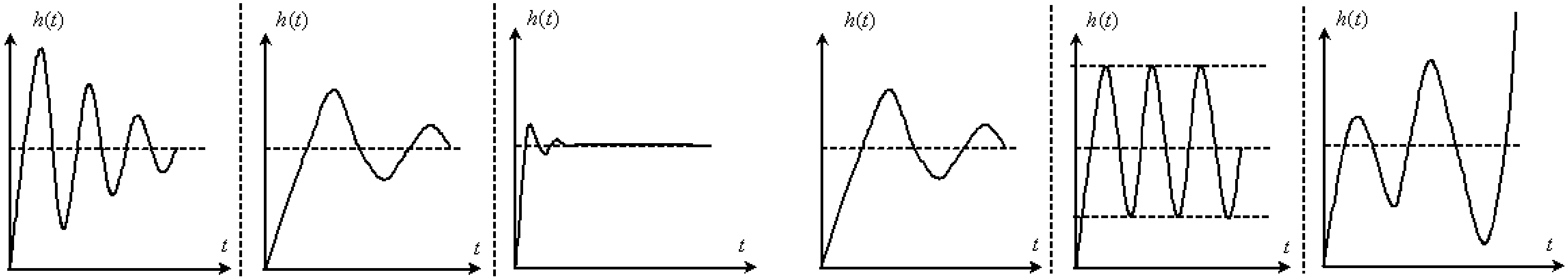
ТОЭ 2 | Теоретические основы электротехники 2



Лекция 3

Переходные процессы в линейных электрических цепях

Для студентов образовательной программы «Электроэнергетика»

Таранов Александр Викторович

кандидат технических наук,

Доцент кафедры «Энергетические системы»

План лекции:

1.1 Переходные процессы в простейших цепях. Нулевые начальные условия;

1.2 Законы коммутации;

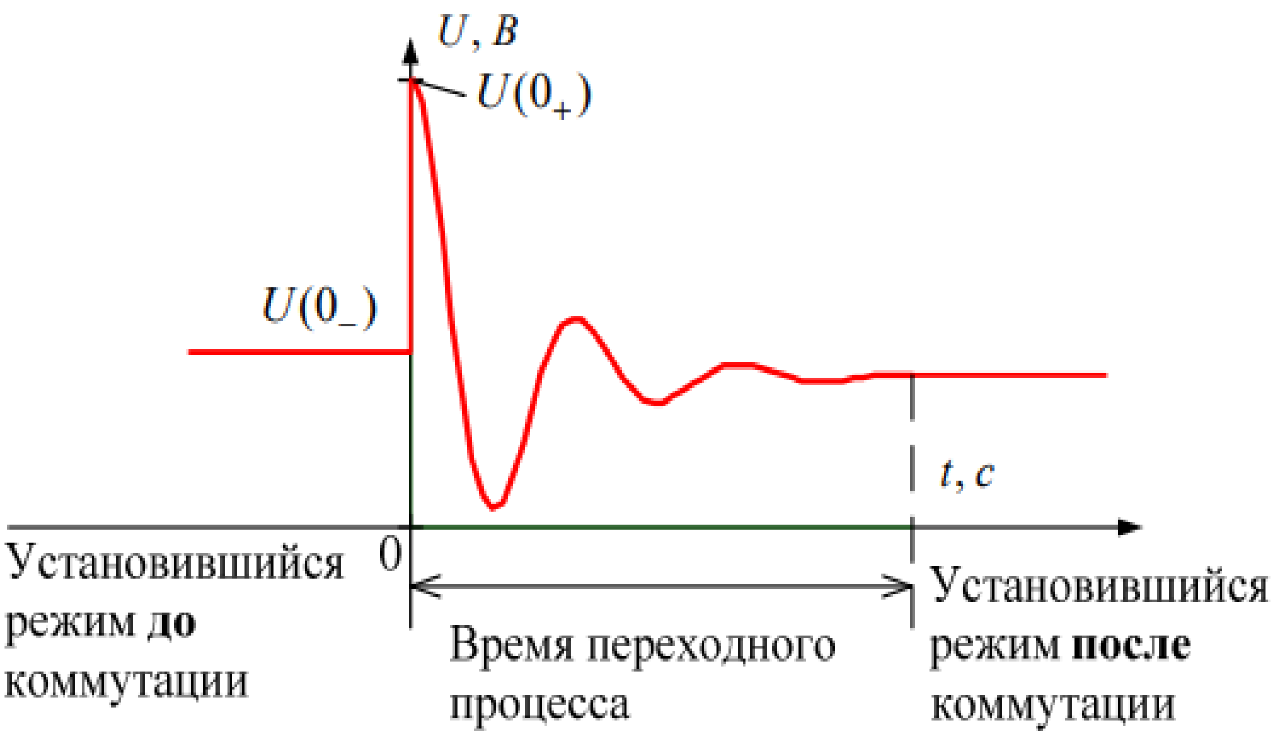
1.3 Пример расчета.

1.1 Переходные процессы в простейших цепях. Нулевые начальные условия

Под переходными процессами понимают процессы перехода от одного установившегося режима работы электрической цепи к другому, чем-либо отличающемуся от предыдущего, например: величиной амплитуды, фазы, частоты или значениями параметров схемы. Переходные процессы возникают при включении или отключении источников, элементов цепи, при коротких замыканиях и обрывах проводов, а также при различных импульсных воздействиях на цепь, например при грозовых разрядах.

Установившиеся значения напряжений и токов характеризуют установившийся режим цепи и могут оставаться неизменными бесконечно долго, причем эти значения задаются источниками электрической энергии.

При анализе и расчете переходных процессов будем считать, что переходные процессы возникают при включении или отключении элементов цепи посредством ключей, причем эта коммутация происходит мгновенно быстро в момент времени $\mathbf{t = 0}$, при времени $\mathbf{t} = \infty$ переходный процесс теоретически заканчивается и наступает новый установившийся режим. Время $\mathbf{t < 0}$ характеризует режим цепи до коммутации, момент времени $\mathbf{t = 0}$ – соответствует последнему моменту перед коммутацией.



Момент времени $t = 0_+$ соответствует первому моменту времени после коммутации. Скачок – это мгновенное изменение напряжения или тока при $t = 0_+$.

Анализ и расчет переходных процессов в электроэнергетике осуществляется с целью определения влияния параметров цепи на длительность переходного процесса, что необходимо для различных технологических циклов.

Коммутация – это процесс замыкания и размыкания выключателей. Переходные процессы обычно являются быстропротекающими, длительность их составляет десятые, сотые, а иногда даже милиарные доли секунд. Сравнительно редко длительность переходных процессов достигает секунд и десятков секунд.

Физически переходные процессы представляют собой процессы перехода электрической системы от одного энергетического состояния к другому, т.е. это процесс перераспределения энергии между элементами цепи.

Переходные процессы обусловлены наличием реактивных элементов (L и C).

1.2 Законы коммутации

В электрической цепи не может быть мгновенного изменения накопленной в электрических и магнитных полях энергии:

$$W(0_-) = W(0_+) = W(0),$$

так как энергия электрического поля конденсатора и энергия магнитного поля индуктивной катушки равны соответственно:

$$W_C = C\frac{u_C^2}{2},\ W_L = L\frac{i_L^2}{2}.$$

При мгновенном изменении этих величин потребовалась бы бесконечно большая мощность, т.к.

$$P_C = \frac{dW_C}{dt},\ P_L = \frac{W_L}{dt};$$

это означает, что в момент коммутации остаются неизменными напряжения на обкладках конденсатора и токи в индуктивных катушках. Для перераспределения энергии требуется время – это процесс инерционный, не мгновенный.

Поэтому существуют два закона коммутации.

Первый закон коммутации: ток через индуктивность до коммутации iL (0_-) равен току через индуктивность после коммутации iL (0_+) или **ток индуктивности не может изменяться скачком:**

$$i_L(0_-) = i_L(0_+) = i_L(0).$$

Второй закон коммутации: напряжение на ёмкости до коммутации uC (0_-) равно напряжению на ёмкости после коммутации uC (0_+), или **напряжение на ёмкости не может изменяться скачком:**

$$u_C(0_-) = u_C(0_+) = u_C(0).$$

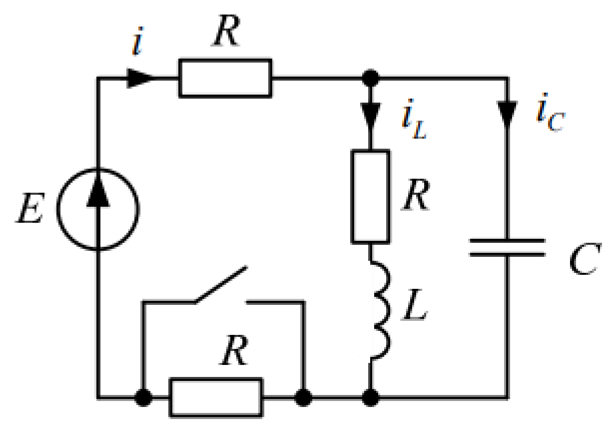
Это есть ***независимые начальные условия***. Независимыми они называются потому, что, независимо от того, до или после коммутации мы их наблюдаем, они всё равно одинаковы и равны, и поэтому знаки «–» и «+» в выражениях первого и второго закона коммутации опускают.

Все остальные напряжения и токи электрической цепи в первый момент после коммутации при $t(0_+)$ называют ***зависимыми начальными условиями*** (ЗНУ).

Токи и напряжения после завершения переходного процесса при $t = \infty$ называют **принуждёнными составляющими**.

1.3 Пример расчета

Дано:
E = 100 В;
L = 1 Гн;
R = 100 Ом.
Определить:
начальные условия
и принуждённые составляющие.



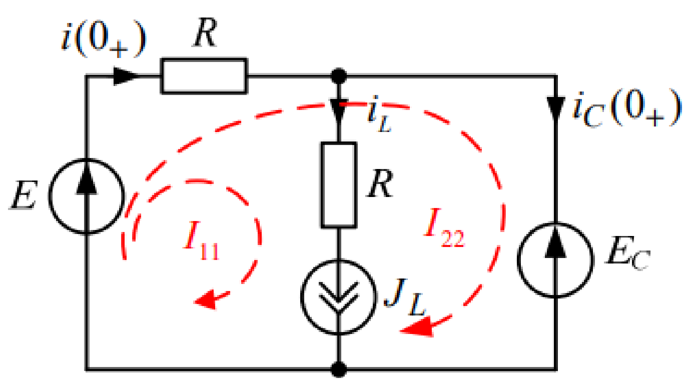
Определяем независимые начальные условия (**ННУ**) в схеме до коммутации. Так как при постоянном источнике конденсатор представляет собой разрыв, а катушка становится закороткой, то

$$i_L(0_-) = \frac{E}{3R} = 1\ \text{А};$$

$$u_C(0_-) = i_L(0_-)R = 100\ \text{В}.$$

Определяем **зависимые начальные условия** (ЗНУ). Составляем схему для первого мгновения после коммутации при $t(0_+)$. По теореме компенсации заменим конденсатор источником напряжения, величина которого равна напряжению на конденсаторе до коммутации $E_C = u_C(0_-)$. Индуктивность заменим на источник тока величиной, равной $J_L = i_L(0_-)$. Ключ в схеме после коммутации изменяет своё положение на противоположное.

