

## Лекция 4

# Электрические цепи с распределенными параметрами

*Для студентов образовательной программы «Электроэнергетика»*

Таранов Александр Викторович  
кандидат технических наук,  
Доцент кафедры «Энергетические системы»

## **План лекции:**

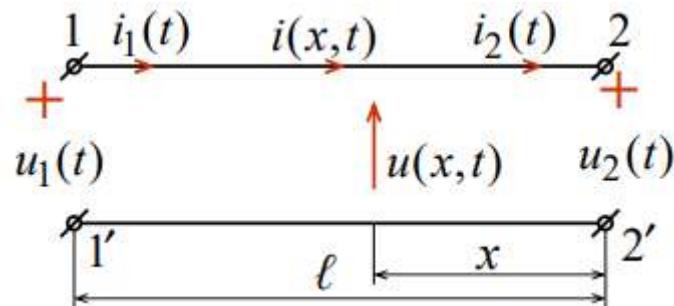
- 1.1 Электрические цепи с распределенными параметрами;
- 1.2 Установившийся гармонический режим однородной линии;
- 1.3 Бегущие волны.

# 1.1 Электрические цепи с распределенными параметрами

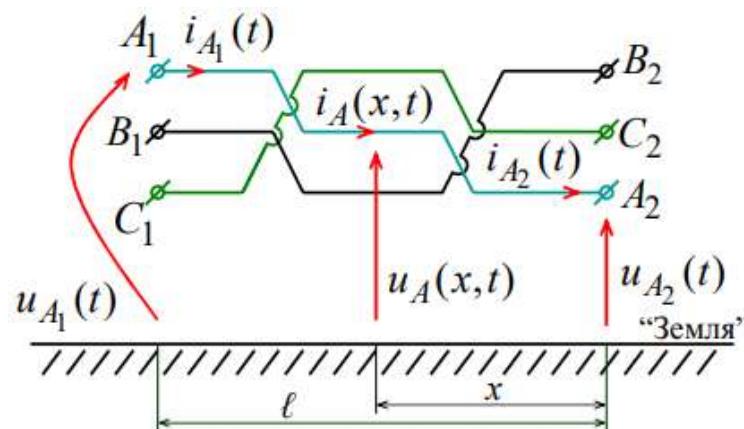
Электрические цепи с распределенными параметрами – это такие цепи, длина которых соизмерима с длиной электромагнитной волны и напряжения и токи изменяются вдоль этих цепей.

Примерами цепей с распределенными параметрами являются:

а) двухпроводная линия (связи);



б) трехфазная транспонированная линия (электропередачи).

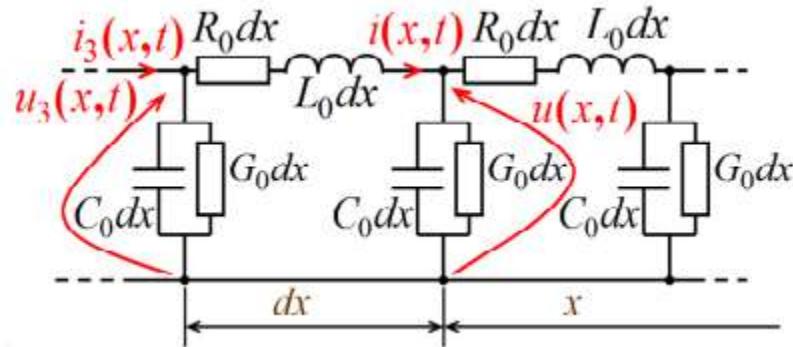


Изменение напряжения и тока вдоль линии в функции  $x$  обусловлено наличием продольных сопротивлений и поперечных проводимостей.

Линии, у которых напряжения и токи заметно изменяются вдоль их длины, называются длинными линиями.

Для линий электропередачи при  $\omega = 314$  рад/с такое изменение заметно при  $l > 300$  км.

Бесконечно малый участок  $dx$  двухпроводной линии или трехфазной линии на одну фазу (в симметричном режиме) может быть представлен так.



здесь

$$i_3(x, t) = i(x, t) + \frac{\partial i(x, t)}{\partial x} dx; \quad u_3(x, t) = u(x, t) + \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} dx; \quad R_0 (\text{Ом/м}),$$

$$L_0 (\text{Гн/м}); \quad G_0 (\text{См/м}); \quad C_0 (\text{Ф/м})$$

Это первичные (удельные) параметры линий.

Ограничимся рассмотрением однородных линий, у которых первичные параметры постоянны. Для бесконечно малого участка линии длиной  $dx$ , по законам Кирхгофа, получаем основные уравнения в частных производных:

$$\begin{cases} \pm \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} = R_0 \cdot i(x,t) + L_0 \cdot \frac{\partial i(x,t)}{\partial t}; \\ \pm \frac{\partial i(x,t)}{\partial x} = G_0 \cdot u(x,t) + C_0 \cdot \frac{\partial u(x,t)}{\partial t}, \end{cases}$$

знак «+» – при отсчете  $x$  от конца линии;

знак «–» – при отсчете  $x$  от начала линии.

Решение этих уравнений, при определенных начальных ( $t = 0$ ) и граничных условиях ( $x = 0$ ,  $x = \ell$ ), позволяет определить  $u(x,t)$  и  $i(x,t)$ .

## 1.2 Установившийся гармонический режим однородной линии

При напряжении  $u_2(t) = \sqrt{2} \cdot U_2 \cdot \sin(\omega t + \psi_{U_2})$  имеем

$$\begin{aligned} u(x,t) &= \sqrt{2} \cdot U(x) \cdot \sin[\omega t + \psi_U(x)]; \\ i(x,t) &= \sqrt{2} \cdot I(x) \cdot \sin[\omega t + \psi_I(x)]. \end{aligned}$$

Тогда для комплексов действующих значений:

$$\begin{aligned}\dot{U}(x) &= U(x) \cdot e^{j\psi_U(x)}; \\ \dot{I}(x) &= I(x) \cdot e^{j\psi_I(x)}.\end{aligned}$$

$$\begin{cases} \frac{d\dot{U}(x)}{dx} = \underline{Z}_0 \cdot \dot{I}(x); \\ \frac{d\dot{I}(x)}{dx} = \underline{Y}_0 \cdot \dot{U}(x), \end{cases}$$

где  $\underline{Z}_0 = R_0 + j\omega L_0$  (Ом/м) – комплекс продольного сопротивления линии на единицу длины;

$\underline{Y}_0 = G_0 + j\omega C_0$  (См/м) – комплекс продольного сопротивления линии на единицу длины.

Решением данных уравнений, при отсчете  $x$  от конца линии, будут следующие комплексы действующих значений:

а) напряжения

$$\dot{U}(x) = \dot{A}_1 \cdot e^{\gamma x} + \dot{A}_2 \cdot e^{-\gamma x} = \dot{U}_2 \cdot \operatorname{ch} \gamma x + \underline{Z}_B \cdot \dot{I}_2 \cdot \operatorname{sh} \gamma x;$$

б) тока

$$\dot{I}(x) = \frac{\dot{A}_1}{\underline{Z}_B} \cdot e^{\gamma x} - \frac{\dot{A}_2}{\underline{Z}_B} \cdot e^{-\gamma x} = \frac{\dot{U}_2}{\underline{Z}_B} \cdot \operatorname{sh} \gamma x + \dot{I}_2 \cdot \operatorname{ch} \gamma x,$$

Напряжение и ток в линии можно рассматривать как сумму падающей (прямой) и отраженной (обратной) волн:

$$\begin{cases} \dot{U}(x) = \dot{U}_{\text{п}}(x) + \dot{U}_{\text{отр}}(x); \\ \dot{I}(x) = \dot{I}_{\text{п}}(x) + \dot{I}_{\text{отр}}(x), \end{cases}$$

где  $\dot{U}_{\text{п}}(x) = A_1 \cdot e^{\gamma x}$ ,  $\dot{I}_{\text{п}}(x) = \frac{\dot{U}_{\text{п}}(x)}{Z_{\text{в}}}$  – комплексы действующих значений падающих волн напряжения и тока;

$\dot{U}_{\text{отр}}(x) = A_2 \cdot e^{-\gamma x}$ ,  $\dot{I}_{\text{отр}}(x) = -\frac{\dot{U}_{\text{отр}}(x)}{Z_{\text{в}}}$  – комплексы действующих значений отраженных волн напряжения и тока.

При изменении  $x$  от 0 до  $\ell$  получим

$$\dot{U}(x) = U(x) \cdot e^{j\psi_U(x)};$$

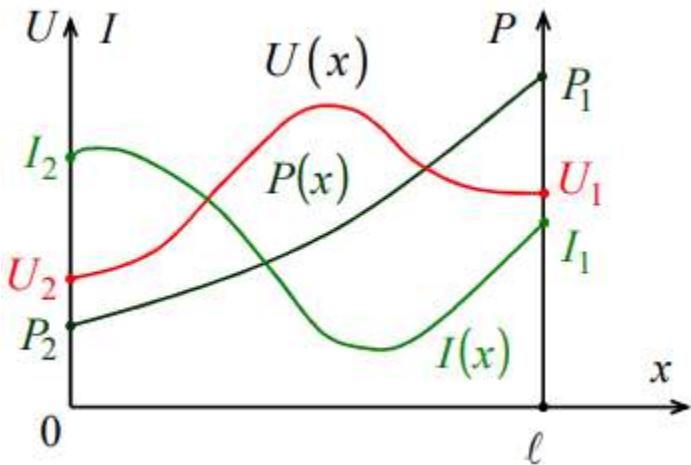
$$\dot{I}(x) = I(x) \cdot e^{j\psi_I(x)}$$

и определить активную мощность:

$$P(x) = U(x) \cdot I(x) \cdot \cos[\psi_U(x) - \psi_I(x)], \text{ Вт},$$

которая монотонно возрастает к началу линии.

Графики зависимостей  $U(x)$ ,  $I(x)$ ,  $P(x)$  и КПД  $\eta = \frac{P_2}{P_1} < 1$  используются для анализа установившегося режима линий.



*Примечания:*

$$\operatorname{sh} \underline{\gamma}x = \frac{e^{\underline{\gamma}x} - e^{-\underline{\gamma}x}}{2} = B_1 \cdot e^{j\lambda_1}; \quad \operatorname{ch} \underline{\gamma}x = \frac{e^{\underline{\gamma}x} + e^{-\underline{\gamma}x}}{2} = B_2 \cdot e^{j\lambda_2} \sqrt{2};$$

$$e^{\underline{\gamma}x} = e^{(\alpha+j\beta)x} = e^{\alpha x} \cdot e^{j\beta x} = B_3 e^{j\lambda_3}, \quad B_3 = e^{\alpha x}, \quad \lambda_3 = \frac{\beta x \cdot 180}{\pi}, \text{ град;}$$

$$e^{-\underline{\gamma}x} = e^{-(\alpha+j\beta)x} = e^{-\alpha x} \cdot e^{-j\beta x} = B_4 e^{j\lambda_4}, \quad B_4 = \frac{1}{B_3}, \quad \lambda_4 = -\lambda_3.$$

При постоянных напряжениях и токах ( $\omega = 0$ ) имеем:

$$\underline{Z}_B = Z_B = \sqrt{\frac{R_0}{G_0}}; \quad \underline{\gamma} = \alpha = \sqrt{R_0 \cdot G_0};$$

## 1.3 Бегущие волны

При  $\dot{A}_1 = A_1 \cdot e^{j\psi_1}$ ,  $\dot{A}_2 = A_2 \cdot e^{j\psi_2}$ ,  $\underline{Z}_{\text{B}} = Z_{\text{B}} \cdot e^{j\phi_{\text{B}}}$ ,  $\underline{\gamma} = \alpha + j\beta$  получаем мгновенные значения:

a) напряжения:

$$\begin{aligned} u(x,t) &= u_{\text{п}}(x,t) + u_{\text{отр}}(x,t) = \\ &= \sqrt{2} \cdot A_1 \cdot e^{\alpha x} \cdot \sin(\omega t + \psi_1 + \beta x) + \\ &\quad + \sqrt{2} \cdot A_2 \cdot e^{-\alpha x} \cdot \sin(\omega t + \psi_2 - \beta x); \end{aligned}$$

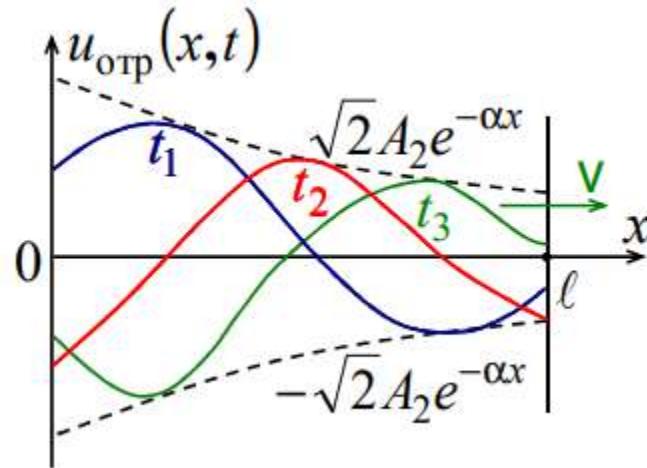
б) тока:

$$\begin{aligned} i(x,t) &= i_{\text{п}}(x,t) + i_{\text{отр}}(x,t) = \\ &= \sqrt{2} \cdot \frac{A_1}{Z_{\text{B}}} \cdot e^{\alpha x} \cdot \sin(\omega t + \psi_1 - \phi_{\text{B}} + \beta x) - \\ &\quad - \sqrt{2} \cdot \frac{A_2}{Z_{\text{B}}} \cdot e^{-\alpha x} \cdot \sin(\omega t + \psi_2 - \phi_{\text{B}} - \beta x). \end{aligned}$$

Падающие и отраженные волны можно рассматривать как бегущие волны, затухающие в направлении своего движения.

