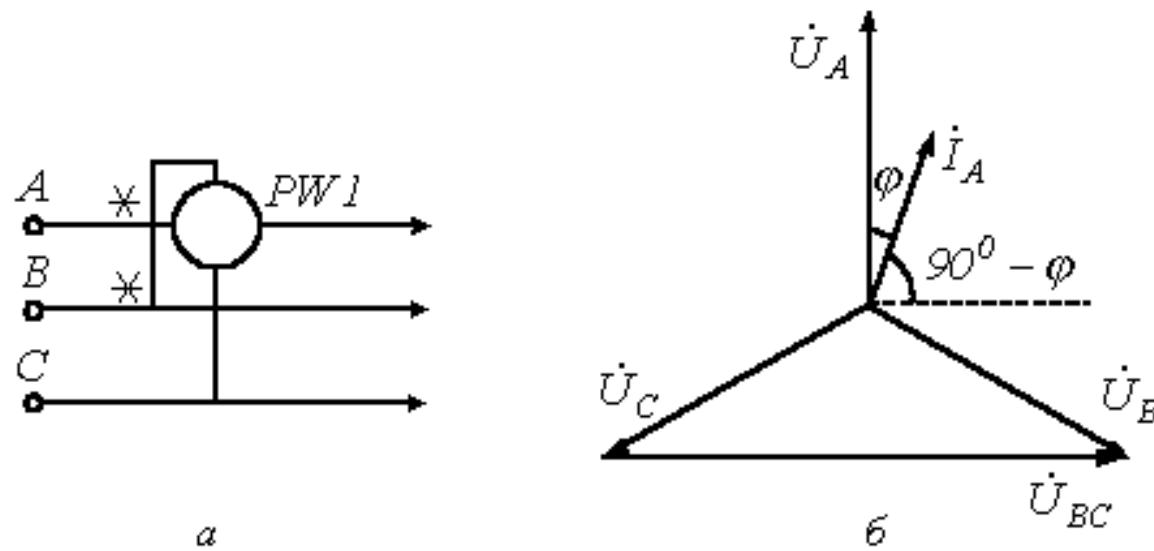


Рисунок 1.25 – Схема включения ваттметра

5. Трехпроводная система, симметричный режим; измерение реактивной мощности.

С помощью одного ваттметра при симметричном режиме работы цепи можно измерить ее реактивную мощность.

В этом случае схема включения ваттметра будет иметь вид по рисунку 1.25,а. Согласно векторной диаграмме на рисунку 1.25,б измеряемая прибором мощность:

$$P_I = U_n I_n \cos(90^\circ - \varphi) = U_n I_n \sin \varphi = \frac{Q}{\sqrt{3}}$$

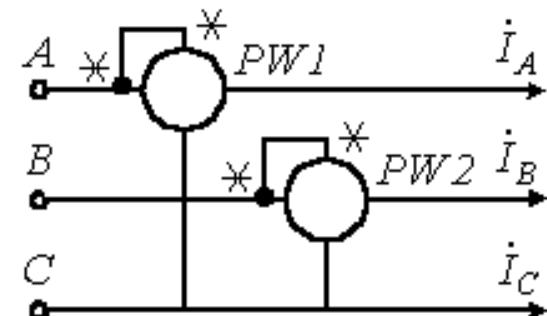
Таким образом, суммарная реактивная мощность: $Q = \sqrt{3} P_I$

6. Трехпроводная система, несимметричный режим.

Представленная на рисунке 1.26 схема называется схемой двух ваттметров. В ней сумма показаний приборов равна суммарной активной мощности цепи.

Действительно, показания приборов в данной схеме:

$$P_I = \operatorname{Re} \left(\dot{U}_{AC} I_A^* \right); \quad P_2 = \operatorname{Re} \left(\dot{U}_{BC} I_B^* \right)$$



Тогда:

Рисунок 1.26 – Схема двух ваттметров

$$\begin{aligned} P = P_I + P_2 &= \operatorname{Re} \left(\dot{U}_{AC} I_A^* + \dot{U}_{BC} I_B^* \right) = \operatorname{Re} \left((\dot{U}_A - \dot{U}_C) I_A^* + (\dot{U}_B - \dot{U}_C) I_B^* \right) = \\ &= \operatorname{Re} \left(\dot{U}_A I_A^* + \dot{U}_B I_B^* - \dot{U}_C (I_A^* + I_B^*) \right) = \operatorname{Re} \left(\dot{U}_A I_A^* + \dot{U}_B I_B^* + \dot{U}_C I_C^* \right) = P_A + P_B + P_C. \end{aligned}$$

В заключение отметим, что если в схеме на рисунке 1.26 имеет место симметричный режим работы, то на основании показаний приборов можно определить суммарную реактивную мощность цепи $Q = \sqrt{3}(P_1 - P_2)$.