Сопротивление R закорачивается ключом, поэтому его из схемы можно исключить. Для расчёта токов используем метод контурных токов.



$$J_L = i_L(0_-);$$
$$E_C = u_C(0_-).$$

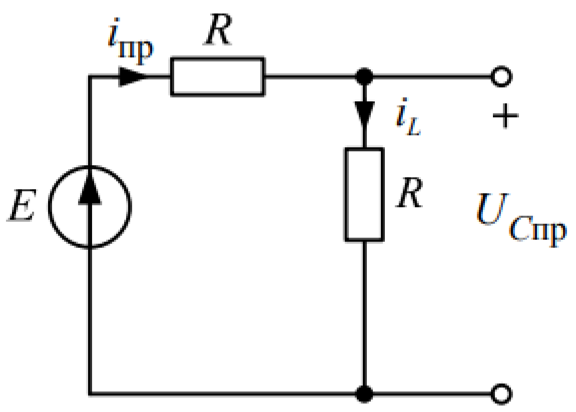
$$\begin{cases} I_{11} = J_L = 1\text{ A;} \\ I_{22}R + I_{11}R = E - E_C. \end{cases}$$

$$I_{22} = \frac{E - E_C - I_{11}R}{R} = 1\text{ A};\ i(0_+) = I_{11} + I_{22} = 2\text{ A};\ i_C(0_+) = I_{22} = 1\text{ A}.$$

$$E_C - u_L(0_+) = R \cdot i_L(0_+);\ u_L(0_+) = E_C - R \cdot i_L(0_+) = 0.$$

Определяем **принуждённые составляющие.**

В установившемся режиме в схеме после коммутации, при t = ∞ ,



$$i_{пр} = i_{L_{пр}} = \frac{E}{2R} = 1{,}5\ \text{ A;}$$

$$u_{C_{пр}} = R \cdot i_{L_{пр}} = 150\text{ B;}$$

$$i_{C_{пр}} = 0;$$

$$u_{L_{пр}} = 0.$$

План лекции:

1.1 Классический метод расчёта переходных процессов;
1.2 Объединение реактивных элементов;
1.3 Линейная цепь первого порядка.

1.1 Классический метод расчёта переходных процессов

Метод используется для расчёта линейных цепей, которые характеризуются линейными дифференциальными уравнениями, составленными по законам Кирхгофа для мгновенных значений в цепи после коммутации:

$$a_n \cdot \frac{d^n f(t)}{dt^n} + a_{n-1} \cdot \frac{d^{n-1} f(t)}{dt^{n-1}} + a_1 \cdot \frac{df(t)}{dt} + a_0 \cdot f(t) = F(t), \qquad (1.1)$$

где $a_n, a_{n-1}, \ldots, a_1, a_0$ – постоянные коэффициенты, определяемые параметрами (R, L, C) и структурой цепи после коммутации.

Мы получили неоднородное дифференциальное уравнение первого порядка с постоянными коэффициентами. Общее решение такого уравнения записывается в виде суммы двух составляющих – общего решения однородного уравнения $f_{\text{о.р}}(t)$.

И частного решения неоднородного уравнения $f_{\text{ч.н}}(t)$:

$$f(t) = f_{\text{о.р}}(t) + f_{\text{ч.н}}(t) = f_{\text{пр}}(t) + f_{\text{св}}(t).$$

В электротехнике общее решение однородного уравнения $f_{\text{о.р}}(t)$ -
называют свободной составляющей $i_{\text{св}}(t) = A \cdot e^{pt}$,
потому что эта составляющая не зависит от источника энергии – внешнего воздействия, т.е. она свободна от внешнего влияния и зависит от параметров цепи.

Частное решение неоднородного уравнения $f_{\text{ч.н}}(t)$ в электротехнике называют принуждённой составляющей. Она зависит от источника энергии и полностью повторяет его функциональную зависимость от времени с неким коэффициентом пропорциональности. Например, если источник энергии постоянный, то принуждённая составляющая будет постоянной. Если источник энергии имеет синусоидальный вид, то и принуждённая составляющая будет иметь синусоидальный вид.

Характеристическое уравнение (1.2) получено из уравнения (1.1), путём замены производных высших порядков на *p*:

$$a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \ldots + a_1 p + a_0 = 0, \qquad (1.2)$$

где p – корень характеристического уравнения.

Корни уравнения определяются параметрами цепи. В зависимости от вида корней характеристического уравнения определяется вид свободной составляющей и тип переходного процесса:

Корни вещественные, отрицательные и кратные.

Критический режим

$$f_{\text{св}}(t) = (A_1 + A_2 t + \ldots + A_n t^{n-1}) \cdot e^{pt}.$$

Корни вещественные отрицательные и неравные.

Апериодический режим

$$f_{\text{св}}(t) = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t} + \ldots + A_n e^{p_n t}.$$

Корни комплексные попарно-сопряжённые с отрицательной вещественной частью. ***Колебательный режим***

$$p_{1,2} = -\delta_2 \pm j\omega_{\text{св}_2};$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$p_{n-1,n} = -\delta_n \pm j\omega_{\text{св}_n}.$$

$$f_{\text{св}}(t) = A_2 e^{-\delta_2 t} \cos(\omega_{\text{св}_2} t + \beta_2) + A_n e^{-\delta_n t} \cos(\omega_{\text{св}_n} t + \beta_n),$$

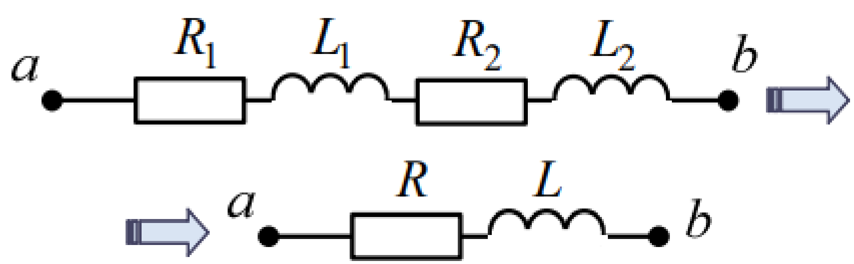
где A_1, A_2, …, A_n, β_2, …, β_n – постоянные интегрирования, определяемые начальными условиями; δ_2, …, δ_n – коэффициенты затухания свободных колебаний [1/с]; $\omega_{\text{св}}$, …, $\omega_{\text{св}n}$ – угловые частоты свободных колебаний (рад/сек).

1.2 Объединение реактивных элементов

В зависимости от количества необъединяемых реактивных элементов определяется порядок цепи. Цепь с одним реактивным элементом L или C называется цепью первого порядка, цепь с двумя необъединяемыми реактивными элементами – цепью второго порядка и т.д.

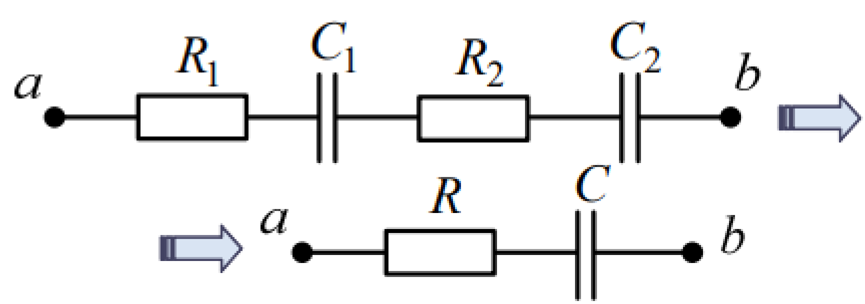
Последовательное соединение

1) индуктивных элементов:



здесь $R = R_1 + R_2$; $L = L_1 + L_2$;

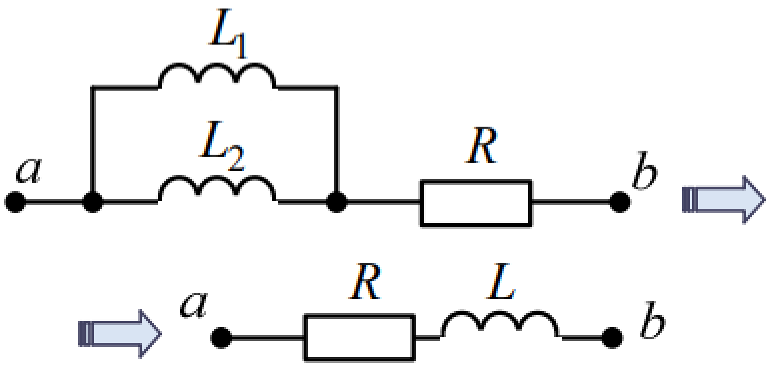
2) ёмкостей:



здесь $R = R_1 + R_2$; $C = \dfrac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$.

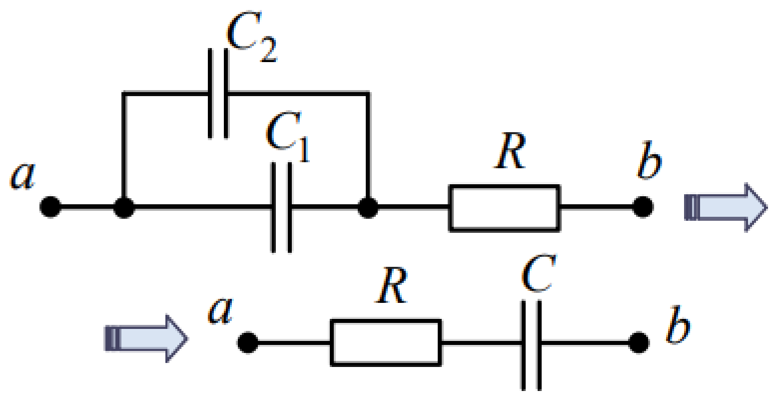
Параллельное соединение

1) индуктивных элементов:



здесь $R = R_1 + R_2$; $L = \dfrac{L_1 \cdot L_2}{L_1 + L_2}$;

2) ёмкостей:



здесь $R = R_1 + R_2$; $C = C_1 + C_2$.

1.3 Линейная цепь первого порядка

Цепь первого порядка содержит в послекоммутационной цепи только один реактивный элемент – L или C, характеризуется дифференциальным уравнением первого порядка:

$$a_1 \frac{df(t)}{dt} + a_0 f(t) = F(t), \qquad (1.3)$$

где a_1, a_0, – постоянные коэффициенты; f (t) – напряжение или ток переходного процесса; F (t) – функция, определяемая источниками после коммутации.

Характеристическое уравнение: $a_1 p + a_0 = 0$,

где $p = -\frac{a_0}{a_1} < 0$, $1/\text{с}$ – корень характеристического уравнения.

Решение уравнения (1.3): $f(t) = f_{\text{пр}}(t) + f_{\text{св}}(t) = f_{\text{пр}}(t) + Ae^{pt}$,

где $f_{\text{пр}}(t)$ – принуждённая составляющая;
$f_{\text{св}}(t) = Ae^{pt}$ – свободная составляющая;
A – постоянная интегрирования.