1. Падающую волну напряжения:  $u_{\text{п}}(x,t) = \sqrt{2} \cdot A_1 \cdot e^{\alpha x} \cdot \sin(\omega t + \psi_1 + \beta x)$

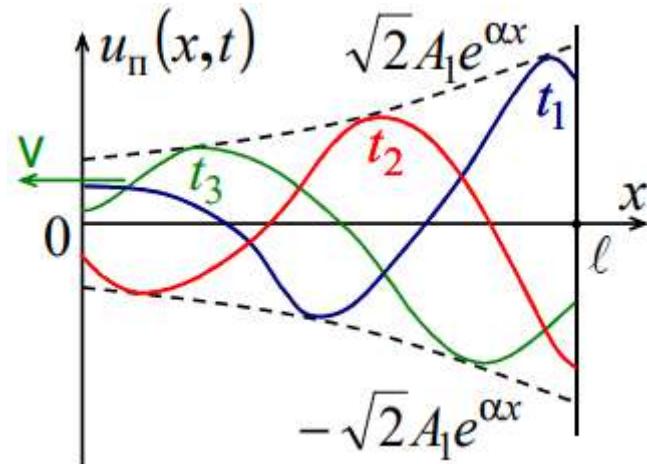
Рассчитываем для трех моментов времени:  $t_1 < t_2 < t_3$ .



Падающая волна  $u_n(x,t)$ , постепенно затухая, движется от начала линии к ее концу с некоторой скоростью  $v$ .

2. Отраженную волну напряжения:  $u_{\text{отр}}(x,t) = \sqrt{2} \cdot A_2 \cdot e^{-\alpha x} \sin(\omega t + \psi_2 - \beta x)$

Рассчитываем для трех моментов времени:  $t_1 < t_2 < t_3$ .

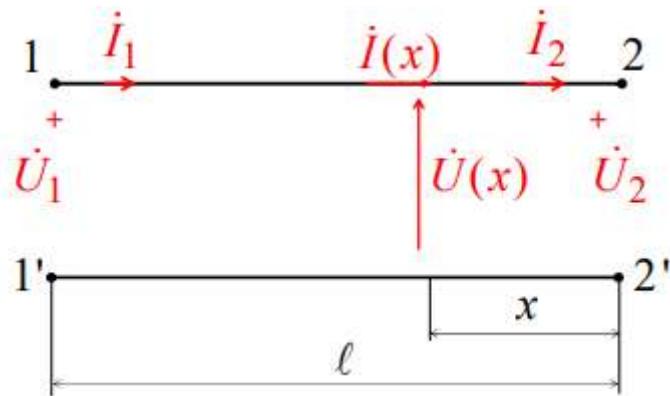


## **План лекции:**

1.1 Режимы однородной линии при гармонических напряжениях и токах.

## 1.1 Режимы однородной линии при гармонических напряжениях и токах

Проанализируем режимы работы для комплексов действующих значений напряжений и токов.



1. Напряжение:

$$\dot{U}(x) = \dot{U}_{\Pi}(x) + \dot{U}_{\text{отр}}(x) = \dot{A}_1 \cdot e^{\gamma x} + \dot{A}_2 \cdot e^{-\gamma x} = \dot{U}_2 \cdot \text{ch} \underline{\gamma} x + \underline{Z}_{\text{B}} \cdot \dot{I}_2 \cdot \text{sh} \underline{\gamma} x.$$

2. Ток:

$$\dot{I}(x) = \dot{I}_{\Pi}(x) + \dot{I}_{\text{отр}}(x) = \frac{\dot{A}_1}{\underline{Z}_{\text{B}}} \cdot e^{\gamma x} - \frac{\dot{A}_2}{\underline{Z}_{\text{B}}} \cdot e^{-\gamma x} = \frac{\dot{U}_2}{\underline{Z}_{\text{B}}} \cdot \text{sh} \underline{\gamma} x + \dot{I}_2 \cdot \text{ch} \underline{\gamma} x.$$

3. Входное сопротивление:

$$\underline{Z}_{\text{BX}} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = \underline{Z}_{\text{B}} \cdot \frac{(\underline{Z}_{\text{H}} + \underline{Z}_{\text{B}} \cdot \text{th} \underline{\gamma} \ell)}{(\underline{Z}_{\text{B}} + \underline{Z}_{\text{H}} \cdot \text{th} \underline{\gamma} \ell)},$$

4. Коэффициент отражения волн от нагрузки ( $x = 0$ ):

а) для напряжения:

$$\underline{K}_U = \frac{\dot{U}_{\text{отр}}(0)}{\dot{U}_{\text{п}}(0)} = \frac{\dot{A}_2}{\dot{A}_1};$$

б) для тока:

$$\underline{K}_I = \frac{\dot{I}_{\text{отр}}(0)}{\dot{I}_{\text{п}}(0)} = -\frac{\dot{A}_2}{\dot{A}_1},$$

где  $\dot{A}_1 = \frac{\dot{U}_2 + \underline{Z}_{\text{в}} \cdot \dot{I}_2}{2}$ ;  $\dot{A}_2 = \frac{\dot{U}_2 - \underline{Z}_{\text{в}} \cdot \dot{I}_2}{2}$ ;  $\underline{K}_U = -\underline{K}_I = \frac{\underline{Z}_{\text{н}} - \underline{Z}_{\text{в}}}{\underline{Z}_{\text{н}} + \underline{Z}_{\text{в}}}$ .

**Режим согласованной нагрузки**, когда  $\underline{Z}_{\text{н}} = \underline{Z}_{\text{в}} = Z_{\text{в}} \cdot e^{j\Phi_{\text{в}}}$ .

Входное сопротивление  $\underline{Z}_{\text{вх}}^{(c)} = \underline{Z}_{\text{в}}$ .

Коэффициенты отражения  $\underline{K}_U = -\underline{K}_I = 0$ ;

$$\dot{A}_1 = \dot{U}_2 = U_2 \cdot e^{j\Psi_{U2}}, \quad \dot{A}_2 = 0;$$

$$\begin{cases} \dot{U}(x) = \dot{U}_2 \cdot e^{\gamma x}; \\ \dot{I}(x) = \dot{I}_2 \cdot e^{\gamma x}. \end{cases}$$

При  $\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_2}{Z_B}$  мгновенные значения:

a) напряжения  $u(x,t) = u_{\Pi}(x,t) = \sqrt{2}U_2 e^{\alpha \cdot x} \sin(\omega t + \beta x + \Psi_{U_2});$

б) тока  $i(x,t) = i_{\Pi}(x,t) = \sqrt{2} \frac{U_2}{Z_B} e^{\alpha \cdot x} \sin(\omega t + \beta x + \Psi_{U_2} - \varphi_B).$

В любой точке линии  $\frac{\dot{U}(x)}{\dot{I}(x)} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2} = Z_B.$

**Активные мощности**  $P_1 = U_1 I_1 \cos \varphi_1 = U_1 I_1 \cos \varphi_B, \text{ Вт};$   
 $P_2 = U_2 I_2 \cos \varphi_2 = U_2 I_2 \cos \varphi_B;$

КПД  $\eta = \frac{P_2}{P_1} = e^{-2\alpha \cdot \ell} < 1.$

Так как  $\dot{U}(x) = U(x) \cdot e^{j\Psi_U(x)} = \dot{U}_2 \cdot e^{jx} = U_2 \cdot e^{j\Psi_{U_2}} \cdot e^{\alpha \cdot x} \cdot e^{j\beta x},$

то коэффициент затухания:  $\alpha = \frac{1}{x} \cdot \ln \frac{U(x)}{U_2} (\text{Нп/км})$

В режиме согласованной нагрузки характеризует изменение величины напряжения или тока на единице длины линии.

При этом **коэффициент фазы**  $\beta = \frac{\Psi_U(x) - \Psi_{U_2}}{x}$  (рад/км)

В режиме согласованной нагрузки характеризует изменение фазы напряжения или тока на единице длины линии.

**Режим холостого хода**, когда  $Z_h = \infty$  и  $I_2 = 0$ .

Входное сопротивление  $\underline{Z}_{\text{вх}}^{(\text{xx})} = \underline{Z}_B \cdot \operatorname{ctg} \gamma l$ .

Коэффициент отражения  $\underline{K}_U = -\underline{K}_I = 1$ .

Падающие и отраженные волны напряжения в конце линии равны между собой.

При  $\dot{A}_1 = \dot{A}_2 = \frac{\dot{U}_2}{2}$  получаем:

$$\begin{cases} \dot{U}(x) = \frac{\dot{U}_2}{2} \cdot e^{\gamma x} + \frac{\dot{U}_2}{2} \cdot e^{-\gamma x} = \dot{U}_2 \cdot \operatorname{ch} \gamma x; \\ \dot{I}(x) = \frac{\dot{U}_2}{2 \underline{Z}_B} \cdot e^{\gamma x} - \frac{\dot{U}_2}{2 \underline{Z}_B} \cdot e^{-\gamma x} = \frac{\dot{U}_2}{\underline{Z}_B} \cdot \operatorname{sh} \gamma x. \end{cases}$$

## **Мгновенные значения:**

a) напряжения

$$\begin{aligned}
 u(x,t) &= u_{\Pi}(x,t) + u_{\text{отр}}(x,t) = \\
 &= \frac{\sqrt{2}U_2}{2} \cdot e^{\alpha x} \cdot \sin(\omega t + \beta x + \Psi_{U_2}) + \\
 &\quad + \frac{\sqrt{2}U_2}{2} \cdot e^{-\alpha x} \cdot \sin(\omega t - \beta x + \Psi_{U_2}).
 \end{aligned}$$

б) тока

$$\begin{aligned}
 i(x,t) &= i_{\Pi}(x,t) + i_{\text{отр}}(x,t) = \\
 &= \frac{\sqrt{2}U_2}{2Z_B} \cdot e^{\alpha x} \cdot \sin(\omega t + \beta x + \Psi_{U_2} - \Phi_B) - \\
 &\quad - \frac{\sqrt{2}U_2}{2Z_B} \cdot e^{-\alpha x} \cdot \sin(\omega t - \beta x + \Psi_{U_2} - \Phi_B);
 \end{aligned}$$

**Режим короткого замыкания,** когда  $\underline{Z}_H = 0$ ,  $\dot{U}_2 = 0$ .

Входное сопротивление:  $\underline{Z}_{\text{вх}}^{(\text{кз})} = \underline{Z}_{\text{в}} \cdot \text{th} \underline{\gamma} \ell$ .

Коэффициент отражения:  $\underline{K}_U = -\underline{K}_I = -1$ .

Падающие и отраженные волны тока в конце линии равны между собой.

При  $\dot{A}_1 = \dot{I}_2 \cdot \frac{\underline{Z}_{\text{в}}}{2} = -\dot{A}_2$  получаем

$$\begin{cases} \dot{U}(x) = \frac{\underline{Z}_{\text{в}} I_2}{2} \cdot e^{\underline{\gamma} x} - \frac{\underline{Z}_{\text{в}} \dot{I}_2}{2} \cdot e^{-\underline{\gamma} x} = \underline{Z}_{\text{в}} I_2 \cdot \text{sh} \underline{\gamma} x; \\ \dot{I}(x) = \frac{I_2}{2} \cdot e^{\underline{\gamma} x} + \frac{\dot{I}_2}{2} \cdot e^{-\underline{\gamma} x} = \dot{I}_2 \cdot \text{ch} \underline{\gamma} x. \end{cases}$$

Мгновенные значения:

a) напряжения

$$\begin{aligned} u(x, t) &= u_{\text{п}}(x, t) + u_{\text{отр}}(x, t) = \\ &= \frac{\sqrt{2} Z_{\text{в}} I_2}{2} \cdot e^{\alpha x} \cdot \sin(\omega t + \beta x + \Psi_{I_2} + \Phi_{\text{в}}) - \\ &\quad - \frac{\sqrt{2} Z_{\text{в}} I_2}{2} \cdot e^{-\alpha x} \cdot \sin(\omega t - \beta x + \Psi_{I_2} + \Phi_{\text{в}}); \end{aligned}$$

б) тока

$$\begin{aligned} i(x,t) &= i_{\Pi}(x,t) + i_{\text{отр}}(x,t) = \\ &= \frac{\sqrt{2}I_2}{2} \cdot e^{\alpha x} \cdot \sin(\omega t + \beta x + \Psi_{I_2}) + \\ &+ \frac{\sqrt{2}I_2}{2} \cdot e^{-\alpha x} \cdot \sin(\omega t - \beta x + \Psi_{I_2}). \end{aligned}$$

Режимы холостого хода и короткого замыкания могут использоваться для экспериментального определения  $Z_b$  и  $\gamma = \alpha + \beta j$ :

а) режим холостого хода (ключ разомкнут):

$$Z_{bx}^{(xx)} = \frac{U_V^{(xx)}}{I_A^{(xx)}} \cdot e^{j\varphi_{xx}}, \text{ Ом};$$

б) режим короткого замыкания (ключ замкнут):

$$Z_{bx}^{(кз)} = \frac{U_V^{(кз)}}{I_A^{(кз)}} \cdot e^{j\varphi_{кз}}, \text{ Ом};$$

в) расчет волнового сопротивления:

$$\underline{Z}_B = Z_B \cdot e^{j\Phi_B} = \sqrt{\underline{Z}_{BX}^{(xx)} \cdot \underline{Z}_{BX}^{(kz)}};$$

г) расчет постоянной распространения:

$$\gamma = \frac{1}{2\ell} \cdot \ln \left[ \frac{1 + \sqrt{\underline{Z}_{BX}^{(kz)} / \underline{Z}_{BX}^{(xx)}}}{1 - \sqrt{\underline{Z}_{BX}^{(kz)} / \underline{Z}_{BX}^{(xx)}}} \right] + j \frac{k\pi}{\ell} \left( \frac{1}{\text{км}} \right),$$

где  $k = 0$  при  $\ell < \lambda$ ;  $k = 1$  при  $\lambda < \ell < 2\lambda$  и т.д.

Понимание этих режимов играет ключевую роль при проектировании и эксплуатации линий электропередачи, радиочастотных трактов и волноводов, где необходимо обеспечить минимальные потери и максимальную эффективность передачи энергии.

