

Раздел III Установившееся движение упругой жидкости и газов в пористой среде

Тема 3.1 Дифференциальные уравнения установившейся фильтрации упругой жидкости и газа по закону Дарси. Функция Лейбензона

План лекции

1. Ввод функции Лейбензона.
2. Аналогия фильтрации сжимаемой и несжимаемой жидкости.
3. Установившаяся фильтрация сжимаемой жидкости.

Краткое содержание лекции

При переменных значениях проницаемости, вязкости и плотности, как функциях давления, что характерно для упругой жидкости, функция Лейбензона имеет вид:

$$d\mathcal{P} = \frac{\kappa(p) \cdot \rho(p)}{\mu(p)} dp, \quad (3.1)$$

откуда

$$\mathcal{P} = \int \frac{\kappa(p) \cdot \rho(p)}{\mu(p)} dp + C. \quad (3.2)$$

Используя принцип полного дифференциала от многих переменных

$$\frac{\partial \mathcal{P}}{\partial x} dx + \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial y} dy + \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial z} dz + \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial t} dt = 0 \quad (3.3)$$

Подставляя значения $\frac{\partial \mathcal{P}}{\partial x} = \frac{\kappa(p)\rho(p)}{\mu(p)} \cdot \frac{\partial p}{\partial x}$ аналогично для $\frac{\partial \mathcal{P}}{\partial y}$, $\frac{\partial \mathcal{P}}{\partial z}$ и $\frac{\partial \mathcal{P}}{\partial t}$, а также используя выражения массовых скоростей фильтрации, подставляя в них переменную плотность ρ , получим уравнение неразрывности (сплошности):

$$\frac{\partial^2 \mathcal{P}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathcal{P}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathcal{P}}{\partial z^2} = \frac{\partial(\rho m)}{\partial t}, \quad (3.4)$$

которое при установившейся фильтрации $\frac{\partial(\rho m)}{\partial t} = 0$, будет равно нулю, и удовлетворять уравнению Лапласа.

Введение функции Лейбензона позволяет установить аналогию между установившимися фильтрациями сжимаемого и несжимаемого флюидов.

Если принять $\kappa = \mu = \text{const}$, а плотность согласно условию $\rho = \rho(p)$, то функция Лейбензона примет вид: $\mathcal{P} = \int \rho(p) dp + C$ (3.5)

$$d\mathcal{P} = \rho(p) dp \quad (3.6)$$

При установившейся фильтрации сжимаемого флюида массовый дебит Q_m будет постоянным $Q_m = \rho Q = -\frac{\kappa}{\mu} \cdot \rho(p) \frac{dp}{dS} \cdot S = -\frac{\kappa}{\mu} \cdot \frac{d\mathcal{P}}{dS} \cdot S = \text{const}$, (3.7)

где Q - объемный дебит для несжимаемой жидкости $Q = -\frac{\kappa}{\mu} \cdot \frac{dp}{dS} \cdot S$. (3.8)

Т.о., выражение дебитов являются однозначными дифференциальными уравнениями, где объемному дебиту несжимаемой жидкости, соответствует

массовый дебит сжимаемой жидкости, давлению p соответствует массовый дебит сжимаемой жидкости, давлению p соответствует функция Лейбензона, а уравнению Лапласа для сжимаемой жидкости соответствует уравнение фильтрации несжимаемой жидкости по закону Дарси $\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = 0$. (3.9)

Уравнения движения несжимаемой жидкости связывают скорость фильтрации W с давлением p , а для сжимаемого флюида – массовую скорость ρW с функцией Лейбензона $\mathcal{P}$.

Выражение функции Лейбензона для упругой жидкости с учетом вязкости среды:

$$\mathcal{P} = \int \rho dp + C = \int \rho_0 \cdot e^{\beta_{ж}(p-p_0)} dp + C = \frac{\rho}{\beta_{ж}} + C. \quad (3.10)$$

Если $\beta_{ж}(p-p_0) \ll 1$, то используя уравнение состояния $\rho = \rho_0[1 + \beta_{ж}(p-p_0)]$, получим следующее выражение функции Лейбензона:

$$\mathcal{P} = \frac{\rho_0}{\beta_{ж}} [1 + \beta_{ж}(p-p_0)] + C = \rho_0 p + C. \quad (3.11)$$

Контрольные вопросы для СРС

1. Описать дифференциальное уравнение установившейся фильтрации сжимаемой жидкости и газа.
2. Значение функции Лейбензона, ее составляющие.
3. Условия установившегося движения сжимаемой жидкости.
4. Аналогия установившейся фильтрации сжимаемого флюида с фильтрацией несжимаемой жидкости.