План лекции:

1.1 Классический метод расчета переходных процессов в цепях первого порядка с гармоническим источником;
1.2 Обобщенные законы коммутации.

1.1 Классический метод расчета переходных процессов в цепях первого порядка с гармоническим источником

Установившиеся режимы рассчитываются символическим методом.

Порядок расчёта:

1. Записываем решение в виде принужденной и свободной составляющих: $i(t)=i(t)+Ae^{pt}$ или $u(t)=u_{\text{пр}}(t)+Be^{pt}$.

2. Определяем независимые начальные условия (**ННУ**) в цепи до коммутации: $\dot{I}_L(0_-)\rightarrow i_L(0_-)$ или $\dot{U}_C(0_-)\rightarrow u_C(0_-)$.

3. ЗНУ. Определяем искомую величину при $t(0_+)$ $i(0_+)$ + или $u(0_+)$.

4. Определяем принужденную составляющую в схеме после коммутации:

$$\dot{I}_{\text{пр}}\rightarrow i_{\text{пр}}(t)\rightarrow i_{\text{пр}}(0) \text{ или } \dot{U}_{\text{пр}}\rightarrow u_{\text{пр}}(t)\rightarrow u_{\text{пр}}(0).$$

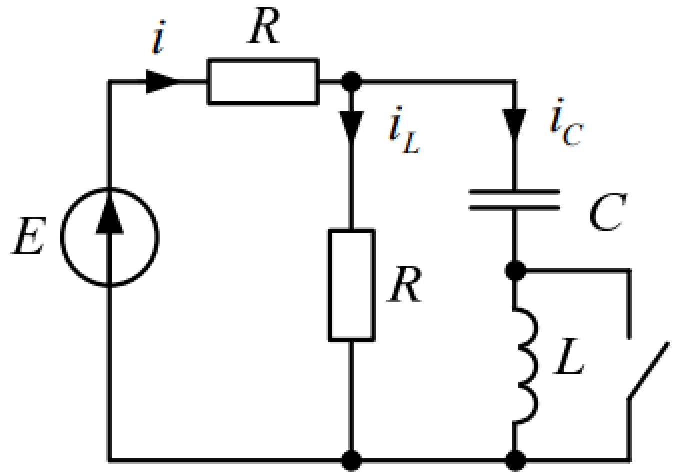
5. Определяем корень характеристического уравнения *p* через входное сопротивление Z (p) = 0, в схеме после коммутации.

6. Определяем постоянную интегрирования из начальных условий:

$$A=i(0_+)-i_{\text{пр}}(0) \text{ или } B=u(0_+)-u_{\text{пр}}(0).$$

7. Записываем окончательное решение и строим график.

Пример расчета переходных процессов в цепях первого порядка с гармоническим источником:



Дано:

$e = 100\sqrt{2}\sin(100t + 45°)$, В;

$R = 100$ Ом;

$L = 1$ Гн;

$C = 100$ мкФ.

Определить: $i(t)$

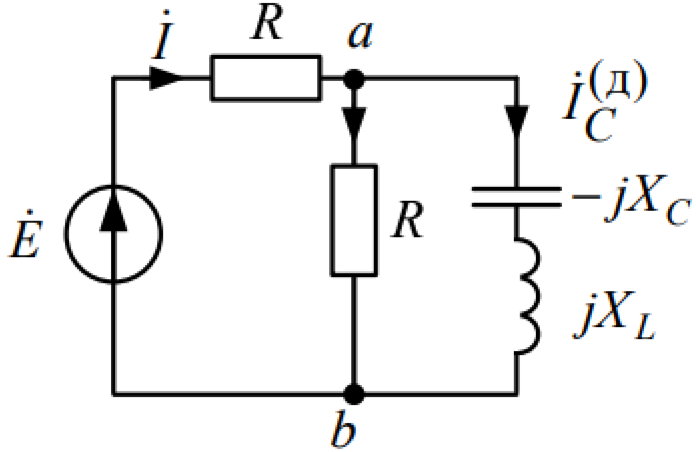
1. **ННУ**. Определяем независимые начальные условия в цепи до коммутации:

$$\dot{I}_L(0\_) \to i_L(0\_) \text{ или } \dot{U}_C(0\_) \to u_C(0\_);$$

$$\dot{E} = 100e^{j45°} \text{ В}; \qquad X_L = \omega L = 100 \text{ Ом}; \qquad X_C = \frac{1}{\omega C} = 100 \text{ Ом},$$

т.к. $\underline{Z}_{ab}^{(д)} = jX_L - jX_C = 0$ – резонанс напряжений.

$$\dot{I}^{(д)} = \dot{I}_C^{(д)} = \dot{I}_L^{(д)} = \frac{\dot{E}}{R} = 1e^{j45°} \text{ А};$$

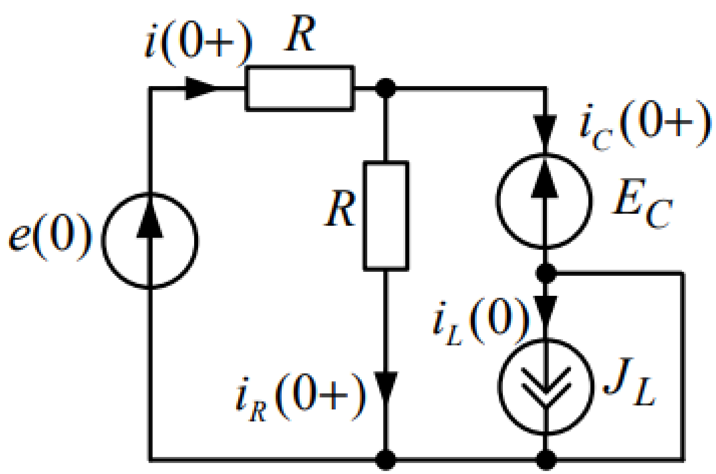


$$i_L(0\_) = \sqrt{2}\sin 45° = 1 \text{ A};$$

$$\dot{U}_C^{(\text{д})} = (-jX_C)\dot{I}_C = 100e^{-j45°} \text{ B};$$

$$u_C(0\_) = \sqrt{2}\cdot 100\sin(-45°) = -100 \text{ B}.$$

2. **ЗНУ**. Определяем искомую величину $i(0_+)$ или $u(0_+)$ при $t(0_+)$:



$$J_L = i_L(0\_);\; E_C = u_C(0\_).$$

$$e(0) = 100\sqrt{2}\sin(45°) = 100 \text{ B};$$

$$u_L(0_+) = 0;$$

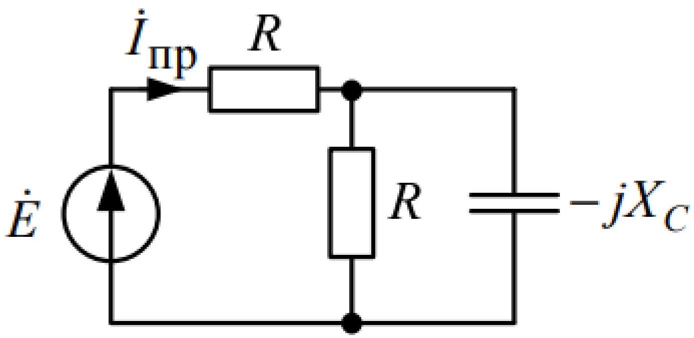
$$e(0) - E_C = R\cdot i(0_+);$$

$$i(0_+) = \frac{e(0) - E_C}{R} = 2 \text{ A}.$$

3. Определяем принужденную составляющую в схеме после коммутации:

$$\dot{I}_{\text{пр}} \to i_{\text{пр}}(t) \to i_{\text{пр}}(0) \text{ или } \dot{U}_{\text{пр}} \to u_{\text{пр}}(t) \to u_{\text{пр}}(0).$$

Схема после коммутации, установившийся режим, гармонический источник, символический метод:



$$\underline{Z}^{(п)} = R + \frac{R(-jX_C)}{R - jX_C} = 158e^{-j18,4^\circ} \text{ Ом};$$

$$\dot{I}_{пр} = \frac{\dot{E}}{\underline{Z}^{(п)}} = 0,63e^{j63,4^\circ} \text{ А};$$

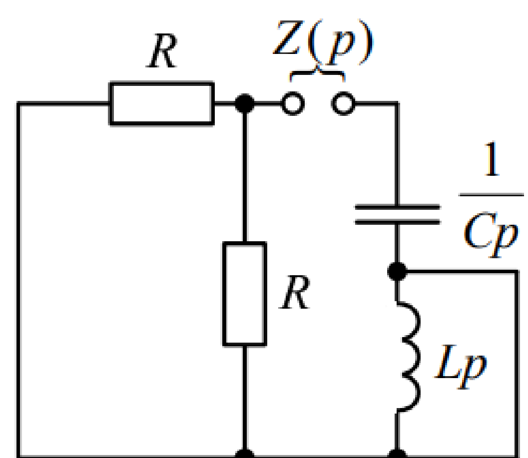
$$i_{пр}(t) = \sqrt{2} \cdot 0,63\sin(100t + 63,4^\circ), \text{ А};$$

$$i_{пр}(0) = \sqrt{2} \cdot 0,63\sin 63,4^\circ = 0,8 \text{ А}.$$

4. Определяем корень характеристического уравнения *p* через входное сопротивление Z (p) = 0 в схеме после коммутации:

$$Z(p) = \frac{R}{2} + \frac{1}{Cp} = 0;$$

$$p = -\frac{2}{RC} = -200 \ \frac{1}{\text{с}}.$$

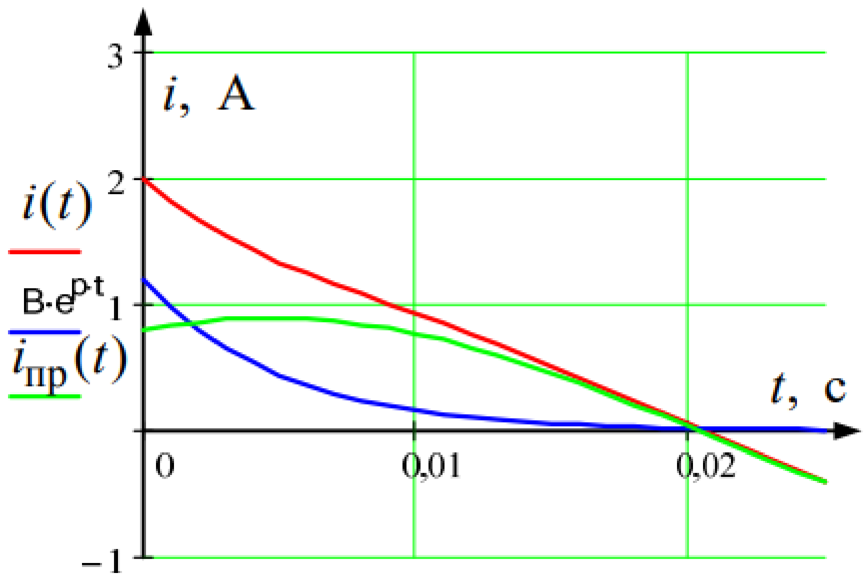


5. Определяем постоянную интегрирования из начальных условий:

$$A = i(0_+) - i_{\text{пр}}(0) = 2 - 0{,}794 = 1{,}2 \text{ А}.$$

6. Записываем окончательное решение и строим график:

$$i(t) = \sqrt{2} \cdot 0{,}63 \sin(100t + 63{,}4°) + 1{,}2e^{-200t}, \text{ А};$$



$$\tau = \frac{1}{|p|} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ с};$$

$$t_{\text{п}} = 5\tau = 2{,}5 \cdot 10^{-2} \text{ с};$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 6{,}28 \cdot 10^{-2} \text{ с}.$$

1.2 Обобщенные законы коммутации

В переходных режимах может наблюдаться быстрая начальная импульсная часть переходного процесса, которая для упрощения анализа принимается приближенно происходящей мгновенно (скачком).