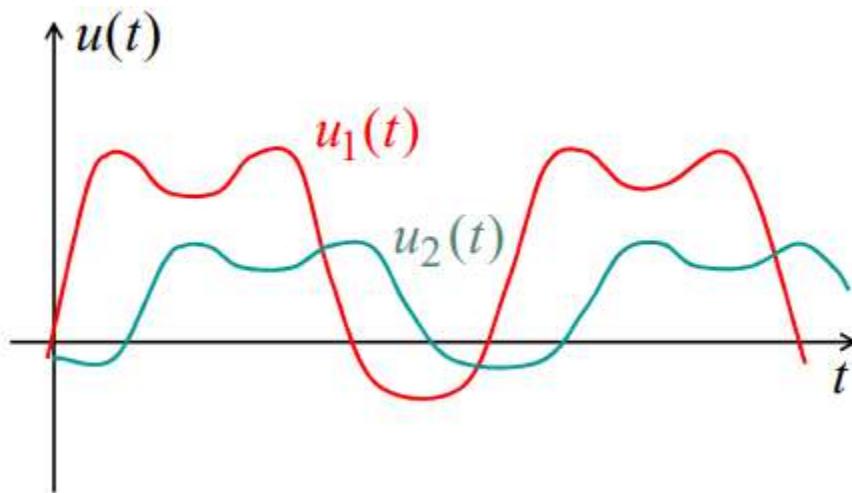
Рассмотренные примеры наглядно продемонстрировали влияние длины линии и условий нагрузки на амплитудно-фазовые характеристики сигналов, что подчёркивает важность точного анализа при инженерных расчётах.

## **План лекции:**

- 1.1 Однородная линия без искажений;
- 1.2 Однородная линия без потерь при гармонических напряжениях и токах;
- 1.3 Режимы однородной линии без потерь.

## 1.1 Однородная линия без искажений

Однородная линия без искажений – это линия связи, у которой формы кривых напряжения (тока) в начале и конце линии одинаковы.



Для этого необходимо, чтобы  $\alpha$  и  $v$  не зависели от  $\omega$ . Условие не искажения формы кривых напряжения (тока):

$$\frac{R_0}{L_0} = \frac{G_0}{C_0} = K_0;$$

$$Z_0 = R_0 + j\omega L_0 = L_0(K_0 + j\omega), \text{ Ом/км};$$

$$\underline{Y}_0 = G_0 + j\omega C_0 = C_0(K_0 + j\omega), \text{ См/км},$$

$$\underline{\gamma} = \sqrt{\underline{Z}_0 \cdot \underline{Y}_0} = \sqrt{L_0 C_0} (K_0 + j\omega), \text{ 1/км},$$

$$\alpha = K_0 \cdot \sqrt{L_0 C_0}, \beta = \omega \cdot \sqrt{L_0 C_0}.$$

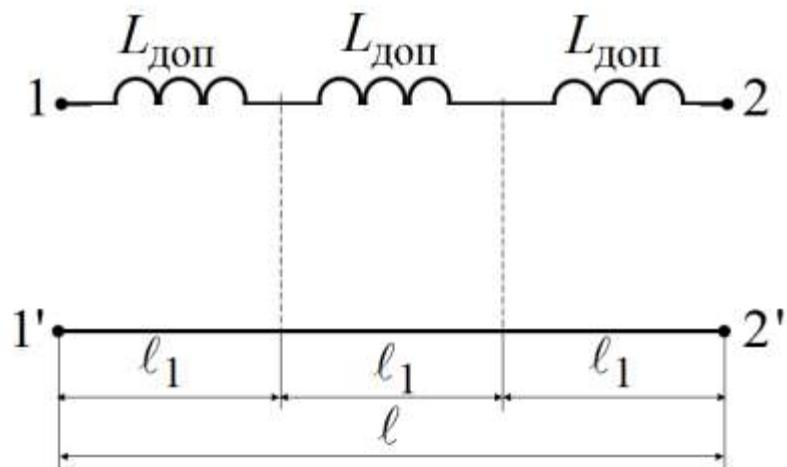
Фазовая скорость:  $v = \omega / \beta = 1 / \sqrt{L_0 C_0}, \text{ км/с}.$

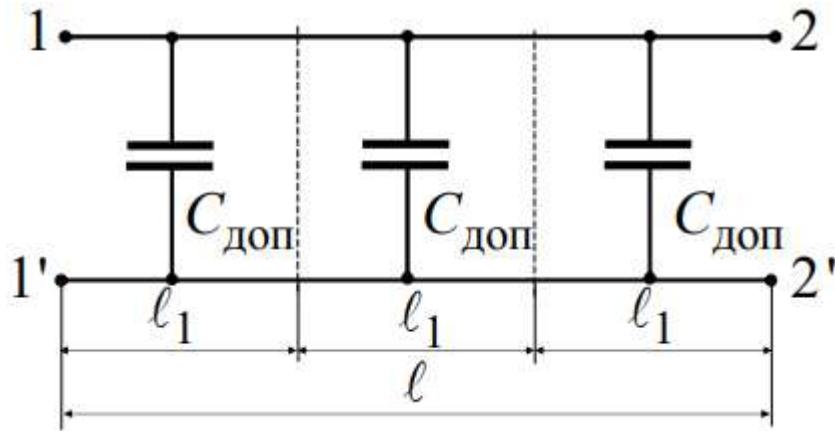
Волновое сопротивление:  $\underline{Z}_B = \sqrt{\underline{Z}_0 / \underline{Y}_0} = \sqrt{L_0 / C_0} = Z_B, \text{ Ом}.$

Если условие не выполняется, то используют дополнительные катушки и конденсаторы:

$$L_{\text{доп}} = (R_0 / K_0 - L_0) \cdot \ell_1, \text{ Гн};$$

$$K_0 = G_0 / C_0$$





$$C_{\text{доп}} = \frac{G_0}{K_0} - C_0 \cdot \ell_1, \quad \Phi;$$

$$K_0 = \frac{R_0}{L_0}$$

## 1.2 Однородная линия без потерь при гармонических напряжениях и токах

Линией без потерь считается линия, у которой  $R_0 \ll L_0$  и  $G_0 \ll C_0$ ,

Тогда  $\underline{Z}_0 = j\omega L_0$ ,  $\underline{Y}_0 = j\omega C_0$ ,

$$\underline{Z}_{\text{в}} = Z_{\text{в}} = \sqrt{\frac{\underline{Z}_0}{\underline{Y}_0}} = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}},$$

$$\gamma = \sqrt{\underline{Z}_0 \underline{Y}_0} = j\omega \sqrt{L_0 C_0};$$

$$\alpha = 0, \quad \beta = \omega \sqrt{L_0 C_0}, \quad \lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{\omega \sqrt{L_0 C_0}}.$$

Амплитуды падающей и отраженной волн напряжения и тока вдоль линии меняться не будут ( $\alpha = 0$ ).

Будет изменяться фаза напряжения и тока вдоль линии ( $\beta \neq 0$ ).

Поскольку  $\alpha$  и  $v$  не зависят от  $\omega$ , то линия без потерь является линией без искажений.

Так как  $\operatorname{ch} \gamma x = \operatorname{ch}(j\beta x) = \cos \beta x$ ,  $\operatorname{sh} \gamma x = \operatorname{sh}(j\beta x) = j \sin \beta x$

тогда основные уравнения однородной линии без потерь при отсчете  $x$  от конца линии будут следующими:

$$\begin{cases} \underline{U}(x) = \underline{U}_2 \cdot \cos \beta x + jZ_B \cdot \underline{I}_2 \cdot \sin \beta x; \\ \underline{I}(x) = j \cdot \frac{\underline{U}_2}{Z_B} \cdot \sin \beta x + \underline{I}_2 \cdot \cos \beta x. \end{cases}$$

Если  $\dot{U}_2 = U_2 \cdot e^{j\Psi_{U_2}}$  и  $\dot{I}_2 = I_2 \cdot e^{j\Psi_{I_2}}$  то мгновенные значения будут следующими:

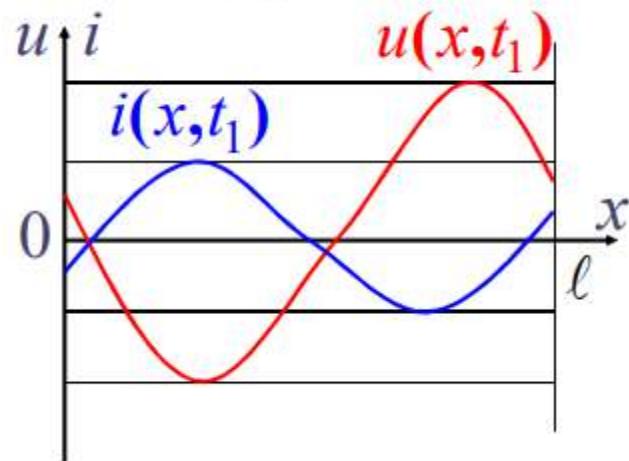
a) напряжения -  $u(x, t) = \sqrt{2} \cdot U_2 \cdot \cos \beta x \cdot \sin(\omega t + \Psi_{U_2}) + \sqrt{2} \cdot I_2 \cdot Z_B \cdot \sin \beta x \cdot \sin(\omega t + \Psi_{I_2} + 90^\circ);$

6) тока -

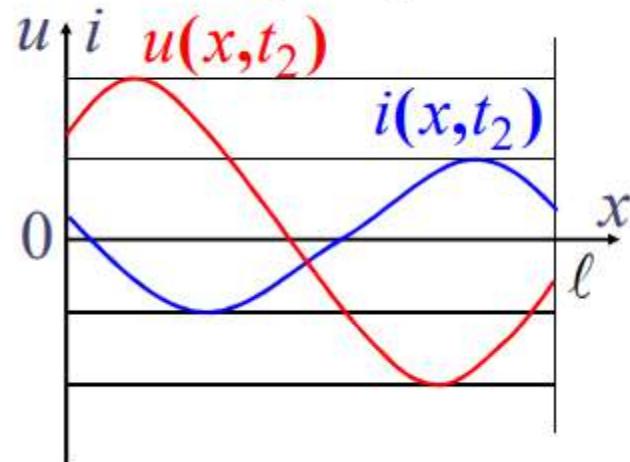
$$i(x, t) = \sqrt{2} \cdot \frac{U_2}{Z_B} \cdot \sin \beta x \cdot \sin(\omega t + \psi_{U_2} + 90^\circ) + \\ + \sqrt{2} \cdot I_2 \cdot \cos \beta x \cdot \sin(\omega t + \psi_{I_2}).$$

Для любого момента времени распределение напряжения и тока вдоль линии в функции  $x$  является гармоническим:

a)  $t = t_1$



б)  $t = t_2$

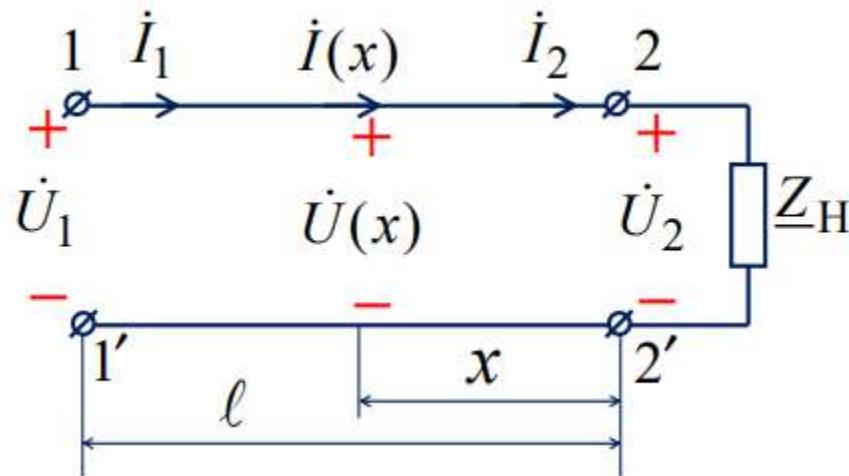


Комплекс входного сопротивления линии:

$$\underline{Z}_{\text{вх}} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = Z_B \cdot \frac{\underline{Z}_H + j \cdot Z_B \cdot \operatorname{tg} \beta \ell}{Z_B + j \cdot \underline{Z}_H \cdot \operatorname{tg} \beta \ell},$$

## 1.3 Режимы однородной линии без потерь

Проанализируем режимы однородной линии без потерь для комплексов действующих значений напряжений и токов с использованием основных уравнений.



**Режим холостого хода**, когда  $\underline{Z}_H = \infty$  и  $\dot{I}_2 = 0$ :

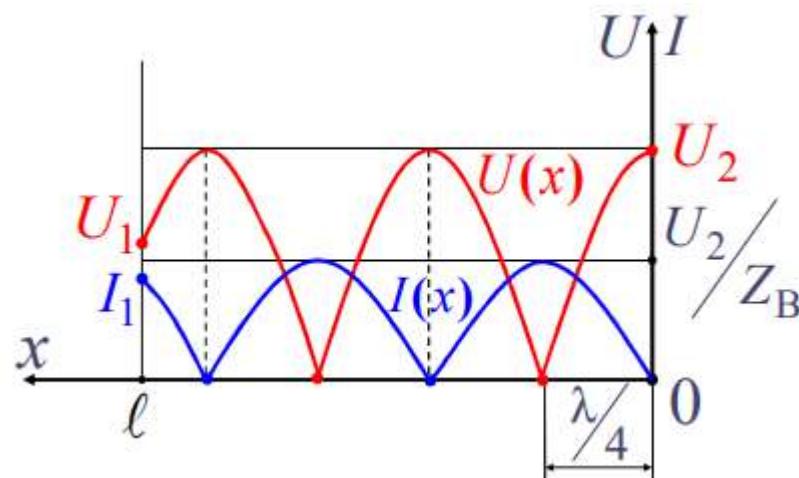
$$\begin{cases} \dot{U}(x) = \dot{U}_2 \cdot \cos \beta x; \\ \dot{I}(x) = j \cdot \frac{\dot{U}_2}{\underline{Z}_B} \cdot \sin \beta x. \end{cases}$$

1. Входное сопротивление:  $Z_{\text{вх}}^{(xx)} = -j \cdot Z_B \cdot \operatorname{ctg} \beta \ell$ , в линии стоячие – волны напряжения и тока.

**Стоячие волны** – это результат наложения падающих и отраженных волн с одинаковой амплитудой. При стоячих волнах активная мощность в любой точке линии равна нулю. При стоячих волнах пучности и узлы неподвижны и сдвинуты друг относительно друга на  $\lambda/4$ .