Тема 3.2 Установившаяся фильтрация идеального и реального газов

План лекции

1. Функция Лейбензона для идеального газа.
2. Распределение давления и дебита при параллельно-струйной, плоскорадиальной фильтрации по закону Дарси и при нелинейном законе фильтрации.
3. Распределение давления и массовый дебит реального газа.

Краткое содержание лекции

Природные газы считаются идеальными (нет сцепления молекул, объем молекул ничтожно мал), если пластовые давления невелики и газ отбирается при депрессии до 1 МПа. Из реальных газов по свойствам к идеальным газам приближаются водород, гелий и др.

Уравнение состояния идеального газа

$$\frac{p}{\rho_{атм}} = RT = \frac{p_{атм}}{\rho_{атм}} \quad (3.12)$$

Функция Лейбензона для идеального газа

$$\mathcal{P} \int \rho dp + C = \int \frac{\rho_{атм} P}{p_{атм}} \cdot dp + C = \frac{\rho_{атм} \cdot p^2}{2 p_{атм}} + C \quad (3.13)$$

При параллельно-струйной фильтрации (аналогично прямолинейно-параллельной фильтрации несжимаемой жидкости) $\mathcal{P} = \mathcal{P}_\kappa - \frac{\mathcal{P}_\kappa - \mathcal{P}_c}{L_\kappa} \cdot x$ () и

подставляя $\mathcal{P} = \frac{\rho_{атм} \cdot p^2}{2 p_{атм}} + C$ () для $\mathcal{P}_\kappa$ и $\mathcal{P}_c$, имеем

$$\mathcal{P}_\kappa = \frac{\rho_{атм} \cdot p_\kappa^2}{2 p_{атм}} + C, \quad \mathcal{P}_c = \frac{\rho_{атм} \cdot p_c^2}{2 p_{атм}} + C, \quad (3.14)$$

откуда распределение давления $p = \sqrt{p_c^2 - \frac{p_\kappa^2 - p_c^2}{L_\kappa} \cdot x}$ (3.15)

градиент давления $\frac{dp}{dx} = -\frac{p_\kappa^2 - p_c^2}{2 L_\kappa} \cdot \frac{1}{p}$ (3.16).

Аналогично объемному расходу значение массового дебита (с заменой давления на функцию Лецбензона) будет равно:

$$Q_m = \frac{\kappa}{\mu} \cdot \frac{\mathcal{P}_\kappa - \mathcal{P}_c}{L_x} \cdot B \cdot h = \frac{\kappa}{\mu} \cdot \frac{\frac{\rho_{атм}}{2 p_{атм}} (p_\kappa^2 - p_c^2)}{L_\kappa} \cdot B \cdot h. \quad (3.17)$$

Скорость фильтрации $W = \frac{\kappa}{2\mu} \cdot \frac{p_\kappa^2 - p_c^2}{L_\kappa} \cdot \frac{1}{p}$. (3.18)

Средневзвешенное давление идеального газа

$$\tilde{p} = \frac{2}{3} \cdot \frac{p_\kappa^3 - p_c^3}{p_\kappa^2 - p_c^2}. \quad (3.19)$$

Плоско-радиальный поток идеального газа

Распределение давления $p = \sqrt{p_\kappa^2 - \frac{p_\kappa^2 - p_c^2}{\ln \frac{R_\kappa}{r_c}} \cdot \ln \frac{R_\kappa}{r}};$ (3.20)

Градиент давления $\frac{dp}{dx} = \frac{p_\kappa^2 - p_c^2}{2 \ln \frac{R_\kappa}{r_c}} \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{1}{p};$ (3.21)

Дебит газовой скважины (приведенный к атм. давлению)

$$\frac{Q_m}{p_{атм}} = \frac{\pi \cdot \kappa \cdot h (p_\kappa^2 - p_c^2)}{\mu \cdot p_{атм} \ln \frac{R_\kappa}{r_c}}; \quad (3.22)$$

Скорость фильтрации $W = \frac{\kappa}{\mu} \cdot \frac{p_\kappa^2 - p_c^2}{2 \ln \frac{R_\kappa}{r_c}} \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{1}{p};$ (3.23)