При этом законы коммутации будут нарушаться, поэтому в этих случаях используются обобщенные законы коммутации:

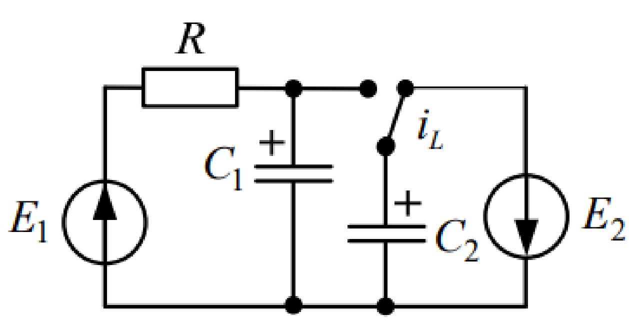
1. Для каждого контура, в который входят индуктивности, связанные в узел, имеем

$$\sum \Psi_k(0_+) = \sum \Psi_k(0_-) \text{ или } \sum L_k i_{L_k}(0_+) = \sum L_k i_{L_k}(0_-).$$

2. Для каждого из узлов контура, составленного из емкостей, имеем:

$$\sum q_k(0_+) = \sum q_k(0_-) \text{ или } \sum C_k u_{C_k}(0_+) = \sum C_k u_{C_k}(0_-).$$

Пример



Дано:
$E_1 = E_2 = 100$ В;
$C_1 = 200$ мкФ;
$C_2 = 100$ мкФ;
$R = 100$ Ом.

Определить: $u_{C_2}(t)$

1. Для схемы до коммутации определяем независимые начальные условия:

$$u_{C_1}(0_-) = E_1 = 100 \text{ В}; \qquad u_{C_2}(0_-) = -E_2 = -100 \text{ В}.$$

Суммарный заряд:

$$\sum q_k(0_-) = C_1 u_{C_1}(0_-) + C_2 u_{C_2}(0_-) = 0{,}01 \text{ Кл}.$$

Суммарная энергия:

$$W_э(0_-) = \frac{C_1 \cdot u_{C_1}^2(0_-)}{2} + \frac{C_2 \cdot u_{C_2}^2(0_-)}{2} = 1{,}5 \text{ Дж}.$$

2. ЗНУ. Схема после коммутации, при $t(0+)$, $u_{C_1}(0_+) = u_{C_2}(0_+)$,

тогда $\sum q_k(0_+) = C_1 u_{C_1}(0_+) + C_2 u_{C_2}(0_+) = (C_1 + C_2) \cdot u_{C_2}(0_+)$,

$$u_{C_2}(0_+) = \frac{\sum q_k(0_-)}{C_1 + C_2} = 33{,}333 \text{ В},$$

$$W_э(0_+) = \frac{C_1 \cdot u_{C_1}^2(0_+)}{2} + \frac{C_2 \cdot u_{C_2}^2(0_+)}{2} = 0{,}166 \text{ Дж}.$$

$$\sum q_k(0_+) = \sum q_k(0_-),$$

«Пропавшая» энергия $\Delta W_э = W_э(0_-) - W_э(0_+) = 1,334$ Дж, израсходована на потери в проводах, искру и излучение.

3. Определяем принужденную составляющую в схеме после коммутации:

$$u_{C2_{пр}} = u_{C1_{пр}} = E_1 = 100 \text{ В}.$$

4. Определяем корень характеристического уравнения p:

$$Z(p) = R + \frac{1}{p(C_1 + C_2)} = 0;$$

$$p = -\frac{1}{R(C_1 + C_2)} = -33,333 \ \frac{1}{\text{с}}.$$

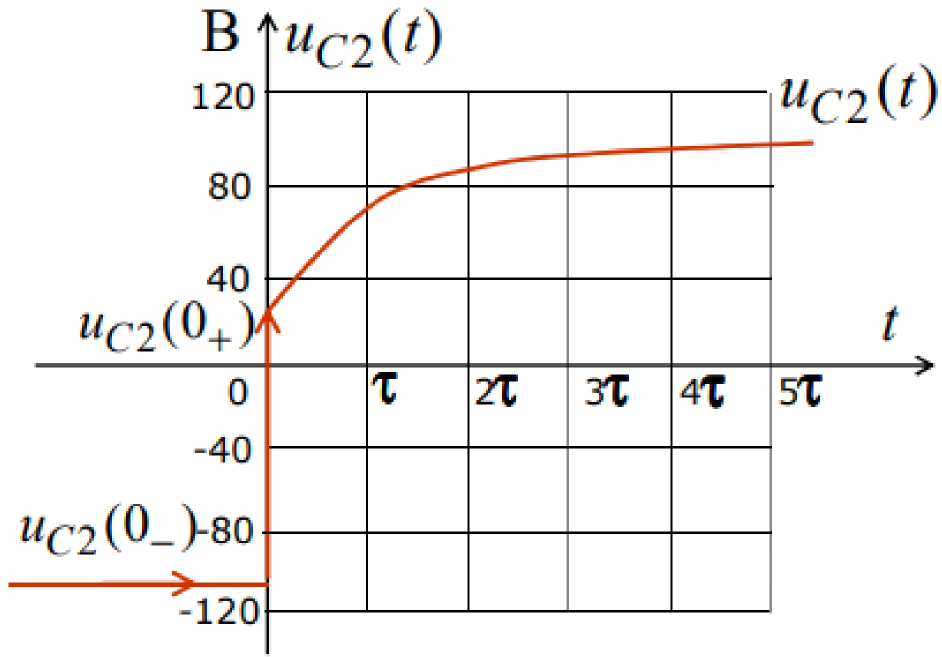
5. Определяем постоянную интегрирования:

$$B = u_{C2}(0_+) - u_{C2_{пр}} = -66,666 \text{ В}.$$

6. Записываем окончательный результат:

$$u_{C2}(t) = u_{C2_{пр}} + Be^{pt} = 100 - 66,666e^{-33,333t}, \text{ В};$$

$$\tau = \frac{1}{|p|} = 0{,}03 \text{ с}, \quad t_{\text{п}} = 5\tau = 0{,}15 \text{ с}.$$



Переходной процесс напряжения на конденсаторе $u_{C2}(t)$ во времени t, после коммутации в электрической цепи

План лекции:

1.1 Расчет переходных процессов в цепях 2-го порядка классическим методом;
1.2 Пример расчета переходных процессов в цепях 2-го порядка классическим методом.

1.1 Расчет переходных процессов в цепях 2-го порядка классическим методом

Цепь 2-го порядка после коммутации:
содержит
– L и C;
– или две L;
– или две C;
характеризуется уравнениями:

$$a_2 \frac{d^2 f(t)}{dt^2} + a_1 \frac{df(t)}{dt} + a_0 f(t) = F(t);$$

$$f(t) = f_{\text{пр}}(t) + f_{\text{св}}(t),$$

где f (t) – напряжение или ток переходного процесса; a_0, a_1, a_2, – постоянные коэффициенты; F (t) – функция, определяемая источниками после коммутации; $f_{\text{пр}}$, и $f_{\text{св}}$ – принужденная и свободная составляющие.

Характеристическое уравнение: $- a_2 p^2 + a_1 p + a_0 = 0.$

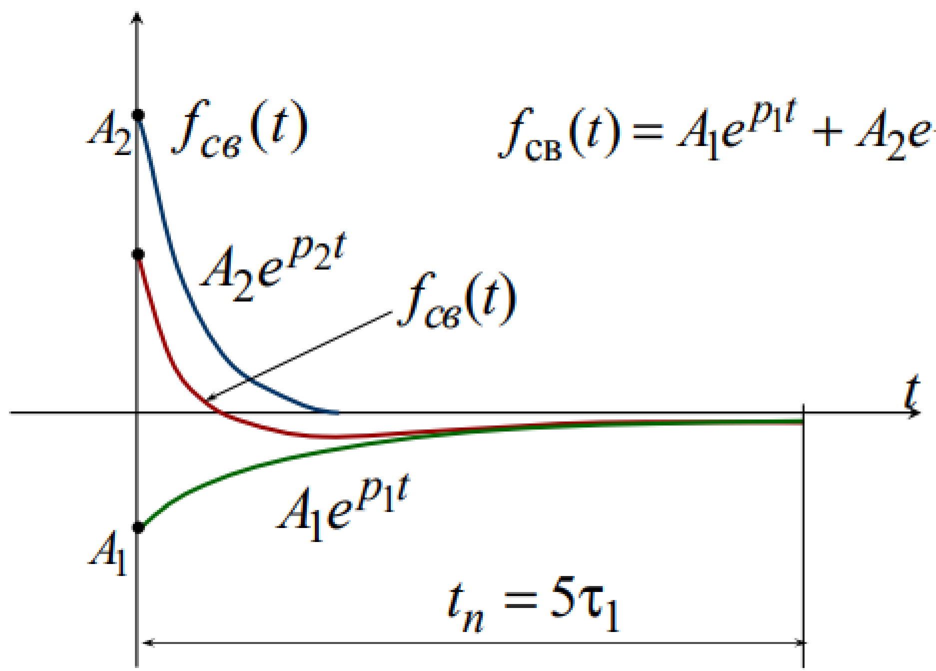
Корни характеристического уравнения:

$$p_{1,2} = -\frac{a_1}{2a_2} \pm \sqrt{\frac{a_1^2}{4a_2^2} - \frac{a_0}{a_2}}.$$

В зависимости от корней характеристического уравнения возможны следующие виды переходных процессов:

Если $\frac{a_1^2}{4a_2^2} > \frac{a_0}{a_2}$, корни – вещественные, отрицательные и разные.

$$f_{св}(t) = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t} + \ldots + A_n e^{p_n t},$$



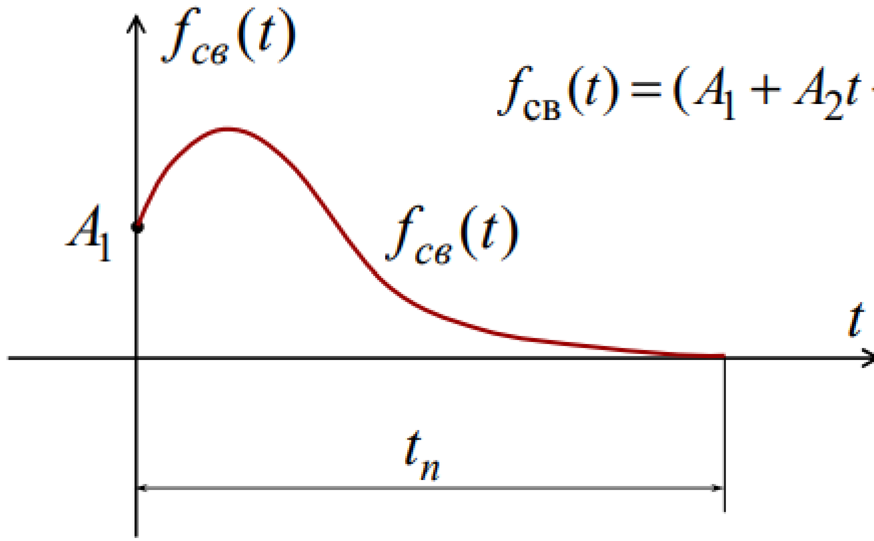
Апериодический режим

$\tau_1 = \frac{1}{|p_1|}, \ \tau_2 = \frac{1}{|p_2|}$ - постоянные времени;

$t_П = 5 \cdot \max(\tau_{1,2})$ – длительность переходного процесса.