Построим графики для действующих значений:

$$\begin{cases} U(x) = U_2 \cdot |\cos \beta x|; \\ I(x) = \frac{U_2}{Z_B} \cdot |\sin \beta x| \end{cases}$$



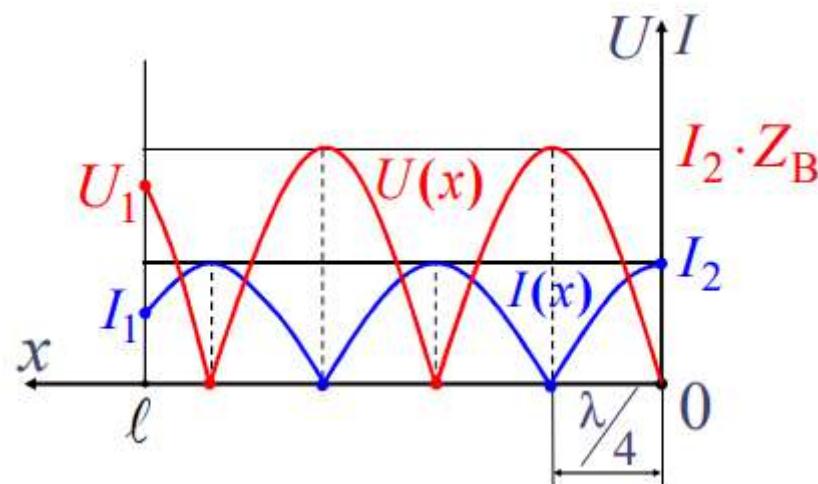
**Режим короткого замыкания**, когда  $\underline{Z}_H = 0$ ,  $\dot{U}_2 = 0$ :

$$\begin{cases} \dot{U}(x) = j \cdot Z_B \cdot \dot{I}_2 \cdot \sin \beta x; \\ \dot{I}(x) = \dot{I}_2 \cdot \cos \beta x. \end{cases}$$

Входное сопротивление  $\underline{Z}_{BX}^{(K3)} = j \cdot Z_B \cdot \operatorname{tg} \beta \ell$ .

В линии – стоячие волны.

Действующие значения:

$$\begin{cases} U(x) = Z_B \cdot I_2 \cdot |\sin \beta x|; \\ I(x) = I_2 \cdot |\cos \beta x| \end{cases}$$


## **План лекции:**

- 1.1 Волновые процессы в линиях;
- 1.2 Примеры отражения и преломления волн в узловых точках при бесконечной падающей волне с прямоугольным фронтом.

## 1.1 Волновые процессы в линиях

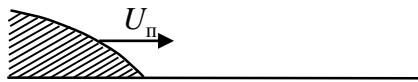


Схема распространения волны напряжения по одиночной  
линии над землей

$$v \approx \frac{c}{\sqrt{\epsilon \mu}}$$

Скорость распространения электромагнитной волны  
вдоль линии

где  $\mu$ ,  $\epsilon$ - относительные магнитная и диэлектрическая  
проницаемость среды, где распространяется ЭМВ  
 $c = 3 \cdot 10^8$  м/с - скорость света в вакууме

$$\lambda = v / f$$

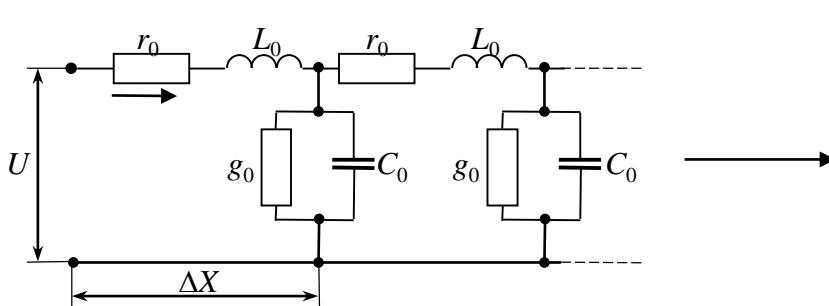
Длина волны в линии,  
где  $f$ - частота сигнала

Если  $\lambda > l$ , то линия считается электрически длинной (линия с  
распределенными параметрами)

$$t_z = \sqrt{\mu \cdot \epsilon / c}$$

время задержки передаваемого сигнала

# Схема замещения длинной линии



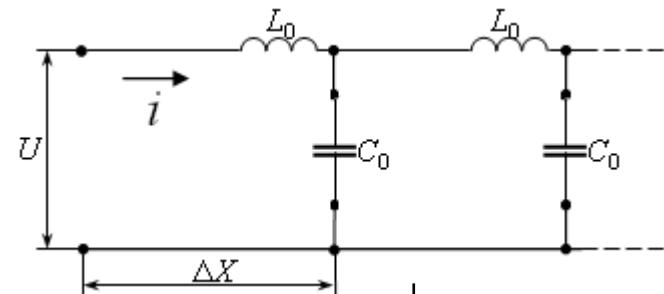
*Схема замещения одиночной линии*

$r_0$  – активное сопротивление на единицу длины линии (удельное сопротивление);

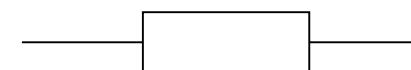
$g_0$  – активная проводимость изоляции на единицу длины линии (удельная проводимость);

$C_0$  – емкость провода на единицу длины линии (удельная емкость);

$L_0$  – индуктивность на единицу длины линии (удельная индуктивность)



*Схема замещения одиночной линии  
без потерь*



$$Z = \sqrt{L_0/C_0}$$

**Волновое сопротивление  
линии**

$$\begin{cases} -\frac{\partial U}{\partial x} = r_0 i + L_0 \frac{\partial i}{\partial t} \\ -\frac{\partial i}{\partial x} = g_0 U + C_0 \frac{\partial U}{\partial t} \end{cases}$$

**Телеграфные уравнения**

$$\begin{cases} -\frac{\partial U}{\partial x} = L_0 \frac{\partial i}{\partial t} \\ -\frac{\partial i}{\partial x} = C_0 \frac{\partial U}{\partial t} \end{cases}$$

**Телеграфные уравнения  
для линии без потерь**

Решение этой системы уравнений может быть представлено в форме бегущих волн:

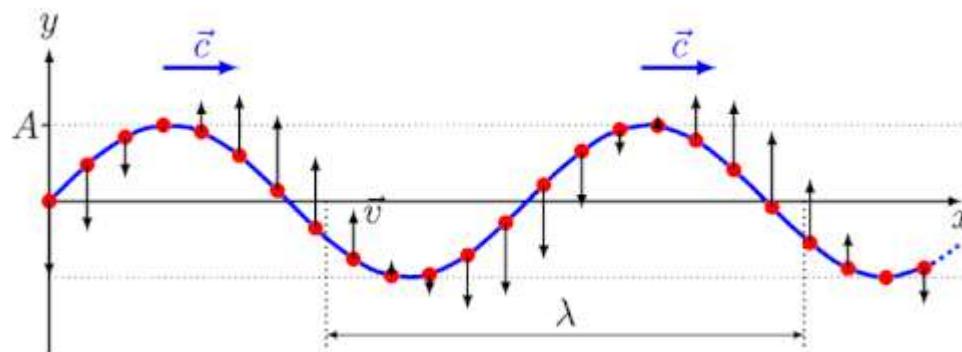
$$U = U^+ + U^- = F^+(x-vt) + F^-(x+vt),$$

$$I = i^+ + i^- = F^+(x-vt)/Z + F^-(x+vt)/Z,$$

где  $Z = \sqrt{L_0 / C_0}$  – волновое сопротивление линии без потерь;

$F^+(x-vt)$  - прямая волной (падающая волна),  
 $F^-(x+vt)$  - обратная (отраженная) волна.

Волны  $F^+(x-vt)$  и  $F^-(x+vt)$  записаны как функции пространственных координат  $(x-vt)$  и  $(x+vt)$  в заданный момент времени  $t$ .



Падающие, преломленные и отраженные волны напряжения и тока связаны следующими уравнениями:

$$U_{np} = U_{nad} + U_{omp};$$

$$I_{np} = I_{nad} + I_{omp};$$

$$I_{nad} = U_{nad}/Z_1;$$

$$I_{omp} = -U_{omp}/Z_1.$$

Знак минус означает, что движение волны в обратном направлении дает ток отрицательного (по отношению к напряжению) знака.

$$I_{np} = U_{np}/Z_2$$

Отраженная и преломленная волна связаны с падающей через коэффициенты

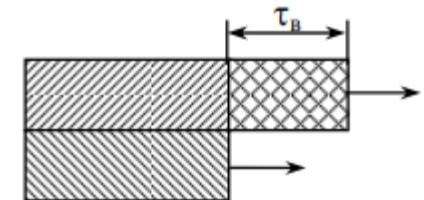
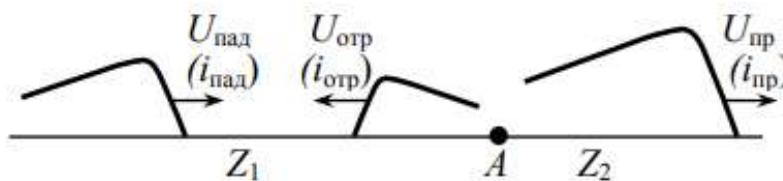
$$U_{np} = K_{np} U_{nad};$$

$$U_{omp} = K_{omp} U_{nad}$$

$K_{np} = 2Z_2/(Z_1+Z_2)$  – коэффициент преломления;  $K_{\text{пр}} = (0 \div 2)$

$K_{omp} = (Z_2 - Z_1)/(Z_1 + Z_2)$  – коэффициент отражения;  $K_{\text{отр}} = (-1 \div 1)$

$$K_{np} - K_{omp} = 1$$



Анализ волновых процессов наиболее удобно и целесообразно проводить, рассматривая движение прямоугольной волны бесконечной длительности. Это обусловлено следующим:

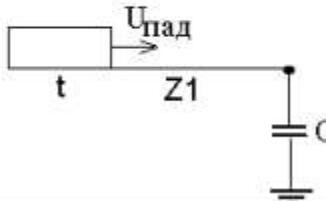
1. Распространение прямоугольной волны проще описать математически:

- фронт волны соответствует времени  $t = 0$  (начало коммутации),
- длительность импульса установившемуся режиму ( $t = \infty$ ).

2. Движение волны любой другой формы можно описать, зная закон распространения прямоугольной волны (используя интеграл Дюамеля).

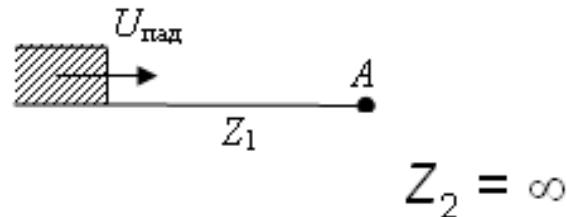
В импульсной технике имеют дело с волнами ограниченной длительности.

Их обычно представляют в виде суммы двух бесконечно длинных волн разных знаков, сдвинутых друг относительно друга на величину, равную длине короткой волны.

Схема	Напряжение в точках 1, 2	Постоянная времени
	$U_{np} = U_c = 2U_{пад}(1 - e^{-t/T})$	$T = Z_1 C$

## 1.2 Примеры отражения и преломления волн в узловых точках при бесконечной падающей волне с прямоугольным фронтом

1. Режим холостого хода, конец линии (точка А) разомкнут,  $Z_2 = \infty$ . (разрыв)



$$U_{\text{пр}} = \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2} \cdot U_{\text{пад}} = 2U_{\text{пад}}$$

≡

$$U_{\text{отр}} = \frac{(Z_2 - Z_1)}{Z_1 + Z_2} \cdot U_{\text{пад}} = U_{\text{пад}}$$

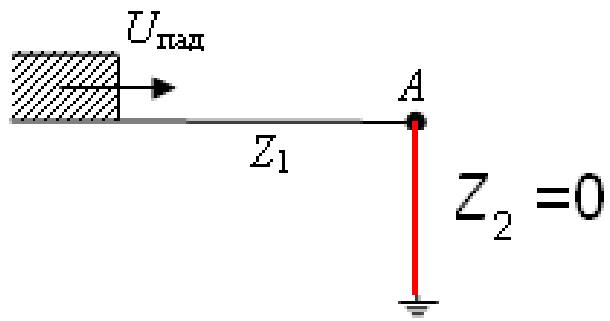
Падающая волна напряжения отражается полностью с тем же знаком и в точке А, на конце линии, напряжение удваивается.

$$i_{\text{отр}} = -\frac{U_{\text{отр}}}{Z_1} = -\frac{U_{\text{пад}}}{Z_1} = -i_{\text{пад}}$$

$$i_{\text{пр}} = \frac{U_{\text{пр}}}{Z_2} = \frac{2U_{\text{пад}}}{Z_2} = 0$$

Падающая волна тока отражается от разомкнутого конца полностью с обратным знаком и ток в линии равен нулю

**2. Режим короткого замыкания, конец линии (точка А) замкнут,  $Z_2 = 0$ . (закоротка):**



$$U_{\text{пр}} = \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2} \cdot U_{\text{пад}} = 0$$

$$U_{\text{отр}} = \frac{(Z_2 - Z_1)}{Z_1 + Z_2} \cdot U_{\text{пад}} = -U_{\text{пад}}$$

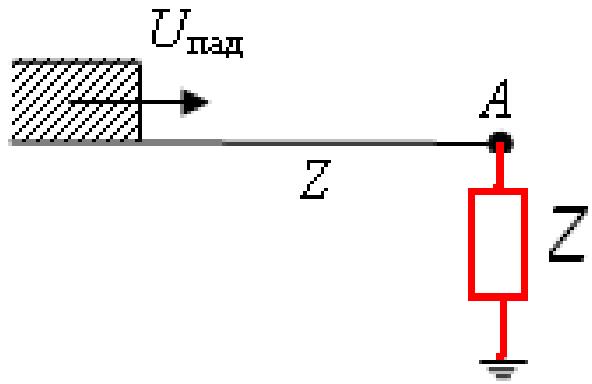
Падающая волна напряжения отражается полностью от короткозамкнутого конца линии с обратным знаком, напряжение в точке А равно нулю

$$i_{\text{отр}} = -\frac{U_{\text{отр}}}{Z_1} = \frac{U_{\text{пад}}}{Z_1} = i_{\text{пад}}$$

$$i_{\text{пр}} = i_{\text{пад}} + i_{\text{отр}} = 2i_{\text{пад}}$$

волна тока отражается с тем же знаком **ТОК В ЛИНИИ УДВАИВАЕТСЯ.**

**3. Линия в конце (точка А) согласована, т.е.  $Z_1 = Z_2 = Z$ .**



$$U_{\text{пр}} = \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2} \cdot U_{\text{пад}} = U_{\text{пад}}$$

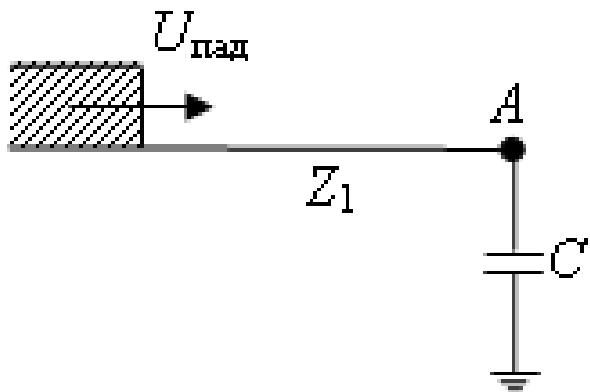
$$U_{\text{отр}} = \frac{(Z_2 - Z_1)}{Z_1 + Z_2} \cdot U_{\text{пад}} = 0$$

$$i_{\text{отр}} = -\frac{U_{\text{отр}}}{Z_1} = -\frac{0}{Z_1} = 0$$

$$i_{\text{пр}} = \frac{U_{\text{пр}}}{Z_2} = \frac{U_{\text{пад}}}{Z_2} = i_{\text{пад}}$$

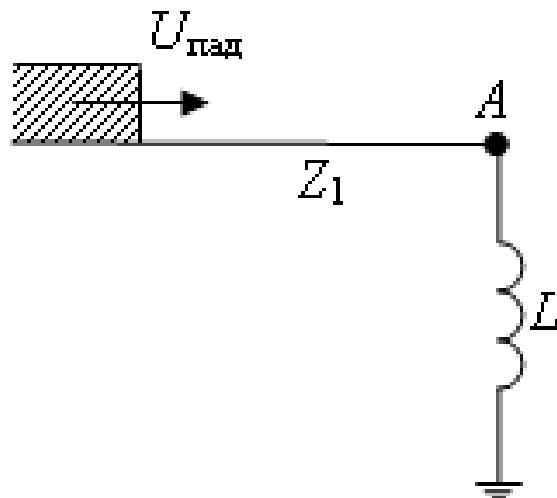
В этом случае падающие волны напряжения и тока не испытывают отражений и преломлений при падении на согласованное  $Z$ .