1.2 Метод симметричных составляющих

Метод симметричных составляющих относится к специальным методам расчета трехфазных цепей и широко применяется для анализа несимметричных режимов их работы, в том числе с нестатической нагрузкой. В основе метода лежит представление несимметричной трехфазной системы переменных (ЭДС, токов, напряжений и т.п.) в виде суммы трех симметричных систем, которые называют **симметричными составляющими**. Различают симметричные составляющие **прямой, обратной и нулевой** последовательностей, которые различаются порядком чередования фаз.

Симметричную систему прямой последовательности образуют (см. рисунок 1.27,а) три одинаковых по модулю вектора \dot{A}_1, \dot{B}_1 и \dot{C}_1 со сдвигом друг по отношению к другу на $2\pi/3$ радиан, причем \dot{B}_1 отстает от \dot{A}_1 , а \dot{C}_1 от \dot{B}_1 .

Введя, оператор поворота $\underline{a} = e^{j\frac{2\pi}{3}}$, для симметричной системы прямой последовательности можно записать $\dot{B}_1 = \underline{a}^2 \dot{A}_1; \dot{C}_1 = \underline{a} \dot{A}_1$

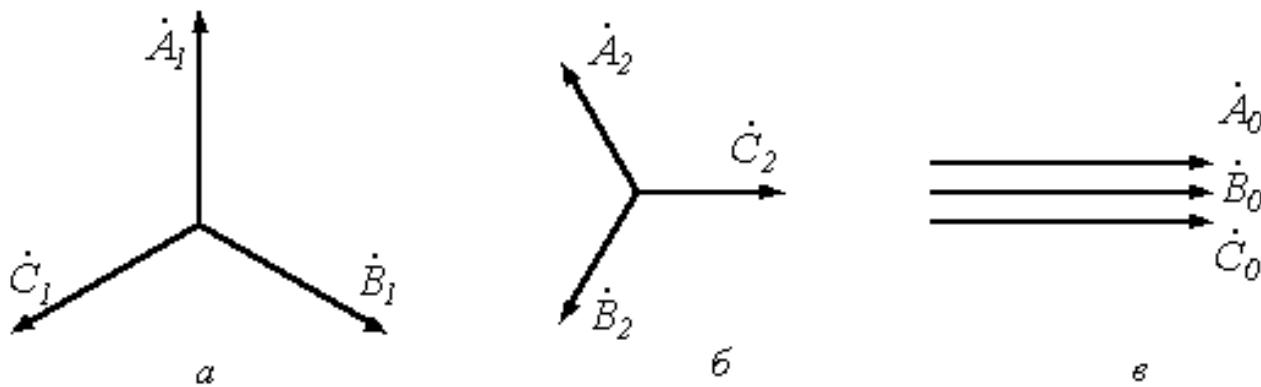


Рисунок 1.27 – Симметричная система прямой последовательности

Симметричная система обратной последовательности образована равными по модулю векторами \dot{A}_2, \dot{B}_2 и \dot{C}_2 относительным сдвигом по фазе на $2\pi/3$ радиан, причем теперь \dot{C}_2 отстает от \dot{A}_2 , а \dot{B}_2 от \dot{C}_2 (см. рисунок 1.27, б).

Для этой системы имеем:

$$\dot{B}_2 = \underline{a} \dot{A}_2; \quad \dot{C}_2 = \underline{a}^2 \dot{A}_2$$

Система нулевой последовательности состоит из трех векторов, одинаковых по модулю и фазе (см. рисунок 1.27, в): $\dot{A}_0 = \dot{B}_0 = \dot{C}_0$

При сложении трех указанных систем векторов получается несимметричная система векторов (см. рисунок 1.28).