Если $\frac{a_1^2}{4a_2^2} = \frac{a_0}{a_2}$, корни – вещественные, отрицательные и равные:

$$f_{св}(t) = (A_1 + A_2 t + \ldots + A_n t^{n-1}) \cdot e^{pt},$$

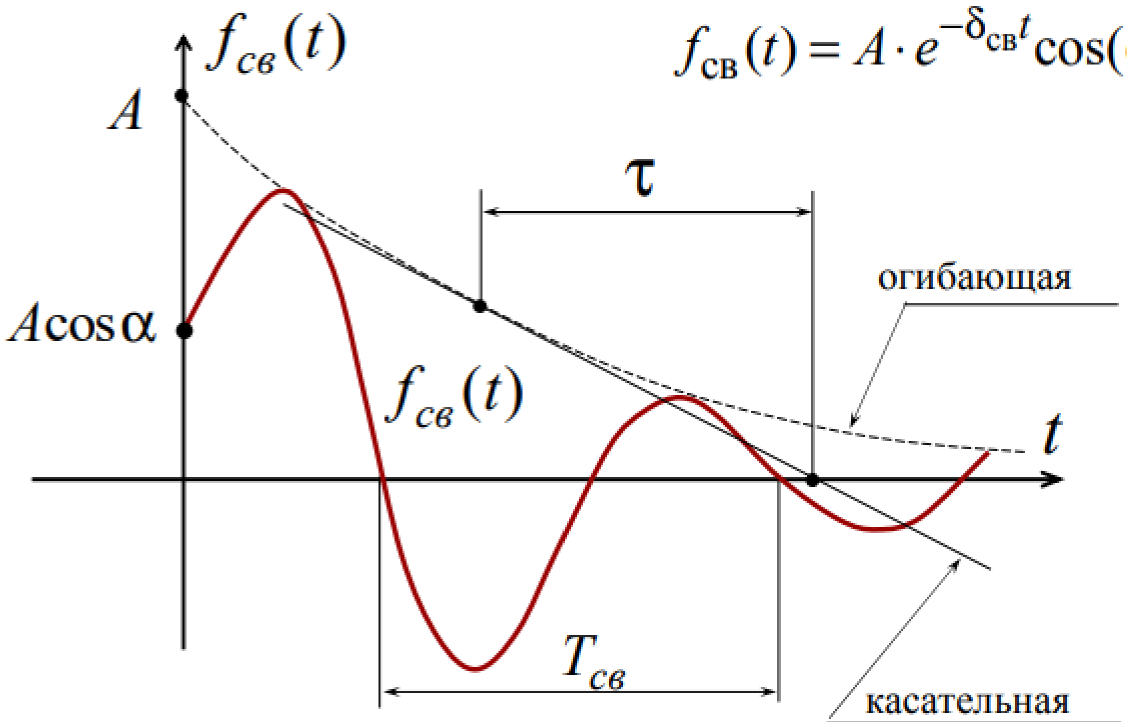


Критический режим

$p = p_1 = p_2 = -\frac{a_1}{2a_2}$; $t_п = \frac{5}{|p|}$ – длительность переходного процесса.

Если $\dfrac{a_1^2}{4a_2^2} = \dfrac{a_0}{a_2}$, корни – комплексно-сопряжённые, с отрицательной вещественной частью:

$$f_{\text{св}}(t) = A \cdot e^{-\delta_{\text{св}} t} \cos(\omega_{\text{св}} t + \alpha),$$

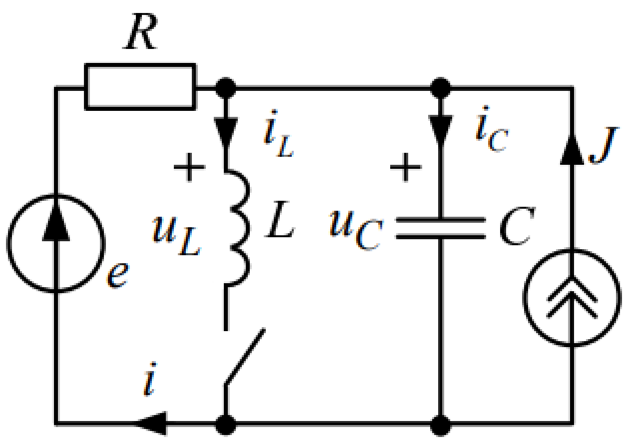


Колебательный режим, или периодический режим

где $p_{1,2} = -\delta_{\text{св}} \pm j\omega_{\text{св}}$; $\delta_{\text{св}} = \dfrac{a_1}{2a_2} \left(\dfrac{1}{\text{c}}\right)$ – коэффициент затухания свободных колебаний;

1.2 Пример расчета переходных процессов в цепях 2-го порядка классическим методом

Дано:
E =100 В;
J = 2 А;
L = 6,25 Гн;
C =100 мкФ;
R =100 Ом.
Определить: i (t)



Для схемы после коммутации по законам Кирхгофа составляем уравнения:

$$-i - J + i_L + i_C = 0;$$

$$u_C = u_L = L\frac{di_L}{dt};$$

$$e = R \cdot i + u_C,$$

причём

$$i_C = C\frac{du_C}{dt}.$$

$$i_C = C\frac{du_C}{dt} = C\frac{d(e - R \cdot i)}{dt} = C\frac{de}{dt} - R \cdot C\frac{di}{dt}.$$

$$i_L = \frac{1}{L}\int u_L dt = \frac{1}{L}\int u_C dt = \frac{1}{L}\int (e - R \cdot i)\, dt.$$

$$-i - J + \frac{1}{L}\int (e - R \cdot i) dt + C\frac{de}{dt} - R \cdot C\frac{di}{dt} = 0.$$

$$-\frac{di}{dt} - \frac{dJ}{dt} + \frac{e}{L} - \frac{R}{L} \cdot i + C\frac{d^2e}{dt^2} - R \cdot C\frac{d^2i}{dt^2} = 0.$$

В результате:

$$R \cdot C\frac{d^2i}{dt^2} + \frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = \frac{e}{L} + C\frac{d^2e}{dt^2} - \frac{dJ}{dt},$$

$$F(t) = \frac{e}{L} + C\frac{d^2e}{dt^2} - \frac{dJ}{dt},$$

где $a_2 = R \cdot C$; $a_1 = 1$; $a_0 = \frac{R}{L}$.

Решение уравнения $i(t) = i_{\text{пр}}(t) + i_{\text{св}}(t)$.

Так как $e = 100 = \text{const}_1$, $J = 2 = \text{const}_2$, то $i_{\text{пр}}(t) = I_{\text{пр}} = \text{const}_3$.

Подставим $I_{\text{пр}}$:

$$RC\cancelto{0}{\frac{d^2 I_{\text{пр}}}{dt^2}} + \cancelto{0}{\frac{dI_{\text{пр}}}{dt}} + \frac{R}{L} I_{\text{пр}} = \frac{e}{L} + C\cancelto{0}{\frac{d^2 e}{dt^2}} - \cancelto{0}{\frac{dJ}{dt}} \quad .$$

Тогда $I_{\text{пр}} = \dfrac{e}{R} = 1$; $\quad i_{\text{пр}}(t) = I_{\text{пр}}$

Можно также найти из расчета установившегося режима после коммутации (t = ∞) . По второму закону Кирхгофа:

$$e = R \cdot I_{\text{пр}}, \; I_{\text{пр}} = e/R = 1 \text{ А}.$$

Характеристическое уравнение – $\quad RCp^2 + p + \dfrac{R}{L} = 0$;

$$p_{1,2} = -\frac{1}{2RC} \pm \sqrt{\frac{1}{4R^2C^2} - \frac{1}{LC}}), \quad p_1 = -20\left(1/\text{c}\right), \quad p_2 = -80\left(1/\text{c}\right)$$

- апериодический переходный процесс.

Z(p) = 0 после коммутации: $Z(p) = \frac{1}{pC} + \frac{pL \cdot R}{pL + R} = 0,$

При апериодическом переходном процессе $i_{\text{св}}(t) = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}$,

тогда $i(t) = i_{\text{пр}}(t) + i_{\text{св}}(t) = 1 + A_1 e^{-20t} + A_2 e^{-80t}$.

Для определения A_1 и A_2 найдем $i(0_+)$ и $\left.\frac{di(t)}{dt}\right|_{t=0_+}$ – это зависимые начальные условия.

Определяем независимые начальные условия: $i_L(0\_)$ и $u_C(0\_)$:

$$i_L(0\_) = 0;$$

$$u_C(0\_) = e + RJ = 300 \text{ В},$$

$$i(0_-) = -J = -2 \text{ А.}$$

Схема после коммутации при t $= 0_+$:

$$J_L = i_L(0_-) = i_L(0_+) = 0;$$

$$E_C = u_C(0_-) = u_C(0_+) = 300 \text{ В.}$$

По второму закону Кирхгофа: $e - E_C = R \cdot i(0_+)$,

тогда $i(0_+) = \dfrac{e - E_C}{R} = -2 \text{ А.}$

Для определения $\left.\dfrac{di(t)}{dt}\right|_{t=0_+}$ используем уравнение $e = R \cdot i(t) + u_C$,

которое продифференцируем: $\underbrace{\dfrac{de}{dt}}_{0} = R\dfrac{di(t)}{dt} + \dfrac{du_C}{dt} = R\dfrac{di(t)}{dt} + \dfrac{i_C}{C}$,

т.е. $\left.\dfrac{di(t)}{dt}\right|_{t=0_+} = -\dfrac{i_C(0_+)}{RC}$;

i_C (0_+) найдем по первому закону Кирхгофа: $-i(0_+) - J + J_L + i_C(0_+) = 0$;

$$i_C(0_+) = i(0_+) + J - J_L = -2 + 2 - 0 = 0, \text{ тогда } \left.\frac{di(t)}{dt}\right|_{t=0_+} = 0 \ \left(\frac{\text{А}}{\text{с}}\right).$$

Таким образом

$$i(t) = 1 + A_1 e^{-20t} + A_2 e^{-80t}; \ \frac{di(t)}{dt} = -20 A_1 e^{-20t} - 80 A_2 e^{-80t}.$$