**4. Линия в конце (т. А) подключена на емкость  $Z_2 = 1/\omega C$ .**



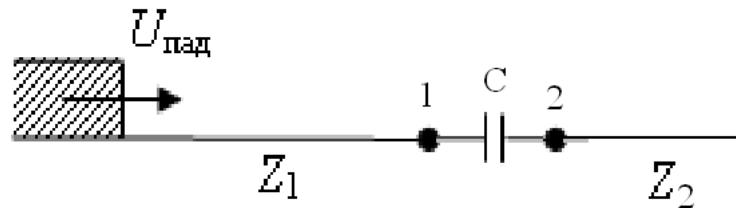
$$U_{\text{пр}} = U_C = 2U_{\text{пад}} \cdot \left( 1 - e^{-\frac{t}{Z_1 C}} \right)$$

**5. Линия в конце (т. А) подключена на индуктивность  $Z_2 = \omega L$ .**



$$U_L = 2U_{\text{пад}} \cdot e^{-\frac{Z_1 t}{L}}$$

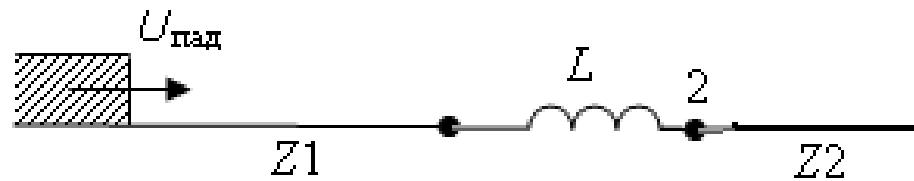
## 6. Волна проходит через емкость C.



$$U_1 = 2U_{\text{пад}} - \frac{2U_{\text{пад}}Z_1}{Z_1 + Z_2} \cdot e^{-\frac{t}{(Z_1+Z_2)C}}$$

$$U_2 = \frac{2U_{\text{пад}}Z_2}{Z_1 + Z_2} \cdot e^{-\frac{t}{(Z_1+Z_2)C}}$$

## 7. Волна проходит через индуктивность L.



$$U_1 = \frac{2U_{\text{пад}}}{Z_1 + Z_2} \cdot (Z_2 + Z_1 e^{-\frac{t}{T}})$$

$$U_2 = \frac{2U_{\text{пад}}Z_2}{Z_1 + Z_2} \cdot (1 - e^{-\frac{t}{T}})$$

$$T = \frac{L}{Z_1 + Z_2} \quad T - \text{постоянная времени}$$

## **План лекции:**

- 1.1 Переходные процессы в однородных линиях без потерь;
- 1.2 Включение однородной линии без потерь на постоянное напряжение.

## 1.1 Переходные процессы в однородных линиях без потерь

Переходные процессы в линиях возникают:

- при включении и отключении источников и нагрузки;
- при обрывах проводов и коротких замыканиях;
- при грозовых разрядах;
- при прохождении импульсов в линиях связи.

У большинства линий  $R_0 \ll \omega L_0$ ,  $G_0 \ll \omega C_0$ ,

поэтому ограничимся рассмотрением линий без потерь, у которых

$$R_0 \approx 0, G_0 \approx 0.$$

Основные уравнения при отсчете  $x$  от начала линии:

$$-\frac{\partial u(x,t)}{\partial x} = L_0 \cdot \frac{\partial i(x,t)}{\partial t};$$

$$-\frac{\partial i(x,t)}{\partial x} = C_0 \cdot \frac{\partial u(x,t)}{\partial t}.$$

Продифференцируем эти уравнения по  $x$  и  $t$ , тогда, при скорости перемещения волн

$$v = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}}, \text{ км/с},$$

после преобразований получаем следующие уравнения для напряжения  $u(x, t)$  и тока  $i(x, t)$  переходного процесса в линии:

$$\frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2};$$

$$\frac{\partial^2 i(x, t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 i(x, t)}{\partial t^2}.$$

$$u(x, t) = f_1\left(t - \frac{x}{v}\right) + f_2\left(t + \frac{x}{v}\right) = u_{\text{пад}}(x, t) + u_{\text{отр}}(x, t).$$

$$i(x, t) = \Phi_1\left(t - \frac{x}{v}\right) + \Phi_2\left(t + \frac{x}{v}\right) = i_{\text{пад}}(x, t) + i_{\text{отр}}(x, t).$$

$$i_{\text{пад}}(x, t) = \frac{u_{\text{пад}}(x, t)}{Z_{\text{в}}};$$

$$i_{\text{отр}}(x, t) = -\frac{u_{\text{отр}}(x, t)}{Z_{\text{в}}},$$

Вид функций  $f_1$ ,  $f_2$ ,  $\phi_1$ ,  $\phi_2$  определяется граничными условиями, т.е. входным напряжением и нагрузкой, причем эти функции должны быть дважды дифференцируемыми по  $x$  и  $t$ .

Так, при включении линии к источнику напряжения:  $u_1(t) = U_m \sin(\omega t + \alpha)$  имеем, при замене  $t$  на  $(t - x/v)$ ,

$$u_{\text{пад}}(x, t) = f_1(t - x/v) = U_m \sin[\omega(t - x/v) + \alpha],$$

Тогда

$$i_{\text{пад}}(x, t) = \phi_1(t - x/v) = \frac{U_m}{Z_B} \sin[\omega(t - x/v) + \alpha].$$

Падающие волны  $u_{\text{пад}}(x, t)$  и  $i_{\text{пад}}(x, t)$  перемещаются со скоростью  $v$  от начала линии в сторону увеличения координаты  $x$ .

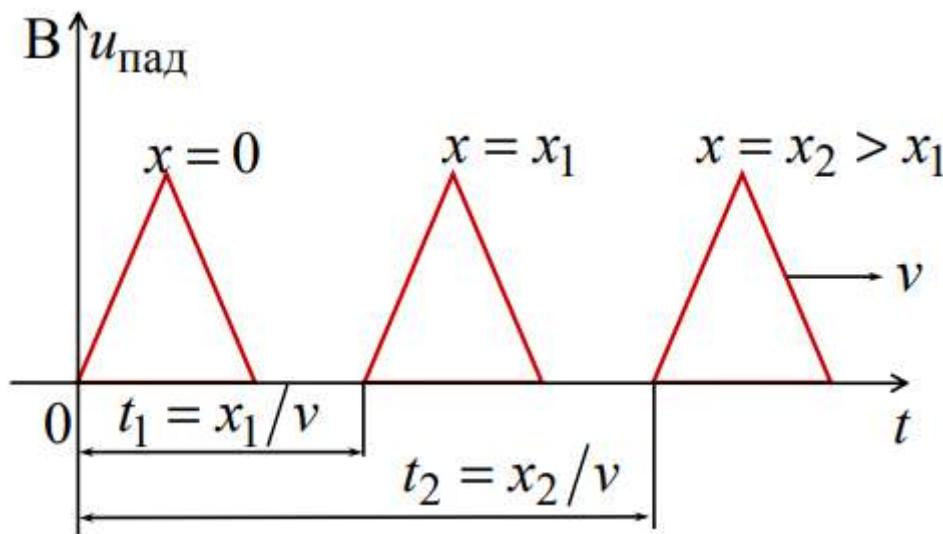
Отраженные волны  $u_{\text{отр}}(x, t)$  и  $i_{\text{отр}}(x, t)$  перемещаются со скоростью  $v$  от конца линии в сторону уменьшения координаты  $x$ .

Если  $u_{\text{пад}}(x_1, t_1) = f_1\left(t_1 - \frac{x_1}{v}\right)$ , то при  $t_2 = t_1 + \frac{x_2 - x_1}{v} > t_1$  и  $x_2 > x_1$

получаем падающую волну напряжения:

$$u_{\text{пад}}(x_2, t_2) = f_1\left(t_2 - \frac{x_2}{v}\right) = f_1\left(t_1 - \frac{x_1}{v}\right).$$

При любом законе изменения во времени падающей волны напряжения и тока в начале линии по такому же закону, но с опозданием во времени изменится падающая волна напряжения и тока в любой точке линии.

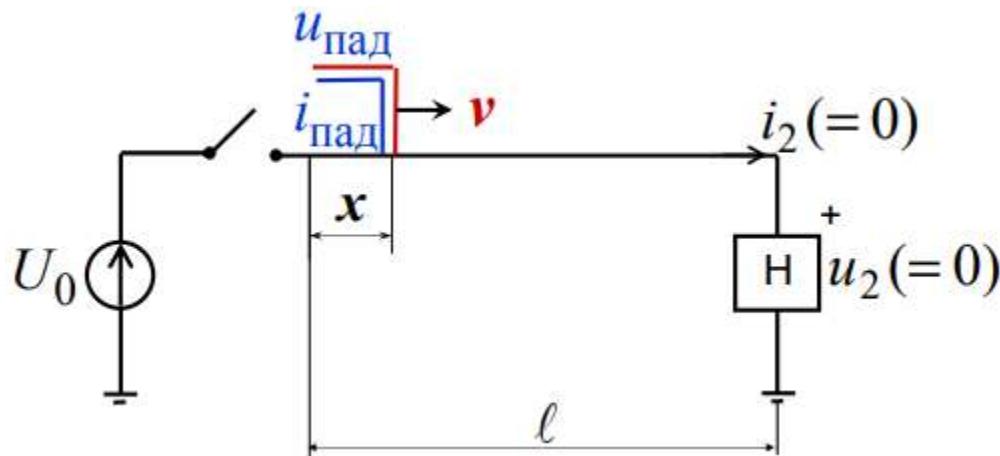


Таким же образом изменяются отраженные волны напряжения и тока, но с опозданием во времени относительно конца линии.

## 1.2 Включение однородной линии без потерь на постоянное напряжение

После замыкания ключа по линии начнут перемещаться падающие волны напряжения и тока с прямоугольным фронтом и со скоростью

$$v = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}}.$$



Падающие волны:

а) напряжения  $u_{\text{пад}} = U_0$ ;

б) тока  $i_{\text{пад}} = \frac{u_{\text{пад}}}{Z_{\text{в}}} = \frac{U_0}{Z_{\text{в}}}$ , где  $Z_{\text{в}} = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}}$ , Ом, волновое R.

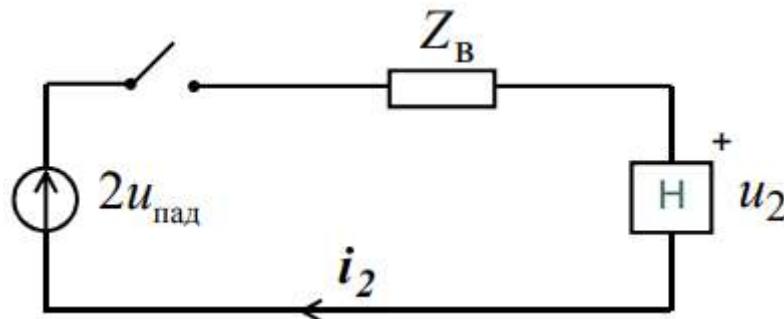
Когда падающие волны достигнут конца линии, то появляются отраженные волны, которые определяются характером нагрузки. Так как для любой точки линии напряжение и ток равны сумме падающей и отраженной волн, тогда и для нагрузки (н) имеем ( $x = \ell$ ):

$$\begin{cases} u_2 = u_{\text{пад}} + u_{\text{отр}}; \\ i_2 = i_{\text{пад}} + i_{\text{отр}}. \end{cases}$$

Напряжение  $u_2$  и ток  $i_2$  появляются в нагрузке только после прихода падающих волн  $u_{\text{пад}}$  и  $i_{\text{пад}}$ .

$$\begin{cases} u_2 = u_{\text{пад}} + u_{\text{отр}}; \\ i_2 Z_B = u_{\text{пад}} - u_{\text{отр}}. \end{cases}$$

Уравнению соответствует расчетная схема, которая используется для определения  $i_2(t)$  и  $u_2(t)$  после прихода в нагрузку падающих волн.



За начало переходного процесса в нагрузке ( $t = 0$ ) принимается момент прихода туда падающих волн.

Переходный процесс в нагрузке может быть рассчитан классическим или операторным методом при нулевых начальных условиях.