Любая несимметрическая система однозначно раскладывается на симметрические составляющие. Действительно:

$$\dot{A} = \dot{A}_1 + \dot{A}_2 + \dot{A}_0$$

$$\dot{B} = \dot{B}_1 + \dot{B}_2 + \dot{B}_0 = \underline{a}^2 \dot{A}_1 + \underline{a} \dot{A}_2 + \dot{A}_0$$

$$\dot{C} = \dot{C}_1 + \dot{C}_2 + \dot{C}_0 = \underline{a} \dot{A}_1 + \underline{a}^2 \dot{A}_2 + \dot{A}_0$$

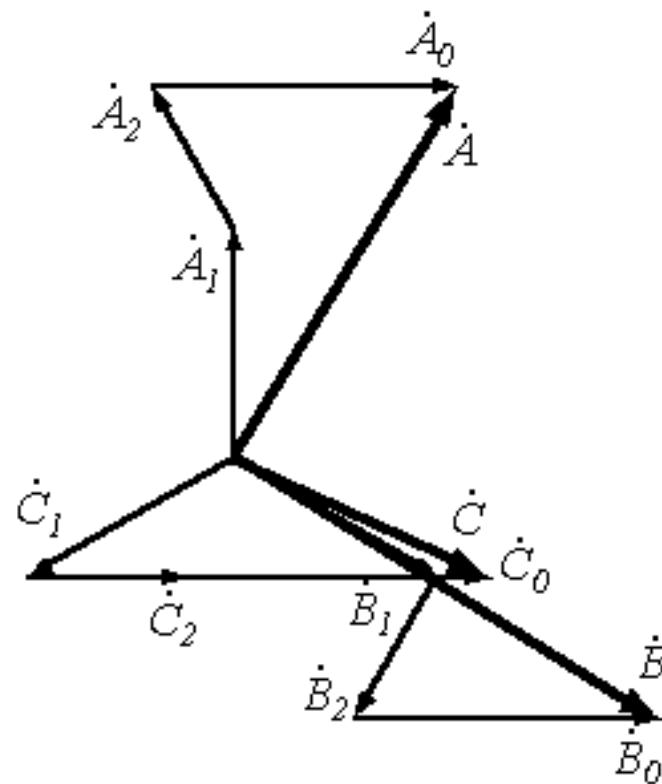


Рисунок 1.28 – Несимметрическая система векторов

Таким образом, получена система из трех уравнений относительно трех неизвестных: $\dot{A}_1, \dot{A}_2, \dot{A}_0$, которые, следовательно, определяются однозначно.

Тогда, учитывая, что $l + \underline{a} + \underline{a}^2 = 0$, получим: $\dot{A}_0 = \frac{l}{3}(\dot{A} + \dot{B} + \dot{C})$

Найдем \dot{A}_1 : $\dot{A}_1 = \frac{l}{3}(\dot{A} + \underline{a}\dot{B} + \underline{a}^2\dot{C})$

\dot{A}_2 : $\dot{A}_2 = \frac{l}{3}(\dot{A} + \underline{a}^2\dot{B} + \underline{a}\dot{C})$

Полученные формулы справедливы для любой системы векторов $\dot{A}, \dot{B}, \dot{C}$.

В том числе и для симметричной. В последнем случае $\dot{A} = \dot{A}_1$; $\dot{A}_2 = \dot{A}_0 = 0$.

В заключение отметим, что помимо вычисления симметричные составляющие могут быть измерены с помощью специальных фильтров симметричных составляющих, используемых в устройствах релейной защиты и автоматики.

План лекции:

- 1.1 Свойства симметричных составляющих токов и напряжений различных последовательностей;
- 1.2 Сопротивления симметричной трехфазной цепи для токов различных последовательностей;
- 1.3 Применение метода симметричных составляющих для симметричных цепей.

1.1 Свойства симметричных составляющих токов и напряжений различных последовательностей

Рассмотрим четырехпроводную систему на рисунке 1.29. Для тока в нейтральном проводе имеем:

$$\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C \quad \dot{I}_N = 3\dot{I}_0$$

т.е. ток в нейтральном проводе равен утроенному току нулевой последовательности.

Если нейтрального провода нет, то $\dot{I}_N = 0$ и соответственно нет составляющих тока нулевой последовательности.

Поскольку сумма линейных напряжений равна нулю, то линейные напряжения не содержат составляющих нулевой последовательности.