Или, при t = 0_+

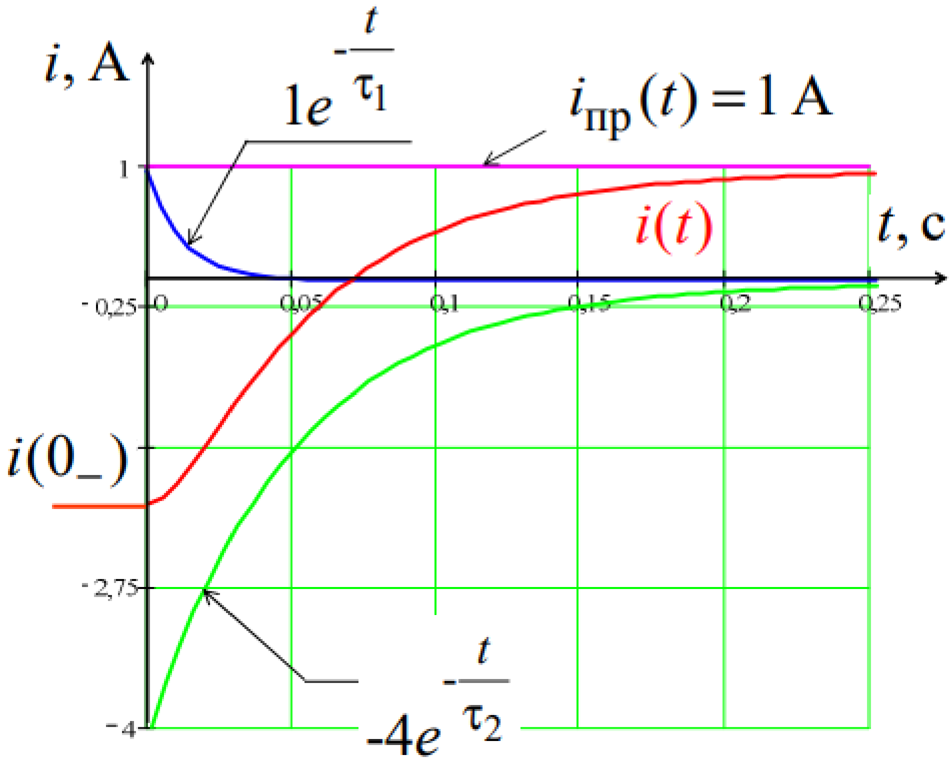
$$\begin{cases} i(0_+) = 1 + A_1 + A_2 = -2; \\ \left.\dfrac{di(t)}{dt}\right|_{t=0_+} = -20 A_1 - 80 A_2 = 0; \end{cases} \rightarrow \begin{cases} A_1 = -4 \ (\text{А}); \\ A_2 = 1 \ (\text{А}). \end{cases}$$

Окончательный результат $i(t) = 1 - 4e^{-20t} + 1e^{-80t}$, А;

$$\tau_1 = 1/20 = 5 \cdot 10^{-2} \text{ с};$$

$$\tau_2 = 1/80 = 1{,}25 \cdot 10^{-2} \text{ с};$$

$$t_\text{п} = 5 \max(\tau_{1,2}) = 5 \cdot \tau_1 = 25 \cdot 10^{-2} \text{ с}.$$



Полученный результат

План лекции:

1.1 Операторный метод расчёта переходных процессов;
1.2 Законы Ома и Кирхгофа в операторной форме.

1.1 Операторный метод расчёта переходных процессов

Операторный метод (преобразование Лапласа) расчета переходных процессов используется для того, чтобы обыкновенные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами (в пространстве оригиналов) преобразовать в алгебраические (в пространстве изображений). Очевидно, что алгебраические уравнения решаются проще. После решения алгебраического уравнения над полученной функцией (изображением) производится обратное преобразование Лапласа, получается оригинал. Полученный оригинал – это функция, которая и будет решением дифференциального уравнения.

Любой функции можно сопоставить её преобразование Лапласа:

$$F(p) = \int_0^\infty f(t) e^{-pt} dt,$$

где F (p) – изображение; f (t) – оригинал.

Приведём изображение нескольких часто встречающихся функций.

Определим изображение константы f (t) = A (const):

$$F(p) = A\int_0^\infty e^{-pt} dt = -\frac{e^{-pt}}{p}\Bigg|_0^\infty = \frac{A}{p}.$$

Найдем изображение экспоненциальной функции $f(t) = e^{\alpha t}$:

$$F(p) = A\int_0^\infty e^{\alpha t} e^{-pt} dt = -\frac{e^{-(p-\alpha)t}}{p-\alpha}\Big|_0^\infty = \frac{1}{p-\alpha}.$$

Изображение экспоненциальной функции поможет нам найти изображения синусоидальной косинусной функции sin(wt), cos(wt). Для этого запишем эти функции через формулу Эйлера. Далее осуществляем следующую цепочку преобразований:

$$\sin(\omega t) = \frac{e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}}{2j} \to \frac{1}{2j}\left(\frac{1}{p-j\omega} - \frac{1}{p+j\omega}\right) =$$
$$= \frac{1}{2j}\left(\frac{p+j\omega - p + j\omega}{p^2+\omega^2}\right) = \frac{\omega}{p^2+\omega^2};$$

$$\cos(\omega t) = \frac{e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}}{2} \to \frac{1}{2}\left(\frac{1}{p-j\omega} + \frac{1}{p+j\omega}\right) =$$
$$= \frac{1}{2}\left(\frac{p+j\omega + p - j\omega}{p^2+\omega^2}\right) = \frac{p}{p^2+\omega^2}.$$

Определим изображение производной $\frac{df(t)}{dt}$ функции *f(t)*, имеющей изображение *F(p)*:

$$\int_0^\infty \frac{df(t)}{dt} e^{-pt} dt = \int_0^\infty e^{-pt} df(t) = f(t)e^{-pt}\Big|_0^\infty + p\int_0^\infty f(t)e^{-pt} dt = -f(0) + pF(p).$$

И наконец, определим изображение интегрального выражения $\int_0^t f(t)dt$:

$$\int_0^\infty \left(\int_0^t f(t')dt' \right) e^{-pt} dt = -\frac{1}{p}\int_0^\infty \left(\int_0^t f(t')dt' \right) d\left(e^{-pt}\right) =$$

$$= \frac{e^{-pt}\int_0^t f(t')dt'}{p}\Bigg|_0^\infty + \frac{\int_0^t f(t)e^{-pt}dt'}{p} = \frac{F(p)}{p}.$$

Эта формула относится к **преобразованию Лапласа**, одному из важнейших инструментов в математике и инженерных науках, особенно в теории управления, радиотехнике, решении дифференциальных уравнений и т.д.

Формула показывает преобразование Лапласа от интеграла функции:

$$\mathcal{L}\left\{\int_0^t f(t')\,dt'\right\} = \frac{F(p)}{p}$$

Таблица преобразований Лапласа

$f(t)$-оригинал	$F(p)$-изображение
1	$1/p$
$e^{\alpha t}$	$1/(p-\alpha)$
$e^{-\alpha t}$	$1/(p+\alpha)$
$\sin(\omega t)$	$\omega/\left(p^2-\omega^2\right)$
$\cos(\omega t)$	$p/\left(p^2+\omega^2\right)$
$df(t)/dt$	$-f(0)+pF(p)$
$\int_0^t f(t)dt$	$\dfrac{F(p)}{p}$

Для определения оригинала f(t) используется обратное преобразование Лапласа

$$f(t)=\frac{1}{2\pi j}\int_{\delta-j\infty}^{\delta+j\infty} F(p)\cdot e^{pt}dp.$$

На основании обратного преобразования Лапласа получена **теорема разложения:**

Если $F(p)=\dfrac{D(p)}{B(p)}=\dfrac{d_0+d_1p+d_2p^2+...+d_mp^m}{b_0+b_1p+b_2p^2+...+b_np^n}$, причем:

- $m<n$;
- корни $B(p)=0$ различны;
- корни $D(p)=0$ и $B(p)=0$ различны,

тогда

$$f(t)=\sum_{k=1}^{n}\frac{D(p_k)}{B'(p_k)}\cdot e^{p_k t},$$

где p_k – корни B(p) = 0;

$$B'(p_k)=\left.\frac{dB(p)}{dp}\right|_{p=p_k}.$$

Пример

Дано: изображение $F(p)=I(p)=\dfrac{p+10}{p^3+6p^2+8p}=\dfrac{D(p)}{B(p)}$ (Ас)

Определить: оригинал

Решение: $B(p)=p^3+6p^2+8p=p(p^2+6p+8)=0;$

$p_1=0;\ p_2=-2\left(\frac{1}{\text{c}}\right);\ p_3=-4\left(\frac{1}{\text{c}}\right);$

$B'(p)=3p^2+12p+8;$

$$i(t)=\sum_{k=1}^{n=3}\frac{D(p_k)}{B'(p_k)}\cdot e^{p_k t};$$

$$i(t)=\frac{0+10}{3\cdot 0^2+12\cdot 0+8}\cdot e^{0t}+\frac{-2+10}{3\cdot(-2)^2+12\cdot(-2)+8}\cdot e^{(-2)t}+\frac{-4+10}{3\cdot(-4)^2+12\cdot(-4)+8}\cdot e^{(-4)t};$$

$i(t)=1{,}25-2e^{-2t}+0{,}75e^{-4t}$, А.

Пример

Дано: изображение $F(p)=U(p)=\dfrac{2\cdot 10^4 p+2\cdot 10^6}{p(p^2+200p+2\cdot 10^4)}=\dfrac{D(p)}{B(p)}$, (Вс)

Определить: оригинал

Решение:

$$B(p)=p(p^2+200p+2\cdot 10^4)=0;$$

$$p_1=0; \qquad p_{2,3}=-100\pm j100\left(1/\mathrm{c}\right);$$

$$B'(p)=(p^3+200p^2+2\cdot 10^4 p)'=3p^2+400p+2\cdot 10^4,$$

тогда

$$u(t)=\sum_{k=1}^{n=3}\frac{D(p_k)}{B'(p_k)}\cdot e^{p_k t}=\frac{2\cdot 10^4\cdot 0+2\cdot 10^6}{0^2+400\cdot 0+2\cdot 10^4}e^{0\cdot t}+$$

$$+2\,\mathrm{Re}\left[\frac{2\cdot 10^4\cdot p_2+2\cdot 10^6}{3{p_2}^2+400p_2+2\cdot 10^4}e^{p_2 t}\right]=100+2\,\mathrm{Re}\left[70{,}5e^{-j135^\circ}e^{(-100+j100)t}\right]=$$

$$=100+2\,\mathrm{Re}\left[70{,}5e^{j(-135^\circ+100t)}e^{-100t}\right]=100+141e^{-100t}\cos(100t-135^\circ),\ \mathrm{В}.$$

1.2 Законы Ома и Кирхгофа в операторной форме

Для резистивного элемента: при $I_R(p) = \int\limits_0^\infty i_R(t) e^{-pt} dt$,

$$U_R(p) = \int\limits_0^\infty u_R(t) e^{-pt} dt = R \int\limits_0^\infty i_R(t) e^{-pt} dt;$$

$U_R(p) = R \cdot I_R(p)$ – закон Ома в операторной форме для резистивного элемента.