Затем определяются отраженные волны:

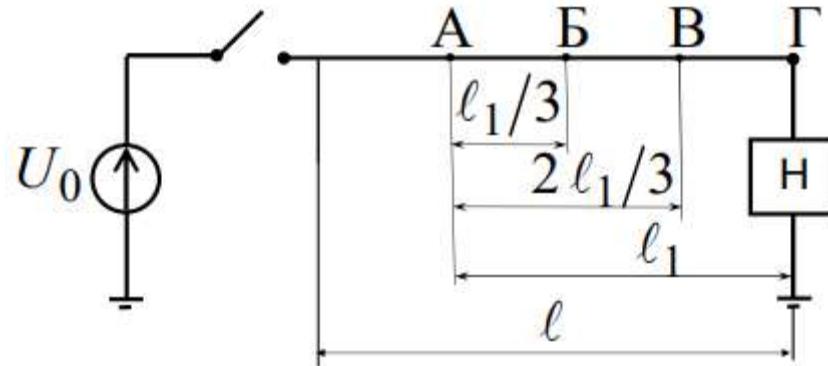
$$i_{\text{отр}}(t) = -\frac{u_{\text{отр}}(t)}{Z_{\text{в}}} ;$$

$$u_{\text{отр}}(t) = u_2(t) - u_{\text{пад}}(t).$$

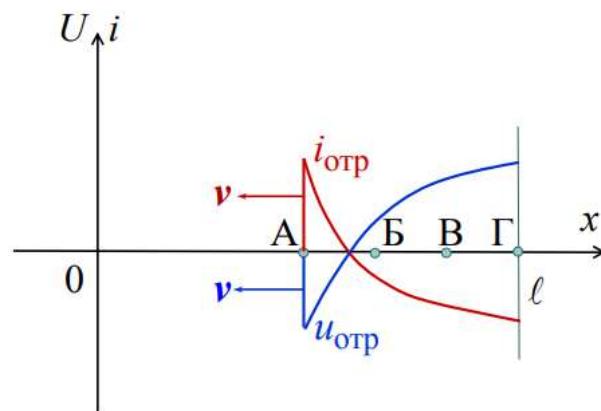
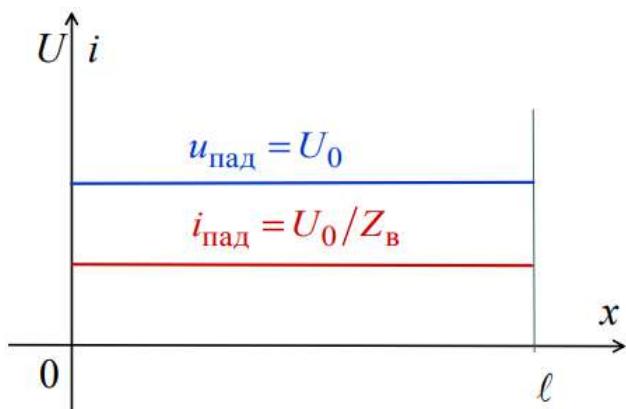
Рассчитываем распределение напряжения и тока для момента времени

$$t = t_0 = \frac{\ell + \ell_1}{v},$$

где  $\ell_1$  – расстояние от нагрузки, которое прошли отраженные волны. При этом используем, что в каждой точке линии напряжение и ток равны сумме падающих и отраженных волн, которые запаздывают во времени относительно соответственно начала и конца линии.



	A	Б	В	Г
$t, \text{ с}$	$t_A = 0$	$t_B = \frac{l_1}{3v}$	$t_B = \frac{2l_1}{3v}$	$t_\Gamma = \frac{l_1}{v}$
$u_{\text{отр}}, \text{ В}$	$u_{\text{отр}}(t_A)$	$u_{\text{отр}}(t_B)$	$u_{\text{отр}}(t_B)$	$u_{\text{отр}}(t_\Gamma)$
$i_{\text{отр}}, \text{ А}$	$i_{\text{отр}}(t_A)$	$i_{\text{отр}}(t_B)$	$i_{\text{отр}}(t_B)$	$i_{\text{отр}}(t_\Gamma)$
$u(x, t_0), \text{ В}$	$u_2(t_A)$	$u_2(t_B)$	$u_2(t_B)$	$u_2(t_\Gamma)$
$i(x, t_0), \text{ А}$	$i_2(t_A)$	$i_2(t_B)$	$i_2(t_B)$	$i_2(t_\Gamma)$



## **План лекции:**

- 1.1 Отражение и преломление волн в однородных линиях без потерь;
- 1.2 Метод переменных состояния.

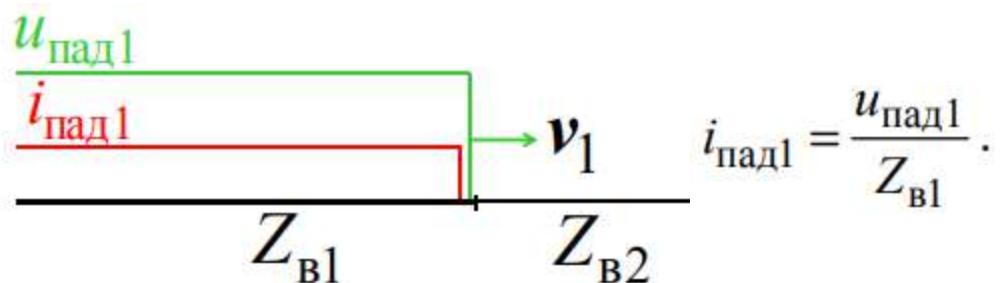
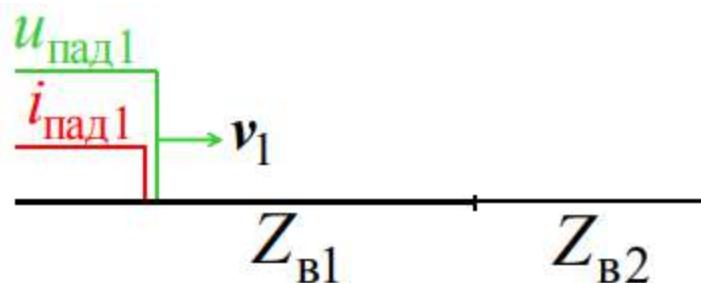
## 1.1 Отражение и преломление волн в однородных линиях без потерь

Отражение и преломление волн происходит в местах неоднородностей, которыми являются нагрузка и другие линии с другими волновыми сопротивлениями. При этом используются коэффициенты отражения и преломления:

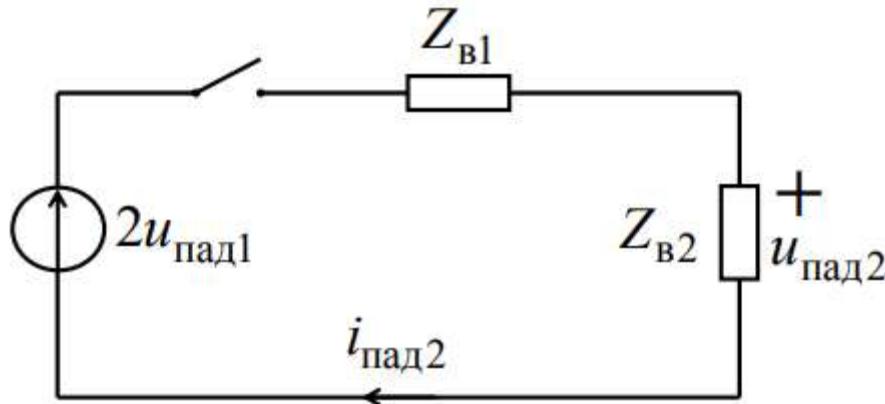
а) коэффициенты отражения  $K_u = -K_i = \frac{u_{\text{отр}1}}{u_{\text{пад}1}}$ ;

б) коэффициенты преломления  $n_u = \frac{u_{\text{пад}2}}{u_{\text{пад}1}}$  и  $n_i = \frac{i_{\text{пад}2}}{i_{\text{пад}1}}$ .

1. Переход волн с одной линии ( $Z_{B1}$ ) на другую линию ( $Z_{B2}$ ):



Расчетная схема:



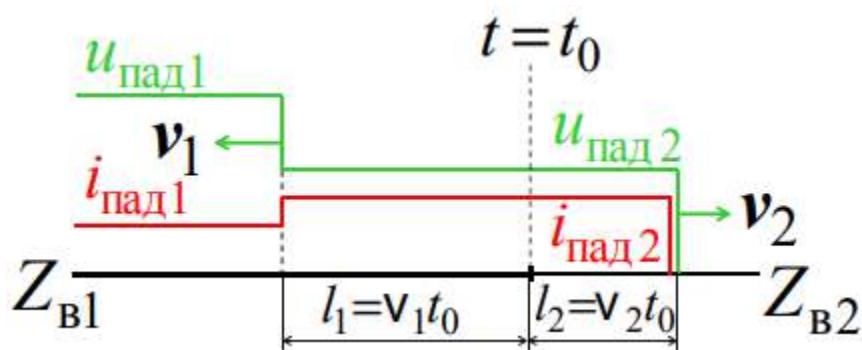
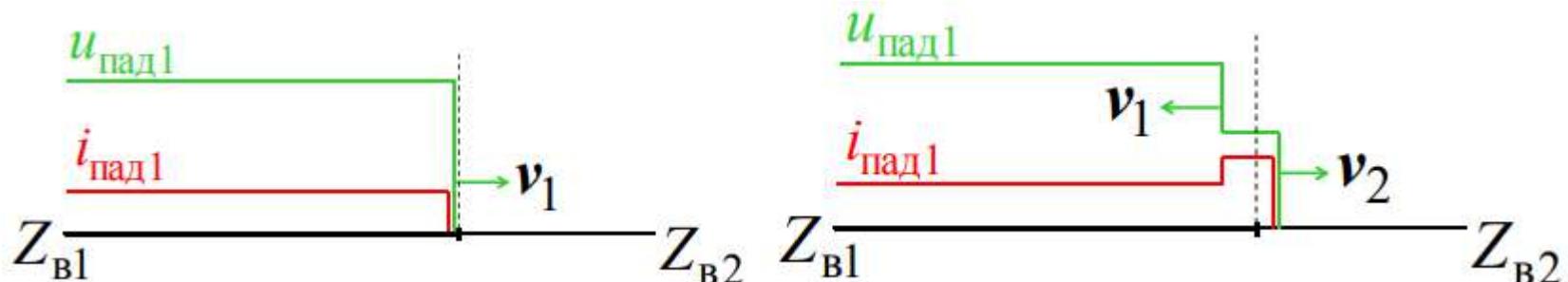
Определяем:

$$i_{\text{пад}2} = \frac{2u_{\text{пад}1}}{Z_{\text{в}1} + Z_{\text{в}2}}; \quad u_{\text{пад}2} = Z_{\text{в}2} \cdot i_{\text{пад}2};$$

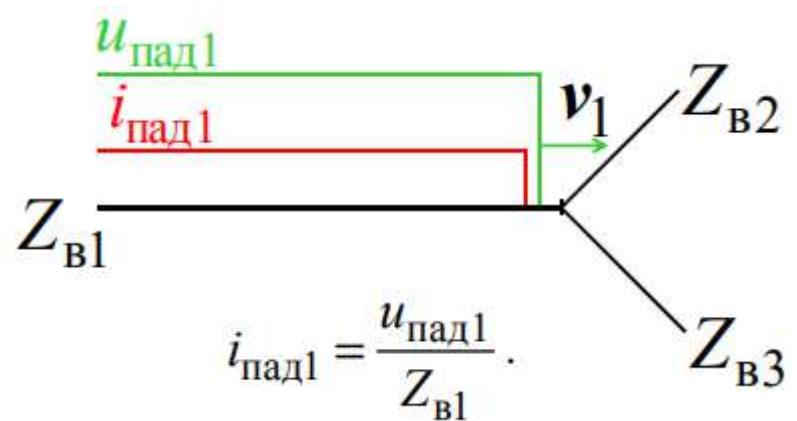
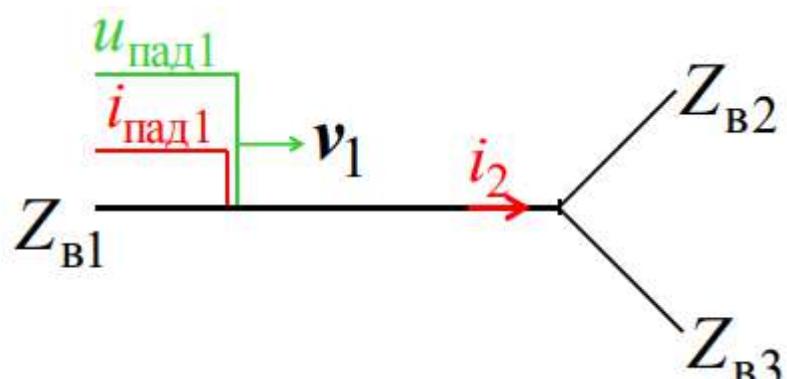
$$u_{\text{отр}1} = u_{\text{пад}2} - u_{\text{пад}1}; \quad i_{\text{отр}1} = -\frac{u_{\text{отр}1}}{Z_{\text{в}1}};$$

$$K_u = -K_i = \frac{Z_{\text{в}2} - Z_{\text{в}1}}{Z_{\text{в}1} + Z_{\text{в}2}}; \quad n_u = \frac{2Z_{\text{в}2}}{Z_{\text{в}1} + Z_{\text{в}2}}; \quad n_i = \frac{2Z_{\text{в}1}}{Z_{\text{в}1} + Z_{\text{в}2}}.$$

Если  $Z_{\text{в1}} = 2Z_{\text{в2}}$ , то  $K_u = -K_i = -\frac{1}{3}$ ;  $n_u = \frac{2}{3}$ ;  $n_i = \frac{4}{3}$ .