Рассмотрим трехпроводную несимметричную систему на рисунке 1.30

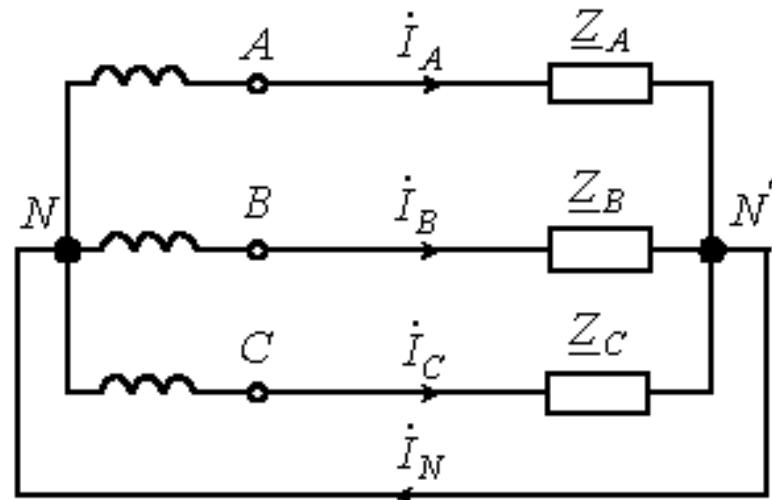


Рисунок 1.29 - Четырехпроводная система

Здесь:

$$\dot{U}_{AN'} = \dot{E}_A - \dot{U}_{NN'};$$

$$\dot{U}_{BN'} = \dot{E}_B - \dot{U}_{NN'};$$

$$\dot{U}_{CN'} = \dot{E}_C - \dot{U}_{NN'}.$$

Тогда, просуммировав эти соотношения, для симметричных составляющих нулевой последовательности фазных напряжений можно записать:

$$\dot{U}_{\phi 0} = \frac{\dot{E}_A + \dot{E}_B + \dot{E}_C}{3} - \dot{U}_{NN'}$$

Если система ЭДС генератора симметрична, то из последнего получаем:

$$\dot{U}_{\phi 0} = -\dot{U}_{NN'}$$

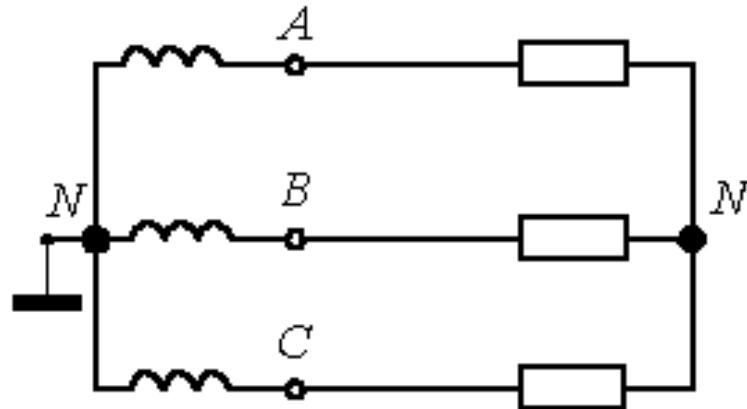


Рисунок 1.30 – Трехпроводная несимметричная система

Из $\dot{U}_{\phi 0} = -\dot{U}_{NN}$ вытекает:

- в фазных напряжениях симметричного приемника отсутствуют симметричные составляющие нулевой последовательности;
- симметричные составляющие нулевой последовательности фазных напряжений несимметричного приемника определяются величиной напряжения смещения нейтрали;
- фазные напряжения несимметричных приемников, соединенных звездой, при питании от одного источника различаются только за счет симметричных составляющих нулевой последовательности;
- симметричные составляющие прямой и обратной последовательностей у них одинаковы, поскольку однозначно связаны с соответствующими симметричными составляющими линейных напряжений.

При соединении нагрузки в треугольник фазные токи \dot{I}_{AB} , \dot{I}_{BC} и \dot{I}_{CA} могут содержать симметричные составляющие нулевой последовательности \dot{I}_0 . При этом \dot{I}_0 (см. рисунок 1.31) циркулирует по контуру, образованному фазами нагрузки.