Средневзвешенное по объему порового пространства пластовое давление

$$\tilde{p} = p_{\kappa} \left[1 - \frac{1 - (p_c/p_{\kappa})^2}{4 \ln R_{\kappa}/r_c} \right].$$

(3.24)

В случае плоскорадиальной фильтрации идеального газа при нелинейном законе фильтрации: $-\frac{dp}{dS} = AW + BW^2$

(3.25)

дебит скважины, приведенный к атмосферному давлению и пластовой температуре $p_{\kappa}^2 - p_c^2 = \frac{\mu p_{атм}}{\pi \kappa h} \ln \frac{R_{\kappa}}{r_c} \cdot Q_{атм} + \frac{\beta \cdot \rho_{атм} p_{атм}}{2\pi^2 h^2} \left(\frac{1}{r_c} - \frac{1}{R_{\kappa}} \right) Q_{атм}^2.$

(3.26)

Установившаяся фильтрация реального газа

При больших давлениях ($p > 10 \text{ МПа}$) и депрессиях ($p_c/p_{\kappa} \leq 0.9$) уравнение Клапейрона имеет вид: $\frac{p}{\rho} = zRT,$

(3.27)

где $z = z(p, T)$ - коэффициент учитывающий отклонение реального от идеального и зависящий от приведенных давлений и температуры.

Дебит скважины (приведенный к атмосферному давлению)

$$Q_{атм} = \frac{Q_m}{\rho_{атм}} = \frac{2\pi \kappa h}{p_{атм} \cdot \ln \frac{R_{\kappa}}{r_c}} \int_{p_c}^{p_{\kappa}} \frac{p}{\mu(p) \cdot z(p)} \cdot dp. \quad (3.28)$$

Т.к. природный газ состоит из различных компонентов (метан, этан, пропан, и др.), для определения z и μ предварительно определяются значения среднекритических значений давления и температуры компонентов, затем среднепластовые значения $\tilde{z}$ и вязкости $\tilde{\mu}$ по графикам $\tilde{z}(p)$ и $\tilde{\mu}(p)$. Затем вычисляется интеграл и формула приобретает вид:

$$Q_{атм} = \frac{\pi \cdot \kappa \cdot h (p_{\kappa}^2 - p_c^2)}{p_{атм} \cdot \tilde{z} \cdot \tilde{\mu} \cdot \ln \frac{R_{\kappa}}{r_c}}. \quad (3.29)$$

Тема 3.3 Установившаяся фильтрация газированной жидкости

План лекции

1. Состояние и фильтрация газированной жидкости в пласте.
2. Объемный газовый фактор и объемная насыщенность порового пространства.

3. Функция С.А. Христиановича при определении характеристик фильтрации газожидкостных систем.

Краткое содержание лекции

Газированная жидкость представляет смесь жидкой и газовой фаз. Газ находится не только в свободном состоянии; часть его растворена в жидком компоненте смеси.

В нефти, залегающей в естественных пластах, обычно содержится природный газ. Если давление в пласте выше давления насыщения, то весь газ полностью растворён в нефти, и она ведет себя как однородная. При снижении давления ниже давления насыщения из нефти выделяются пузырьки газа. При мере приближения к забою скважины давление падает, и размеры пузырьков увеличиваются вследствие расширения газа, и образуется движущаяся смесь нефти и свободного газа. Свободный газ становится все более подвижным и фазовая проницаемость породы для газа растет, а для жидкой фазы уменьшается. В одной и той же точке пористой среды фазовая проницаемость имеет разные значения для жидкой и газовой фаз и находится в определенной зависимости от давления.

Фазовые проницаемости зависят от насыщенности порового пространства жидкой фазой σ . Насыщенностью называется отношение объема пор, занятого жидкой фазой, ко всему объему в данном элементе пористой среды. Построены графики зависимостей относительных фазовых проницаемостей от насыщенности для различных пород

$$K_{жс}^* = \frac{K_{жс}}{K}; K_{гс}^* = \frac{K_{гс}}{K}, \quad (3.30)$$

где K – абсолютная проницаемость породы, определяемая из данных по фильтрации жидкости.

Объемным газовым фактором называется отношение объемного газового дебита Q_g к объемному дебиту жидкого компонента $Q_{жс}$, приведенных к атмосферному давлению.