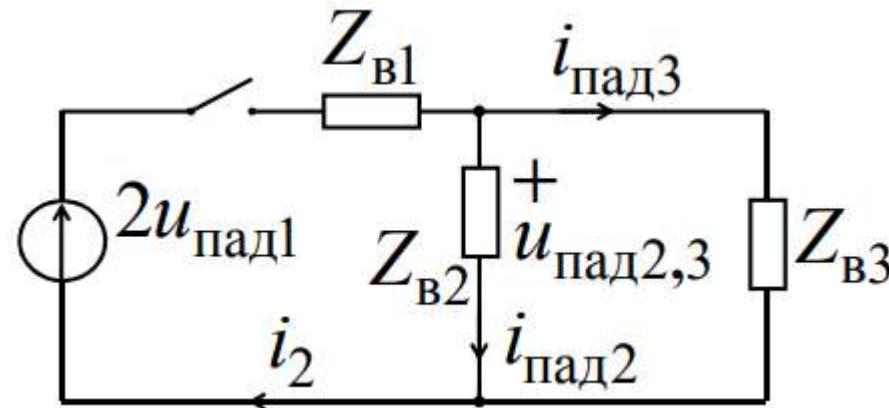


2. Переход волн с одной линии ( $Z_{\text{в1}}$ ) на две другие линии ( $Z_{\text{в2}}$  и  $Z_{\text{в3}}$ ):



$$i_{\text{пад1}} = \frac{u_{\text{пад1}}}{Z_{\text{в1}}}.$$

Расчетная схема:



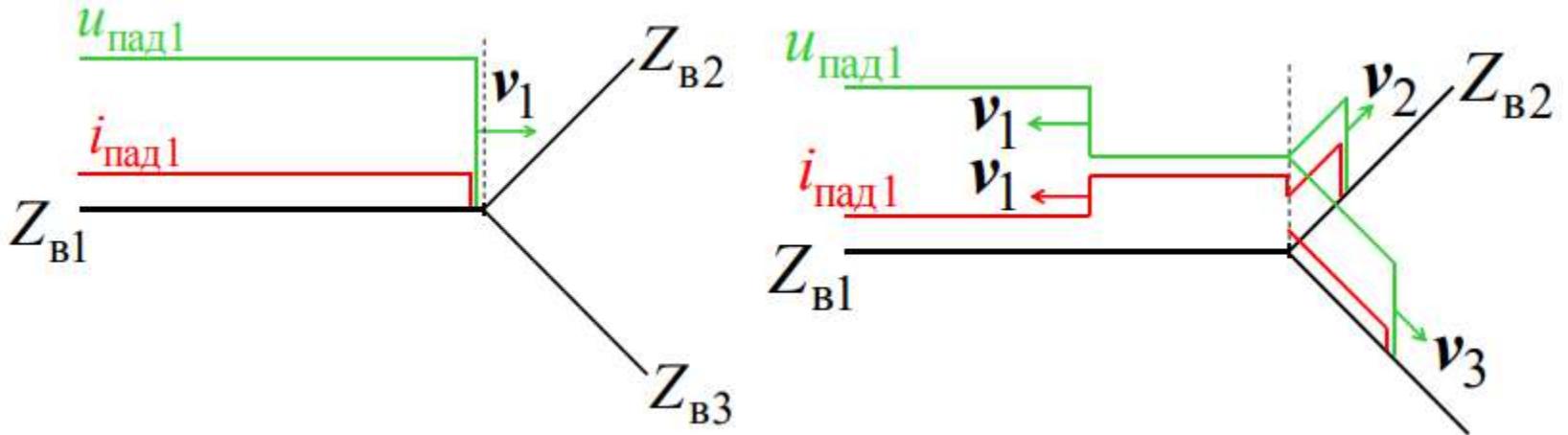
Определяем:

$$i_2 = \frac{2u_{\text{пад}1}}{Z_{B1} + \frac{Z_{B2}Z_{B3}}{Z_{B2} + Z_{B3}}}; \quad i_{\text{пад}2} = i_2 \cdot \frac{Z_{B3}}{Z_{B2} + Z_{B3}};$$

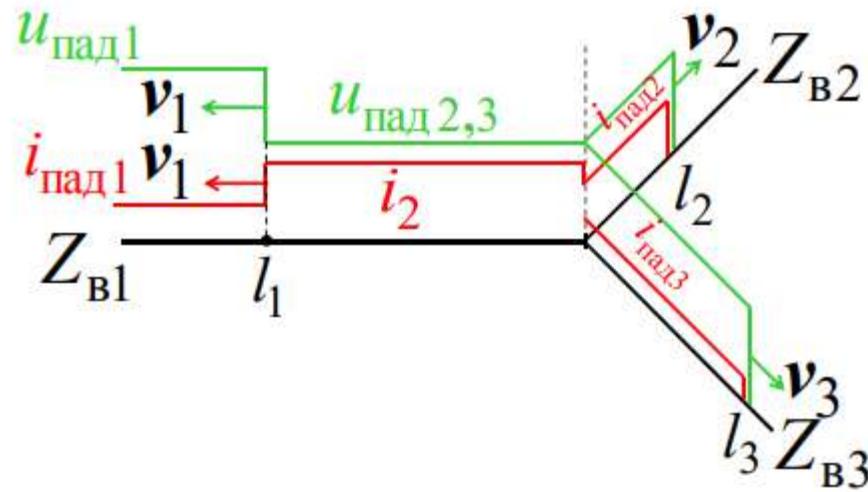
$$i_{\text{пад}3} = i_2 \cdot \frac{Z_{B2}}{Z_{B2} + Z_{B3}}; \quad u_{\text{пад}2,3} = i_{\text{пад}2} \cdot Z_{B2}.$$

Если  $Z_{B1} > Z_{B3} > Z_{B2}$ ,  $v_1 > v_3 > v_2$ ,  $l_1 > l_3 > l_2$ ,

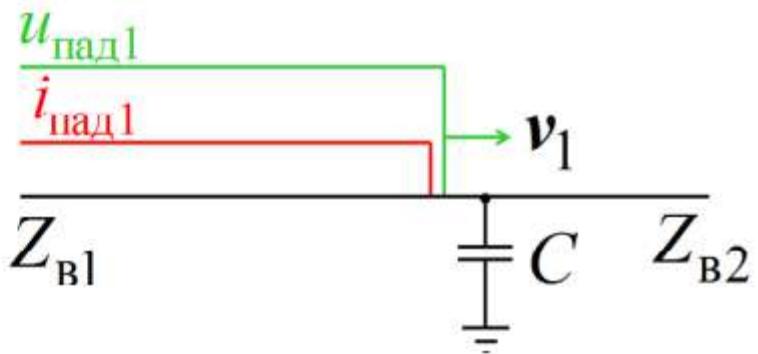
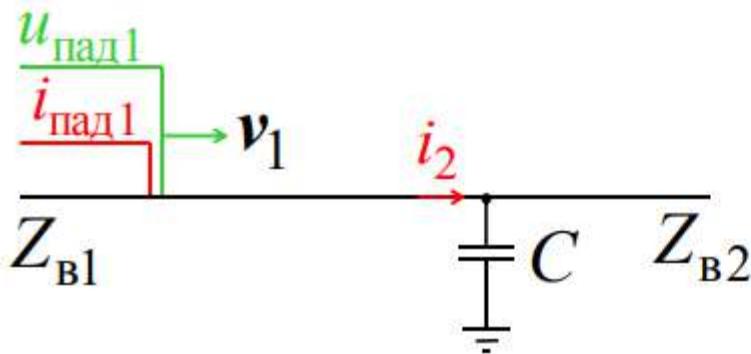
То при  $i_{\text{пад}2} > i_{\text{пад}3}$  получаем график:



$$t = t_0; \quad l_1 = v_1 \cdot t_0; \quad l_2 = v_2 \cdot t_0; \quad l_3 = v_3 \cdot t_0$$

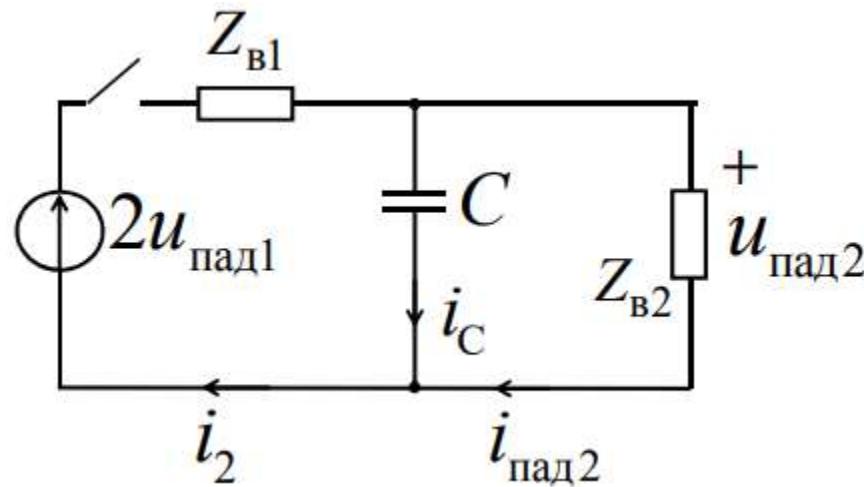


3. Переход волн с одной линии ( $Z_{B1}$ ) на другую линию ( $Z_{B2}$ ), если в месте стыка линий параллельно включен конденсатор с емкостью  $C$ :



$$i_{\text{пад}1} = \frac{u_{\text{пад}1}}{Z_{\text{в}1}}.$$

Расчетная схема



Переходный процесс рассчитывается классическим или операторным методом при нулевых начальных условиях.

Расчетное время:

а) для линии с  $Z_{B1}$   $t_A = X_A/v_1$ ;

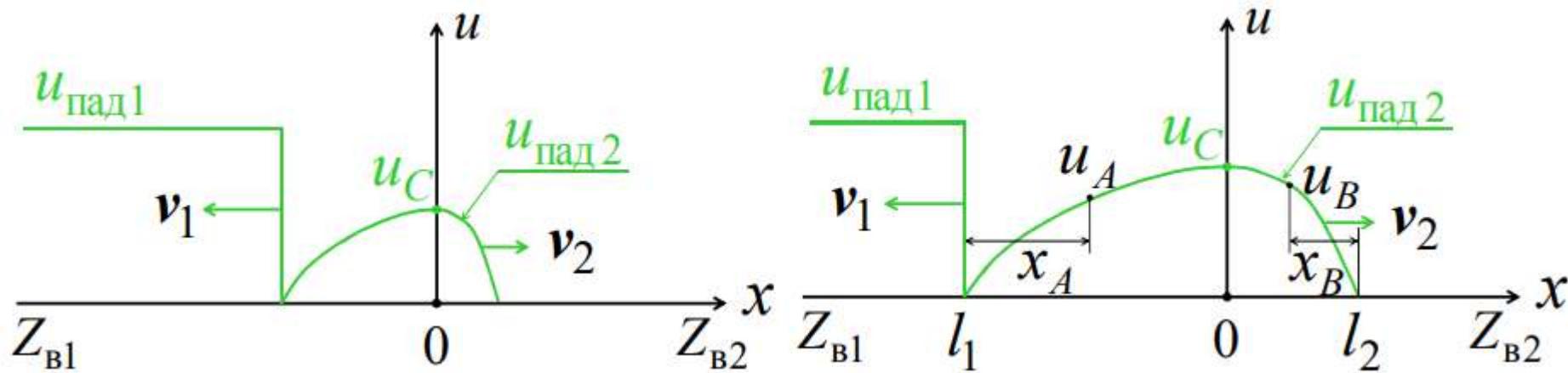
б) для линии с  $Z_{B2}$   $t_B = X_B/v_2$ .

Изменяя  $X_A$  и  $X_B$ , рассчитываем распределения напряжения и тока в линиях:

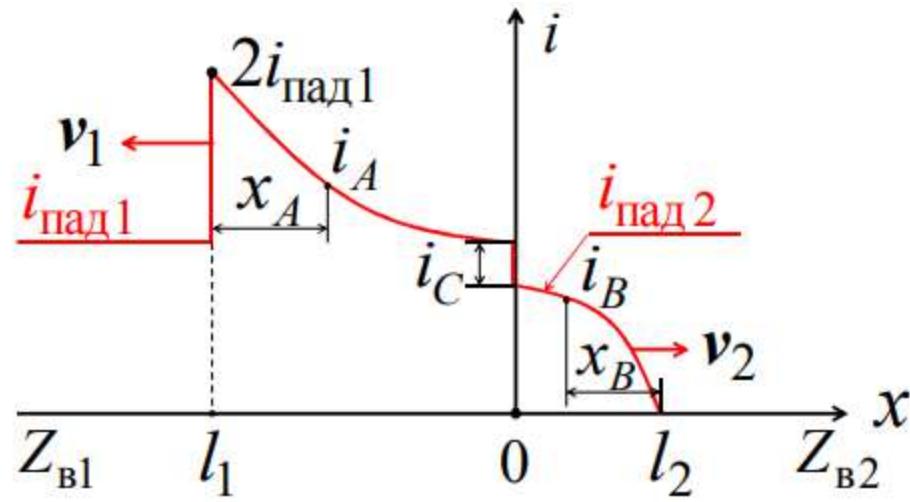
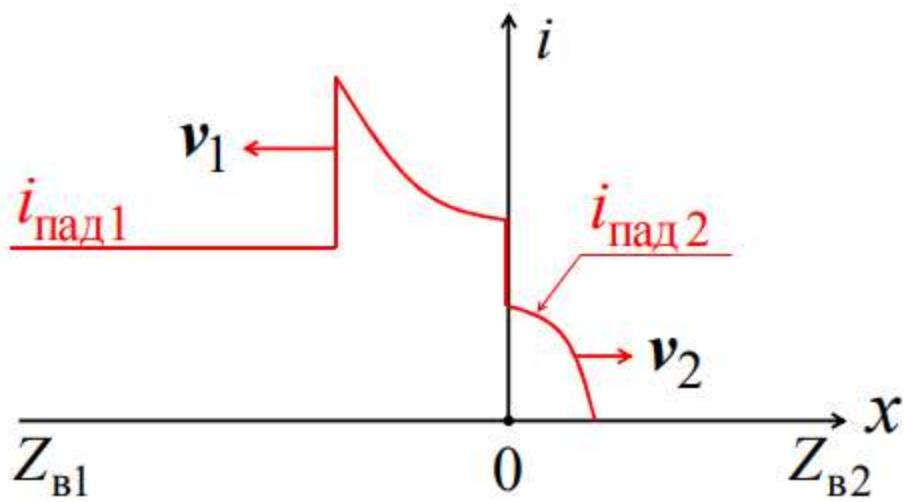
а) в линии с  $Z_{B1}$   $u_A = u_2(t_A) = u_{\text{пад}2}(t_A)$ ;  $i_A = i_2(t_A)$ ;

б) в линии с  $Z_{B2}$   $u_B = u_{\text{пад}2}(t_B)$ ;  $i_B = i_{\text{пад}2}(t_B)$ .