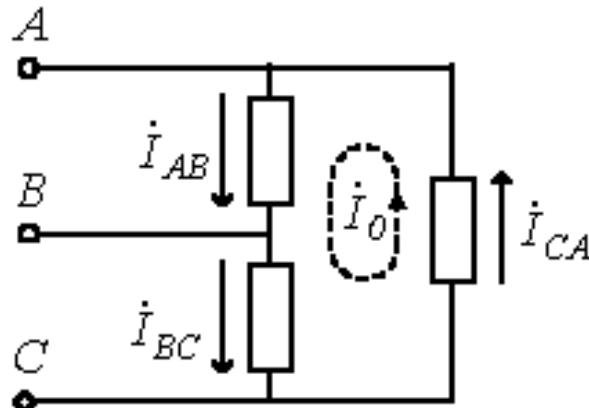


Рисунок 1.31 – Схема для анализа

1.2 Сопротивления симметричной трехфазной цепи для токов различных последовательностей

Если к симметричной цепи приложена симметричная система фазных напряжений прямой (обратной или нулевой) последовательностей, то в ней возникает симметричная система токов прямой (обратной или нулевой) последовательности. При использовании метода симметричных составляющих на практике симметричные составляющие напряжений связаны с симметричными составляющими токов той же последовательности. Отношение симметричных составляющих фазных напряжений прямой (обратной или нулевой) последовательности к соответствующим симметричным составляющим токов называется **комплексным сопротивлением прямой**:

$$Z_1 = \frac{\dot{U}_{A1}}{\dot{I}_{A1}} = \frac{\dot{U}_{B1}}{\dot{I}_{B1}} = \frac{\dot{U}_{C1}}{\dot{I}_{C1}}$$

обратной:

$$Z_2 = \frac{\dot{U}_{A2}}{\dot{I}_{A2}} = \frac{\dot{U}_{B2}}{\dot{I}_{B2}} = \frac{\dot{U}_{C2}}{\dot{I}_{C2}}$$

и нулевой последовательностей $Z_0 = \frac{\dot{U}_{A0}}{\dot{I}_{A0}} = \frac{\dot{U}_{B0}}{\dot{I}_{B0}} = \frac{\dot{U}_{C0}}{\dot{I}_{C0}}$

Пусть имеем участок цепи на рисунке 1.32. Для фазы А этого участка можно записать:

$$\dot{U}_A = (R + j\omega L)\dot{I}_A + j\omega M(\dot{I}_B + \dot{I}_C)$$

Тогда для симметричных составляющих прямой и обратной последовательностей с учетом, того, что: $\dot{I}_{AI(2)} + \dot{I}_{BI(2)} + \dot{I}_{CI(2)} = 0$

$$\dot{U}_{AI(2)} = (R + j\omega L - j\omega M)\dot{I}_{AI(2)}$$

Отсюда комплексные сопротивления прямой и обратной последовательностей одинаковы и равны:

$$\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 = R + j(\omega L - \omega M)$$

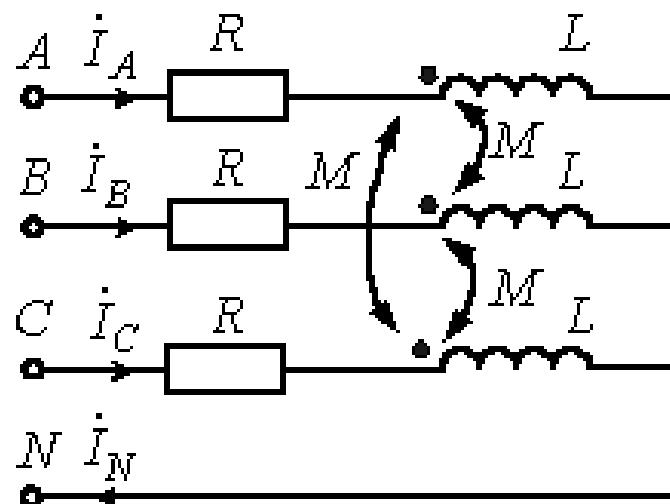


Рисунок 1.32 – Схема для анализа

Для симметричных составляющих нулевой последовательности с учетом равенства:

$$\dot{I}_{AO} = \dot{I}_{BO} = \dot{I}_{CO}$$

$$\dot{U}_{AO} = (R + j\omega L + 2j\omega M)\dot{I}_{AO}$$

откуда комплексное сопротивление нулевой последовательности:

$$\underline{Z} = R + j(\omega L + 2\omega M)$$

В рассмотренном примере получено равенство сопротивлений прямой и обратной последовательностей. В общем случае эти сопротивления могут отличаться друг от друга. Наиболее типичный пример – различие сопротивлений вращающейся машины для токов прямой и обратной последовательностей за счет многократной разницы в скольжении ротора относительно вращающегося магнитного поля для этих последовательностей.