Для индуктивного элемента $u_L(t) = L \dfrac{di_L}{dt} = L \cdot i_L'(t);$

$$I_L(p) = i_L(t),\; i_L'(t) = p \cdot I_L(p) - i_L(0_+);$$

$$U_L(p) = L \cdot [p \cdot I_L(p) - i_L(0_+)] \text{ или } U_L(p) = Z_L(p) \cdot I_L(p) - L \cdot i_L(0_+);$$

при $Z_L(p) = pL$ и $i_L(0_+) = 0$ получаем закон Ома в операторной форме для индуктивного элемента.

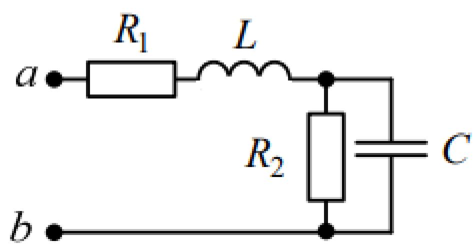
Для ёмкостного элемента: $u_C(t) = u_C(0_+) + \dfrac{1}{C} \int\limits_0^t i_C(t) dt$.

При $I_C(p) = i_C(t)$, $\int\limits_0^t i_C(t) dt = \dfrac{I_C(p)}{p}$ имеем $U_C(p) = \dfrac{u_C(0_+)}{p} + \dfrac{I_C(p)}{pC}$,

или
$$U_C(p)=Z_C(p)\cdot I_C(p)+{u_C(0_+)}/{p}\,.$$

При $Z_C(p)$ = 1/pC = и u_C (0_+) = 0 получаем закон Ома в операторной форме для емкостного элемента.

Пример

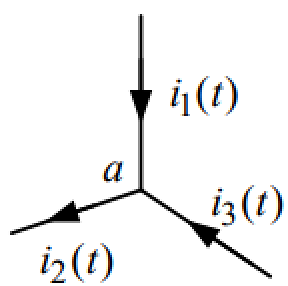


$$Z(p)=R_1+pL+\frac{R_2\dfrac{1}{pC}}{R_2+\dfrac{1}{pC}}.$$

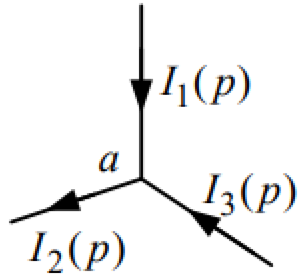
Первый закон Кирхгофа в операторной форме. Так как

$$\sum\pm i_k(t)=0\text{, то }\sum\pm\int_0^\infty i_k(t)e^{-pt}dt=0\,;$$

$\sum\pm I_k(p)=0$ – первый закон Кирхгофа в операторной форме



$$-i_1(t)+i_2(t)-i_3(t)=0;$$



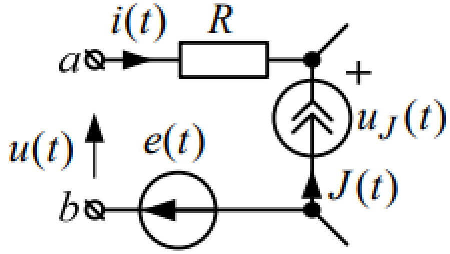
$$-I_1(p)+I_2(p)-I_3(p)=0.$$

Второй закон Кирхгофа в операторной форме:

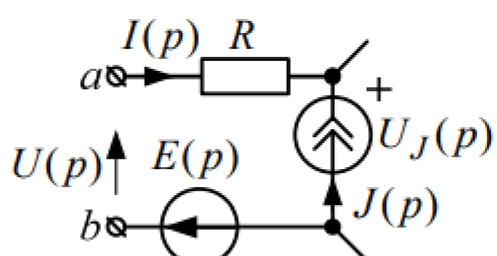
Так как $\sum\pm u_{\text{п}}(t)=\sum\pm e_k(t)+\sum\pm u_{J_q}(t)$,

то $\sum\pm\int\limits_0^\infty u_{\text{п}}(t)e^{-pt}dt=\sum\pm\int\limits_0^\infty e_k(t)e^{-pt}dt\ +\ \sum\pm\int\limits_0^\infty u_{J_q}(t)e^{-pt}dt$,

или $\sum\pm U_{\text{п}}(p)=\sum\pm E_k(p)+\sum\pm U_{J_q}(p)$ – второй закон Кирхгофа в операторной форме.



$$R\,i(t)=u(t)+e(t)-u_J(t);$$



$$R\,I(p)=U(p)+E(p)-U_J(p).$$

План лекции:

1.1 Комбинированный операторно-классический метод расчета переходных процессов;
1.2 Метод переменных состояния.

1.1 Комбинированный операторно-классический метод расчета переходных процессов

Цель метода – упрощение операторных изображений искомых напряжений и токов.

Сущность метода – применение принципа наложения.

Принужденные составляющие находятся из расчета установившегося режима после коммутации, а свободные составляющие определяются из расчета операторной схемы (после коммутации).

Порядок расчета:

1. Определяются независимые начальные условия:

$$i_L(0_-) = i_L(0) \text{ и } u_C(0_-) = u_C(0).$$

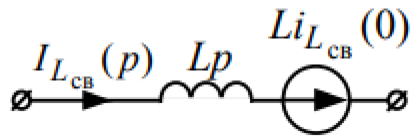
2. Определяются принужденные составляющие тока в индуктивности, напряжения емкости и искомых величин, например $i_{\text{пр}}(t)$.

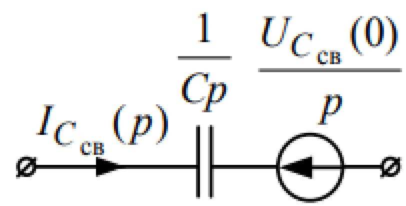
3. Определяются значения свободных составляющих при t = 0:

$$i_{L_{\text{св}}}(0) = i_L(0) - i_{\text{пр}_L}(0);$$

$$u_{C_{\text{св}}}(0) = u_C(0) - u_{\text{пр}_C}(0).$$

4. Рассчитывается операторная схема после коммутации для свободных составляющих, где источники ЭДС закорочены, ветви с источниками тока разорваны, причем индуктивности и емкости изображаются так:





Находится операторное изображение свободной составляющей, например:

$$I_{\text{св}}(p) = \frac{D(p)}{B(p)}.$$

5. По теореме разложения и принципу наложения находим:

$$i(t) = i_{\text{пр}}(t) + \underbrace{\sum_{k=1}^{n} \frac{D(p_k)}{B'(p_k)} e^{p_k t}}_{i_{\text{св}}(t)}.$$

Пример

Дано:

$e(t) = 200\sin(100t + 90^\circ)$, В;

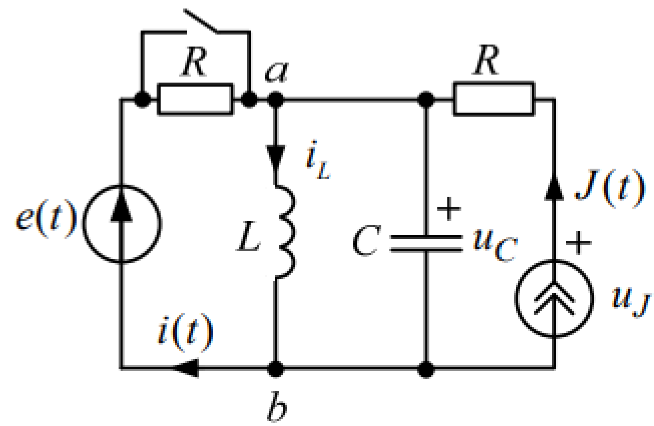
$J(t) = 1\sin 100t$, А;

$L = 1$ Гн;

$C = 100$ мкФ;

$R = 100$ Ом .

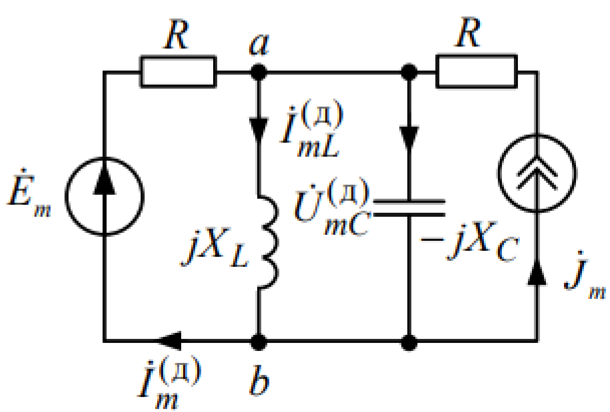
Определить: $i(t)$, $u_J(t)$



Решение:

1. Определяются независимые начальные условия:

$$i_L(0\_) = i_L(0) \text{ и } u_C(0\_) = u_C(0);$$



$$\dot{E}_m = 200e^{j90^\circ} \text{, В;}$$

$$\dot{J}_m = 1e^{j0^\circ} \text{, А;}$$

$$X_L = \omega L = 100 \text{ Ом;}$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = 100 \text{ Ом.}$$

Так как $\quad \underline{Z}_{ab}=\dfrac{jX_L(-jX_C)}{jX_L-jX_C}=\infty$, то $\dot I_m^{(\text{д})}=-\dot J_m$,

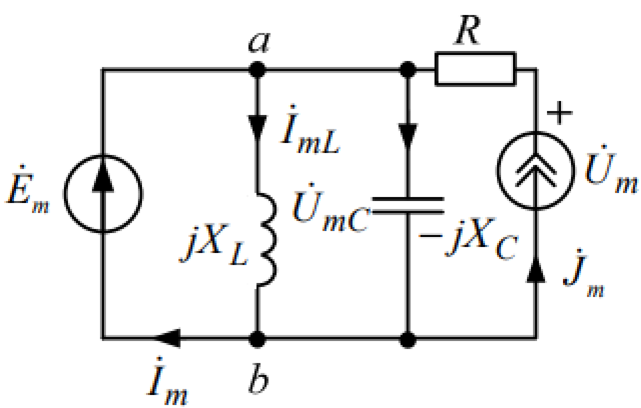
$$\dot U_{mC}^{(\text{д})}=\dot E_m-\dot I_m^{(\text{д})}R=200e^{j90^\circ}+2e^{j0^\circ}\cdot 100=282e^{j45^\circ}\text{, В;}$$

$$\dot I_{mL}^{(\text{д})}=\frac{\dot U_{mC}^{(\text{д})}}{jX_L}=\frac{282e^{j45^\circ}}{j100}=2{,}82e^{-j45^\circ}\text{, А;}$$

$$i_L^{(\text{д})}=2{,}82\sin(100t-45^\circ),\qquad i_L(0)=i_L^{(\text{д})}(0)=2{,}82\sin(-45^\circ)=-2\text{ А;}$$

$$u_C^{(\text{д})}=282\sin(100t+45^\circ),\qquad u_C(0)=u_C^{(\text{д})}(0)=282\sin(45^\circ)=200\text{ В.}$$

2. Определяются принужденные составляющие тока в индуктивности, напряжения емкости и искомых величин: $i_{\text{пр}_L}(t)$, $i_{\text{пр}}(t)$, $u_{\text{пр}_C}$, $u_{\text{пр}_J}(t)$.