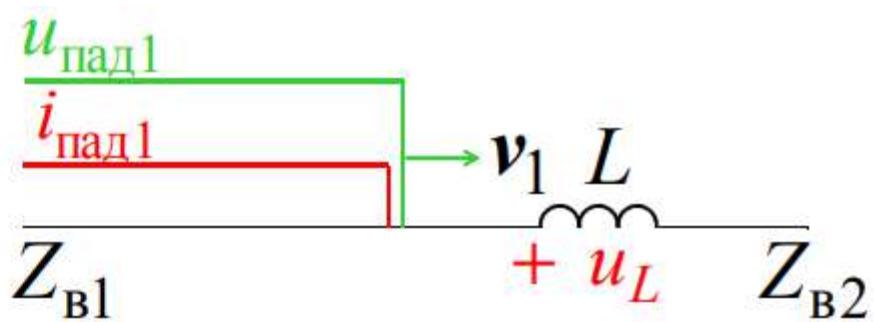
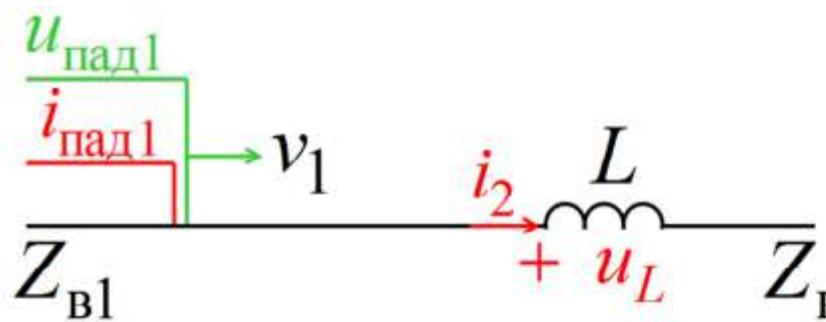
Строим графики для  $t = t_0$ , когда  $l_1 = v_1 \cdot t_0$  и  $l_2 = v_2 \cdot t_0$ .



Такое включение емкости используется для сглаживания фронтов  $u_{\text{пад}2}$  и  $i_{\text{пад}2}$  в линии с  $Z_{B2}$ .

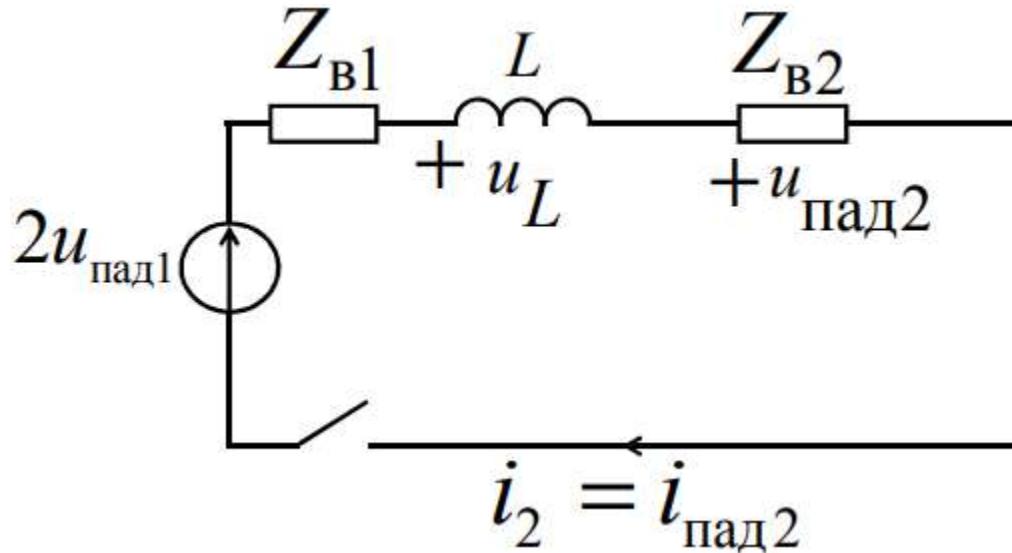


4. Переход волн с одной линии ( $Z_{\text{в1}}$ ) на другую линию ( $Z_{\text{в2}}$ ), если в местестыка линий последовательно включена катушка с индуктивностью  $L$ :



$$i_{\text{пад1}} = \frac{u_{\text{пад1}}}{Z_{\text{в1}}}.$$

Расчетная схема:



Переходный процесс рассчитывается классическим или операторным методом при нулевых начальных условиях.

Расчетное время:

a) для линии с  $Z_{\text{в}1}$   $t_A = X_A / v_1$ ;

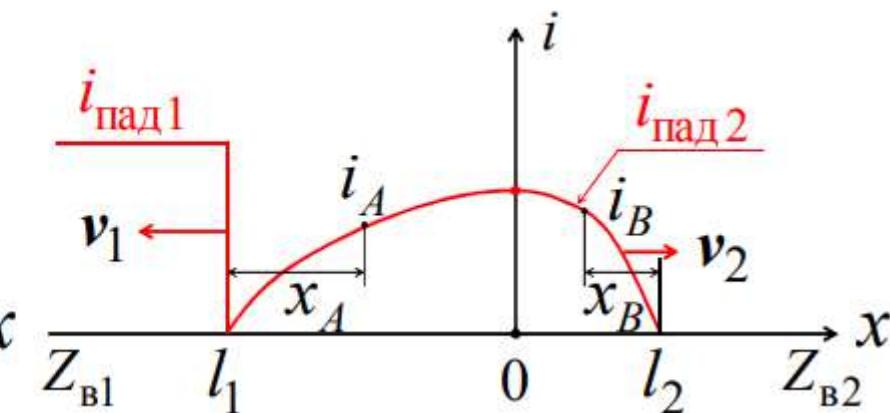
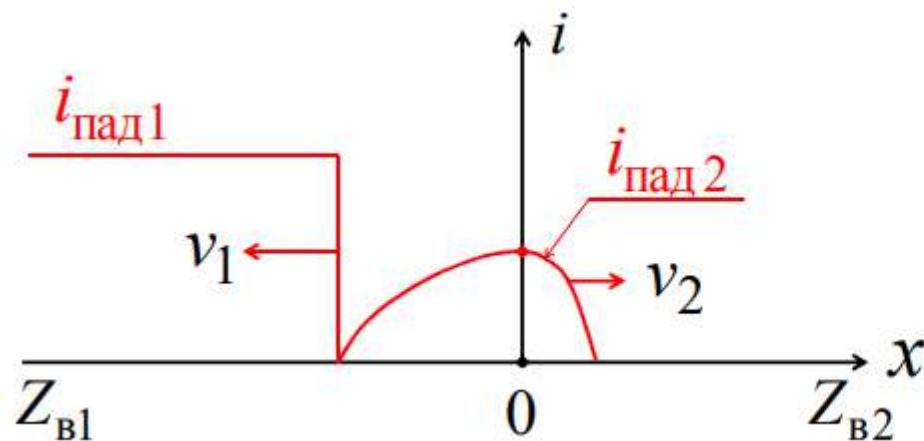
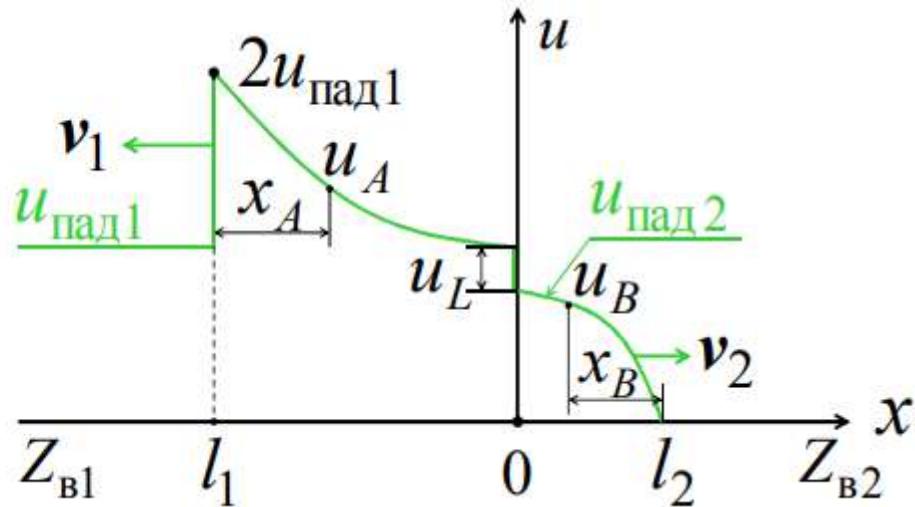
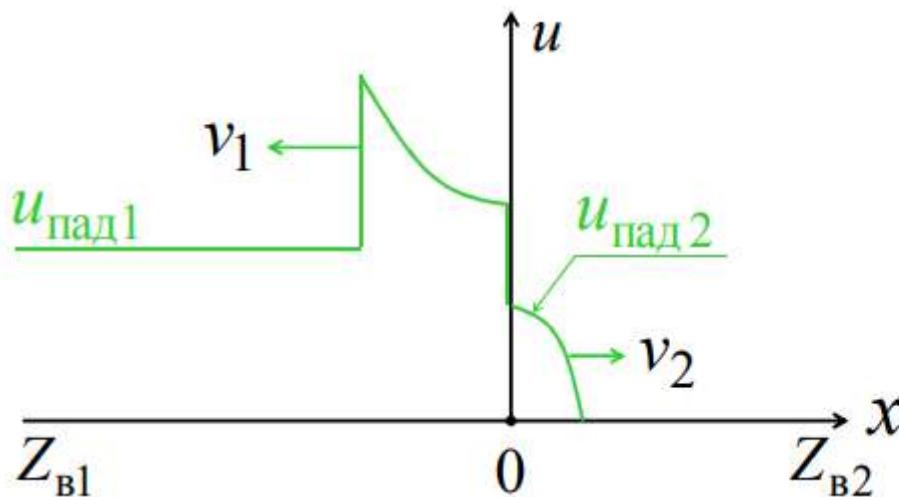
б) для линии с  $Z_{\text{в}2}$   $t_B = X_B / v_2$ .

Изменяя  $X_A$  и  $X_B$ , рассчитываем распределения напряжения и тока в линиях:

а) в линии с  $Z_{\text{в}1}$   $u_A = u_2(t_A)$ ;  $i_A = i_2(t_A)$ ;

б) в линии с  $Z_{B2}$   $u_B = u_{\text{пад}2}(t_B)$ ;  $i_B = i_{\text{пад}2}(t_B)$ .

Строим графики для  $t = t_0$ , когда  $l_1 = v_1 \cdot t_0$  и  $l_2 = v_2 \cdot t_0$ .



Такое включение индуктивности используется для сглаживания фронтов  $u_{\text{пад}2}$  и  $i_{\text{пад}2}$  в линии с  $Z_{B2}$ .

# **Контрольные вопросы**

1. Что называется установившимся гармоническим режимом в линии с распределёнными параметрами?
2. Какие уравнения описывают напряжение и ток в однородной линии в установившемся гармоническом режиме?
3. Как интерпретировать волновое сопротивление однородной линии? От чего оно зависит?
4. Каков физический смысл бегущей волны в линии передачи? В чём отличие между прямой и отражённой волной?
5. Какова связь между напряжением и током в бегущей волне в идеальной линии?
6. Объясните явление отражения волны на конце линии. Что такое коэффициенты отражения и прохождения?
7. Каковы граничные условия на концах однородной линии при заданных гармонических источниках?
8. Что происходит с формой волны при наличии отражений на концах линии?
9. В каком случае возникает стоячая волна в линии и каковы её характеристики?
10. Какие условия должны выполняться, чтобы линия считалась линией без искажений?
11. Почему важны условия отсутствия искажений при передаче сигналов по длинной линии?
12. Какие параметры однородной линии можно считать нулевыми в идеализированной без потерь линии?

## Список литературы

1. Теоретические основы электротехники [Текст]: учебник для студентов вузов энергетических и электротехнических специальностей / А. Н. Горбу-нов [и др.] ; под ред. А. В. Кравцова, 2022. - 412 с.
2. Электротехника и электроника [Текст]: учебник для студентов вузов энергетических и электротехнических специальностей / А. Н. Горбунов [и др.] ; под ред. А. В. Кравцова, 2022. - 614 с.
3. Бессонов, Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи [Текст] : учебник для студентов вузов, аспирантов, обучающихся по направлению подготовки "Электротехника, электромеханика и электротехнологии", "Электроэнергетика", "Приборостроение" / Л. А. Бессонов, 2023. - 701 с.
4. Бессонов, Л.А. Теоретические основы электротехники. Электромагнитное поле [Текст] : Учебник для студентов вузов, обучающихся по направлениям "Электротехника", "Электротехнологии", "Электромеханика" и "Приборостроение" / Л.А. Бессонов, 2023. - 316 с.
5. Ждановская Г. В. Электрооборудование технологических установок отрасли [Текст]. Ч. 1: Теоретические основы электротехники, 2023. - 414 с.
6. Ibrayev, A.T. Theoretical basics of electrical engineering [Текст]: textbook for is students of technical specialty / A. T. Ibrayev, 2016. - 298 p.
7. Бессонов, Л.А. Теоретические основы электротехники. Электромагнитное поле [Текст]: Электронный ресурс]: учебник / Л. А. Бессонов, 2016. - 317 с.
8. Бессонов, Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи [Электронный ресурс] : учебник / Л. А. Бессонов, 2016. - 701 с.
9. Теоретические основы электротехники : учебник / А. Д. Мехтиев [и др.]; Кафедра "Энергетические системы". - Караганда : Караганда : КарГТУ, 2017
10. Johnson, Don. Fundamentals of Electrical Engineering I [Электронный ресурс] / Don Johnson, 2017. - 334/1 с.
11. Кузнецов Э. В. Электротехника и электроника [Текст]: учебник и практикум для академического бакалавриата. Т. 1: Электрические и магнитные цепи: учебник и практикум для студентов, 2019. - 255 с.
12. Основы электроники: учебник / А. В. Таранов [и др.] ; М-во образования и науки РК, Карагандинский государственный технический университет, Кафедра "Энергетические системы". - Караганда : Караганда : КарГТУ, 2019. - 160 с.
13. Basics of Electronics : tutorial / A. V. Taranov [et al.] ; Karaganda state technical university. - Karaganda : KSTU Publishing House, 2020. - 148 p.

**Спасибо за внимание!**

**Желаю успехов в изучении данного онлайн-курса!**