1.3 Применение метода симметричных составляющих для симметричных цепей

Расчет цепей методом симметричных составляющих основывается на принципе наложения, в виду чего метод применим только к линейным цепям.

Согласно данному методу расчет осуществляется в отдельности для составляющих напряжений и токов различных последовательностей, причем в силу симметрии режимов работы цепи для них он проводится для одной фазы (фазы A).

После этого определяются реальные искомые величины. При расчете следует помнить, что, поскольку в симметричном режиме ток в нейтральном проводе равен нулю, сопротивление нейтрального провода никак ни влияет на симметричные составляющие токов прямой и обратной последовательностей. Наоборот, в схему замещения для нулевой последовательности вводится утроенное значение сопротивления в нейтральном проводе. С учетом вышесказанного исходной схеме на рисунке 1.33,а соответствуют расчетные однофазные цепи для прямой и обратной последовательностей (рисунок 1.33,б) и нулевой последовательности (рисунок 1.33,в).

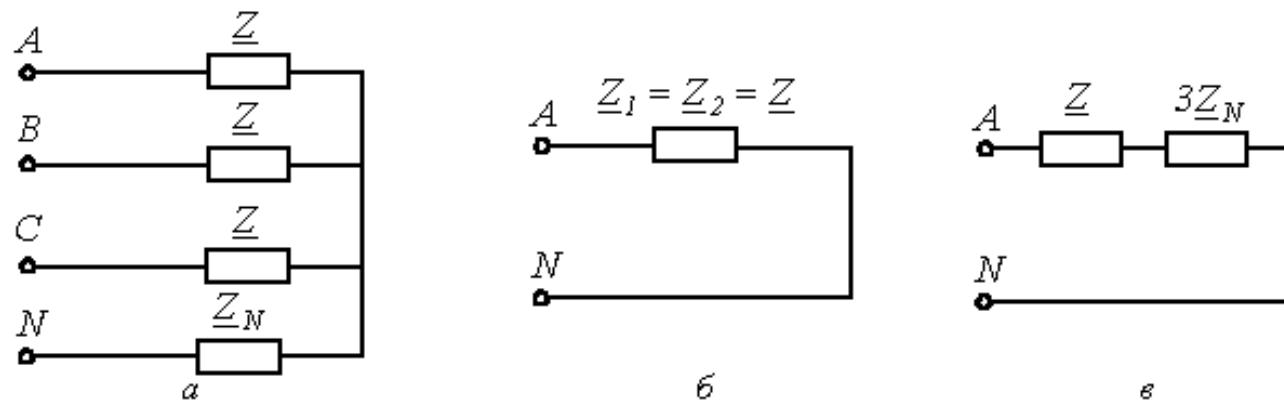


Рисунок 1.33 – Схемы замещения для нулевой последовательности

Существенно сложнее обстоит дело при несимметрии сопротивлений по фазам. Пусть в цепи на рисунке 1.29: $\underline{Z}_A \neq \underline{Z}_B \neq \underline{Z}_C$

Разложив токи на симметричные составляющие, для данной цепи можно записать:

$$\begin{aligned}\dot{U}_A &= \underline{Z}_A (\dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_0); \\ \dot{U}_B &= \underline{Z}_B (\underline{a}^2 \dot{I}_1 + \underline{a} \dot{I}_2 + \dot{I}_0); \\ \dot{U}_C &= \underline{Z}_C (\underline{a} \dot{I}_1 + \underline{a}^2 \dot{I}_2 + \dot{I}_0)\end{aligned}$$

В свою очередь:

$$\begin{aligned}\dot{U}_1 &= \frac{1}{3} (\dot{U}_A + \underline{a} \dot{U}_B + \underline{a}^2 \dot{U}_C); \\ \dot{U}_2 &= \frac{1}{3} (\dot{U}_A + \underline{a}^2 \dot{U}_B + \underline{a} \dot{U}_C); \\ \dot{U}_0 &= \frac{1}{3} (\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C)\end{aligned}$$

После группировки членов получим:

$$\begin{aligned}\dot{U}_1 &= \underline{Z}_{11} \dot{I}_1 + \underline{Z}_{12} \dot{I}_2 + \underline{Z}_{10} \dot{I}_0; \\ \dot{U}_2 &= \underline{Z}_{21} \dot{I}_1 + \underline{Z}_{22} \dot{I}_2 + \underline{Z}_{20} \dot{I}_0; \\ \dot{U}_0 &= \underline{Z}_{01} \dot{I}_1 + \underline{Z}_{02} \dot{I}_2 + \underline{Z}_{00} \dot{I}_0,\end{aligned}$$