При установившейся фильтрации газированной жидкости газовый фактор остается постоянным вдоль потока.

Т.к. насыщенность является однозначной функцией давления, то относительную фазовую проницаемость жидкой фазы можно связать с давлением и построить график $K_{жс}^*(p^*)$, где безразмерное давление

$$p^* = \frac{p}{p_{атм} \xi}, \quad (3.31)$$

$$\text{где} \quad \xi = \Gamma \cdot \frac{\mu_r}{\mu_{жс}}. \quad (3.32)$$

С.А. Христиановичем [1, 4] нелинейные задачи неустановившейся фильтрации сведены к задачам движения однородной несжимаемой жидкости в пористой среде путем введения вспомогательной функции

$$H = \int_0^P K_{ж}^* dp \quad (3.33)$$

при переменной K , которую он назвал фиктивным напором .

Через функцию С.А. Христиановича дебит жидкой фазы записывается по закону Дарси, в котором роль давления играет фиктивный напор H . При этом, справедливы все формулы выведенные для однородной несжимаемой жидкости. Дебит жидкой фазы для плоскорадиальной фильтрации

$$Q_{ж} = \frac{2\pi K h (H_K - H_c)}{\mu_{ж} \ln \frac{R_K}{r_c}}, \quad (3.34)$$

для прямолинейно – параллельной фильтрации

$$Q_{ж} = \frac{K}{\mu_{ж}} \cdot \frac{(H_K - H_c)}{l} \cdot B \cdot h. \quad (3.35)$$

Распределение давления для плоскорадиальной фильтрации

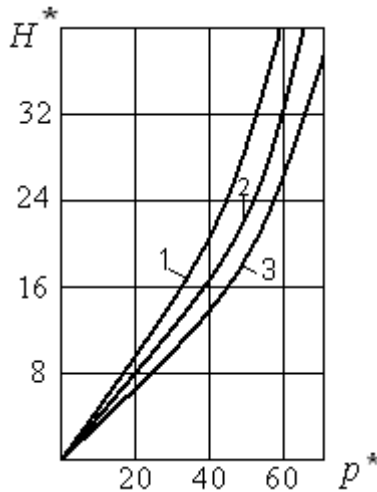
$$H = H_K - \frac{H_K - H_c}{\ln \frac{R_K}{r_c}} \cdot \ln \frac{R_K}{r}, \quad (3.36)$$

для прямолинейно – параллельной фильтрации

$$H = H_K - \frac{H_K - H_\Gamma}{l} \cdot x. \quad (3.37)$$

Значения функции С.А. Христиановича определяют следующим образом. Путем графического интегрирования строят безразмерную функцию H^* :

$$H^* = \int_0^{p^*} K_{ж}^* \cdot dp^*, \quad (3.38)$$



используя график $K_{ж}^*(p^*)$. Зависимость H^* от p^* представлена на графике для трех значений

$$\alpha = \frac{\delta \mu_\Gamma}{\mu_{ж} P_{ам}} \quad (\alpha_1=0,020; \alpha_2=0,015; \alpha_3=0,01), \quad (3.39)$$

где δ – объемный коэффициент растворимости газа в жидкости.

$$\text{Затем определяют значение } \xi = \Gamma \cdot \frac{\mu_\Gamma}{\mu_{ж}} \quad (3.40)$$

и переходят от размерного давления к безразмерному при помощи формулы

$$p^* = \frac{p}{p_{ам} \cdot \xi}, \quad (3.41)$$

по графику находят значение H^* , соответствующее подсчитанному значению p^* и переходят к размерной функции H : $H = H^* \cdot \xi P_{ам}$. (3.42)

Функция H , кроме давления (переменной величины в пласте), зависит от постоянного параметра α .

Рекомендуемая литература

1.Пыхачев Г.Б., Исаев Р.Г. Подземная гидравлика. Учебное пособие для нефтяных специальностей вузов. М.Недра,1973 г. с.75-85.

2. Басниев К.С., Власов А.М., Кочина И.Н., Максимов В.М. Подземная гидравлика. Учебник для вузов М.Недра, 1986 г., с.198-232.

Контрольные вопросы для СРС

1. Особенности движения газированных жидкостей в пласте.
2. Насыщенность порового пространства.
3. Объемный газовый фактор.
4. Функция С.А.Христиановича.
5. Значения дебита и распределения давления при прямолинейно-параллельной и плоскорадиальной фильтрации.