$$X_L=X_C;$$

$$\dot U_{mC}=\dot E_m=200e^{j90^\circ}\text{, В;}$$

$$\dot I_{mL}=\dot U_{mC}/jX_L=2e^{j0^\circ}\text{, А;}$$

$$\dot I_m=-\dot J_m=2e^{j180^\circ}\text{, А;}$$

$$\dot U_m=R\dot J_m+\dot U_{mC}=282e^{j45^\circ}\text{, В.}$$

$$i_{\text{пр}_L}(t) = 2\sin 100t \ \text{А}, \ u_{\text{пр}_C}(t) = 200\sin(100t + 90^\circ), \text{В};$$

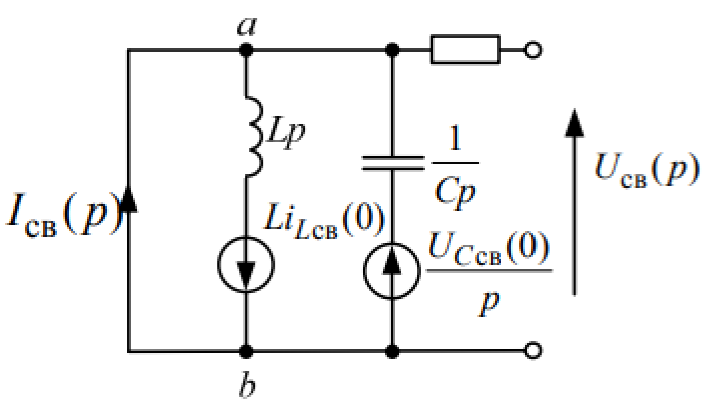
$$i_{\text{пр}}(t) = 2\sin(100t + 180^\circ)\,\text{А}, \ u_{\text{пр}_J}(t) = 282\sin(100t + 45^\circ), \text{В}.$$

3. Определяются значения свободных составляющих при t = 0:

$$i_{L_{\text{св}}}(0) = i_L(0) - i_{\text{пр}_L}(0) = 2 - 2\sin 0 = -2 \ \text{А};$$

$$u_{C_{\text{св}}}(0) = u_C(0) - u_{\text{пр}_C}(0) = 200 - 200\sin 90^\circ = 0 \ \text{В}.$$

4. Рассчитывается операторная схема после коммутации для свободных составляющих, где источники ЭДС закорочены, ветви с источниками тока разорваны, причем индуктивности и емкости изображаются так:



$$I_{\text{св}}(p) = \frac{Li_{L_{\text{св}}}(0)}{pL} = -\frac{2}{p} = \frac{D(p)}{B(p)};$$

$$U_{\text{св}}(p) = 0.$$

5. По теореме разложения и принципу наложения находим:

$$i(t) = i_{\text{пр}}(t) + \sum_{k=1}^{n=1} \frac{D(p_k)}{B'(p_k)} e^{p_k t} = 2\sin(100t + 180^\circ) - 2 \text{ , А;}$$

$$u_J(t) = u_{\text{пр}_J}(t) + u_{\text{св}}(t) = 282\sin(100t + 45^\circ) \text{, В.}$$

1.2 Метод переменных состояния

Метод переменных состояния используется для численного расчета переходных процессов, особенно в цепях высокого порядка (n > 2), когда применение аналитических методов затруднительно. Суть метода заключается в сведении дифференциального уравнения электрической цепи n-го порядка к системе n дифференциальных уравнений первого порядка. Система дифференциальных уравнений первого порядка должна быть разрешена относительно производных. Коэффициенты при производных должны быть равны единице. Такая форма записи называется формой Коши. В качестве переменных состояния выбираются величины, однозначно определяющие состояние цепи – величины, подчиняющиеся законам коммутации, т.е. **токи в индуктивностях и напряжения на емкостях.**

Таким образом, составляются уравнения по законам Кирхгофа для мгновенных значений в послекоммутационной цепи, записываются в нормализованной форме или форме Коши и решаются численно с помощью встроенных функций MathCAD или Matlab.

Уравнения состояния в матричной форме:

$$[\mathbf{X'(t)}] = [\mathbf{A}] \cdot [\mathbf{X(t)}] + [\mathbf{B}] \cdot [\mathbf{F(t)}],$$

где $[\mathbf{X'(t)}]$ – матрица-столбец производных от токов в индуктивностях и напряжений в емкостях (n-элементов);

A – квадратная матрица коэффициентов при переменных состояния (n-строк и n-столбцов);

[B] – прямоугольная матрица связи, состоящая из коэффициентов перед источниками ЭДС и тока (n-строк, m-столбцов);

[F(t)] – матрица-столбец (независимых) источников ЭДС и тока (m-элементов);

D (x, t) – расширенная матрица.

Алгебраические уравнения для выходных величин в матричной форме:

$$[\mathbf{Y(t)}] = [\mathbf{C}] \times [\mathbf{X(t)}] + [\mathbf{D}] \times [\mathbf{F(t)}],$$

где **[Y(t)]** – матрица-столбец выходных величин (k-элементов);

[C] – прямоугольная матрица связи выходных величин с переменными состояния (k-строк, n-столбцов);

[D] – прямоугольная матрица связи выходных величин с источниками (k-строк, m-столбцов).

Порядок расчета:

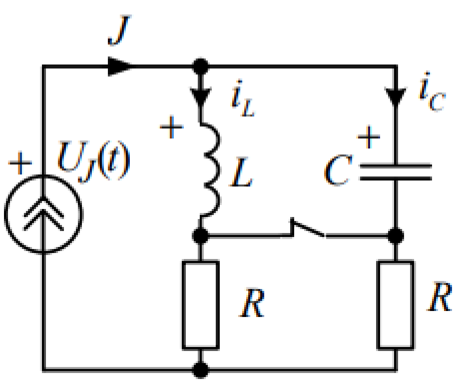
1. **ННУ**. Определяем независимые начальные условия в цепи до коммутации: i_L (0_) или u_C (0_).

2. Для схемы после коммутации по законам Кирхгофа составляем уравнения.

3. Решаем уравнения численно с помощью встроенных функций MathCAD или MatLab.

Записываем окончательное решение и строим график.

Пример:



Дано:

$J = 1$ А;

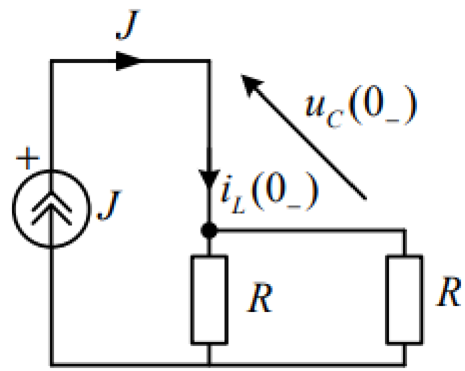
$L = 1$ Гн;

$C = 10$ мкФ;

$R = 100$ Ом.

Определить: $U_J(t)$

1. ННУ. Для схемы до коммутации определяем независимые начальные условия:



$$i_L(0\_) = J \text{ A};$$
$$u_C(0\_) = 0 \text{ B}.$$

2. Для схемы после коммутации составляем уравнения по законам Кирхгофа. Система дифференциальных уравнений первого порядка должна быть разрешена относительно производных для получения уравнений. Для получения уравнений можно воспользоваться **методом наложения.**

В **послекоммутационной** цепи по теореме компенсации заменим реактивные элементы источниками: индуктивность – источником тока, величиной i_L, а ёмкость - источником ЭДС, величиной u_C. В полученной схеме определим **методом наложения** две величины: i_C и u_L:

Контрольные вопросы

1. Что называется переходным процессом в электрической цепи?

2. Какие физические причины вызывают возникновение переходных процессов в цепях?

3. Чем отличается установившийся режим от переходного?

4. Что такое начальные условия и какую роль они играют в анализе переходных процессов?

5. Как формулируются начальные условия для индуктивности и ёмкости?

6. Запишите дифференциальное уравнение для RLC-цепи при последовательном соединении элементов.

7. Что означает характер корней характеристического уравнения при анализе переходного процесса в цепи второго порядка?

8. Как влияет величина сопротивления на характер переходного процесса в RLC-цепи?

9. Перечислите возможные режимы переходного процесса в цепи второго порядка (апериодический, колебательный, критический).

10. В чём заключается метод классического (временного) анализа переходных процессов?

11. Как использовать метод постоянных коэффициентов для решения дифференциальных уравнений цепей?

12. Каков порядок действий при расчёте переходного процесса в цепи при коммутации с источником постоянного напряжения?

Список литературы

1. Теоретические основы электротехники [Текст]: учебник для студентов вузов энергетических и электротехнических специальностей / А. Н. Горбу-нов [и др.] ; под ред. А. В. Кравцова, 2022. - 412 с.

2. Электротехника и электроника [Текст]: учебник для студентов вузов энергетических и электротехнических специальностей / А. Н. Горбунов [и др.] ; под ред. А. В. Кравцова, 2022. - 614 с.

3. Бессонов, Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи [Текст] : учебник для студентов вузов, аспирантов, обучающихся по направлению подготовки "Электротехника, электромеханика и электротехнологии", "Электроэнергетика", "Приборостроение" / Л. А. Бессонов, 2023. - 701 с.

4. Бессонов, Л.А. Теоретические основы электротехники. Электромагнитное поле [Текст] : Учебник для студентов вузов, обучающихся по направлениям "Электротехника", "Электротехнологии", "Электромеханика" и "Приборостроение" / Л.А. Бессонов, 2023. - 316 с.

5. Ждановская Г. В. Электрооборудование технологических установок отрасли [Текст]. Ч. 1: Теоретические основы электротехники, 2023. - 414 с.

6. Ibrayev, A.T. Theoretical basics of electrical engineering [Текст]: textbook for is students of tehnical specialty / A. T. Ibrayev, 2016. - 298 p.

7. Бессонов, Л.А. Теоретические основы электротехники. Электромагнитное поле [Текст]: Электронный ресурс]: учебник / Л. А. Бессонов, 2016. - 317 с.

8. Бессонов, Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи [Электронный ресурс] : учебник / Л. А. Бессонов, 2016. - 701 с.

9. Теоретические основы электротехники : учебник / А. Д. Мехтиев [и др.]; Кафедра "Энергетические системы". - Караганда : КарГТУ, 2017

10. Johnson, Don. Fundamentals of Electrical Engineering I [Электронный ресурс] / Don Johnson, 2017. - 334/1 с.

11. Кузнецов Э. В. Электротехника и электроника [Текст]: учебник и практикум для академического бакалавриата. Т. 1: Электрические и магнитные цепи: учебник и практикум для студентов, 2019. - 255 с.

12. Основы электроники: учебник / А. В. Таранов [и др.] ; М-во образования и науки РК, Карагандинский государственный технический университет, Кафедра "Энергетические системы". - Караганда : КарГТУ, 2019. - 160 с.

13. Basics of Electronics : tutorial / A. V. Taranov [et al.] ; Karaganda state technical university. - Karaganda : KSTU Publishing House, 2020. - 148 p.

Спасибо за внимание!

Желаю успехов в изучении данного онлайн-курса!