где

$$\underline{Z}_{11} = \underline{Z}_{22} = \underline{Z}_{00} = \frac{1}{3}(\underline{Z}_A + \underline{Z}_B + \underline{Z}_C)$$

$$\underline{Z}_{12} = \underline{Z}_{20} = \underline{Z}_{01} = \frac{1}{3}(\underline{Z}_A + a^2 \underline{Z}_B + a \underline{Z}_C)$$

$$\underline{Z}_{10} = \underline{Z}_{21} = \underline{Z}_{02} = \frac{1}{3}(\underline{Z}_A + a \underline{Z}_B + a^2 \underline{Z}_C)$$

Из полученных соотношений видно, что если к несимметричной цепи приложена несимметричная система напряжений, то каждая из симметричных составляющих токов зависит от симметричных составляющих напряжений всех последовательностей. Поэтому, если бы трехфазная цепь на всех участках была несимметрична, рассматриваемый метод расчета не давал бы преимуществ. На практике система в основном является симметричной, а несимметрия обычно носит локальный характер. Это обстоятельство значительно упрощает анализ.

На всех участках цепи, где сопротивления по фазам одинаковы, $\underline{Z}_{ik} = 0$ для i_k . Тогда получаем:

$$\dot{U}_1 = \underline{Z}_{11} \dot{I}_1; \quad \dot{U}_2 = \underline{Z}_{22} \dot{I}_2; \quad \dot{U}_0 = \underline{Z}_{00} \dot{I}_0$$

Контрольные вопросы

1. Какой принцип действия у трехфазного генератора?
2. В чем заключаются основные преимущества трехфазных систем?
3. Какие системы обладают свойством уравновешенности, в чем оно выражается?
4. Какие существуют схемы соединения в трехфазных цепях?
5. Какие соотношения между фазными и линейными величинами имеют место при соединении в звезду и в треугольник?
6. Что будет, если поменять местами начало и конец одной из фаз генератора при соединении в треугольник, и почему?
7. Определите комплексы линейных напряжений, если при соединении фаз генератора в звезду начало и конец обмотки фазы С поменяли местами.
8. На диаграмме на рисунке 1.10 (трехфазная система токов симметрична)
 $i_{AB} = 100A$ Определить комплексы остальных фазных и линейных токов.
9. Какие схемы соединения обеспечивают автономность работы фаз нагрузки?
10. В каких случаях отсутствуют составляющие нулевой последовательности в линейных токах?
11. Для каких цепей сопротивления прямой и обратной последовательностей одинаковы, а для каких – различны?
12. Для анализа каких цепей возможно применение метода симметричных составляющих?

Список литературы

1. Теоретические основы электротехники: учебник для студентов вузов энергетических и электротехнических специальностей / А. Н. Горбунов [и др.]; под ред. А. В. Кравцова, 2022. - 412 с.
2. Электротехника и электроника: учебник для студентов вузов энергетических и электротехнических специальностей / А. Н. Горбунов [и др.]; под ред. А. В. Кравцова, 2022. - 614 с.
3. Бессонов, Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи [Текст]: учебник для студентов вузов, аспирантов, обучающихся по направлению подготовки "Электротехника, электромеханика и электротехнологии", "Электроэнергетика" / Л. А. Бессонов, 2023. - 701 с.
4. Бессонов, Л.А. Теоретические основы электротехники. Электромагнитное поле: Учебник для студентов вузов, обучающихся по направлениям "Электротехника" / Л.А. Бессонов, 2023. - 316 с.
5. Теоретические основы электротехники: учебник / А.Д. Мехтиев [и др.]; Кафедра "Энергетические системы". - Караганда: Караганда: КарГТУ, 2017.
6. Johnson, Don. Fundamentals of Electrical Engineering I [Электронный ресурс] / Don Johnson, 2017. - 334/1 с.
7. Basics of Electronics: tutorial / A.V. Taranov [et al.]; Karaganda state technical university. - Karaganda: KSTU Publishing House, 2020. - 148 p.

Спасибо за внимание!

Желаю успехов в изучении данного онлайн-курса!