

Дәріс 3.1 Қатты дененің кинематикасы.

Дәрістің мақсаты – нүктенің күрделі қозғалыс туралы түсініктеме беру, Кориолис теоремасын дәлелдеу

Дәрістің жоспары

1. Негізгі түсініктер мен анықтамалар
2. Жылдамдықтарды қосу туралы теорема
3. Кориолис теоремасы
4. Кориолистік үдеу, оның қасиеттері. Н.Е.Жуковскийдің ережесі

Нүкте қозғалысы күрделі қозғалыс деп есептеледі, егер сол нүктенің қозғалысы кемінде екі координаттық жүйелерге қатысты қарастырылса, соңғылардың біреуі «қозғалмайтын» координаттық жүйе болуы қажет.

Нүкте M берілген $Oxyz$ координаттар жүйесінде, ал ол жүйенің өзі басқа бір «қозғалмайтын» $O_1x_1y_1z_1$ координаттық жүйесінде қозғалатын болсын. Мұндай жағдайда нүкте M $O_1x_1y_1z_1$ жүйесіне қарағанда күрделі қозғалыста дейміз.

Анықтама. Нүктенің қозғалмалы $Oxyz$ жүйесіне қатысты қозғалысы оның салыстырмалы қозғалысы деп, $Oxyz$ жүйесінің негізгі $O_1x_1y_1z_1$ жүйесінде қозғалуын салдарынан болған қозғалысын оның тасымал қозғалысы деп, негізгі $O_1x_1y_1z_1$ жүйесіне қатысты қозғалысы оның абсолют қозғалысы деп атайды.

Нүктенің әрбір қозғалыстағы кинематикалық сипаттамалары сол қозғалыстарға сәйкес аталады.

Теорема. Күрделі қозғалыстағы нүктенің абсолют жылдамдығы оның салыстырмалы және тасымал жылдамдықтарының геометриялық қосындысына тең: $\vec{v}_a = \vec{v}_r + \vec{v}_e$.

Абсолют жылдамдығының модулі проекциялар әдісі арқылы табылды. Ол үшін векторлық теңдеуді қозғалмайтын $O_1x_1y_1z_1$ санақ жүйесі өстеріне проекциялау керек:

$$v_a = \sqrt{v_{a_{x1}}^2 + v_{a_{y1}}^2 + v_{a_{z1}}^2}.$$

Нүктенің күрделі қозғалысында үдеуін табу үшін абсолют жылдамдық өрнегінен уақыт бойынша толық туынды алып және Бур формуласын ескерсек, мынаны аламыз:

$$\vec{a}_a = \vec{a}_e + \vec{a}_r + 2(\vec{\omega}_e \times \vec{v}_r)$$

немесе

$$\vec{a}_a = \vec{a}_e + \vec{a}_r + \vec{a}_k, \quad)$$

мұндағы вектор $\vec{a}_k = 2(\vec{\omega}_e \times \vec{v}_r)$ - M нүктесінің салыстырмалы қозғалысы мен $O_1x_1y_1z_1$ жүйесінің O нүктесінен айнала қозғалысынан туған қосымша үдеу. Оны **бұрылу үдеу** немесе **кориолистік үдеу** деп атайды.

Сонымен, **күрделі қозғалыстағы нүктенің үдеуі оның тасымал, салыстырмалы және кориолистік үдеулерінің векторлық қосындысына тең.**

Бұл қорытынды **үдеулерді қосу теоремасы** немесе **Кориолис теоремасы** деп атайды.

Абсолют үдеудің модулі жалпы жағдайда проекциялар әдісі арықылы табылады. Онда нүктенің абсолют үдеуі

$$a_a = \sqrt{a_{a_{x1}}^2 + a_{a_{y1}}^2 + a_{a_{z1}}^2}.$$

Кориолистік үдеудің векторы

$$\vec{a}_k = 2(\vec{\omega}_e \times \vec{v}_r),$$

мұнда $\vec{\omega}_e$ - тасымал бұрыштық жылдамдық; $\vec{v}_r$ - салыстырмалы жылдамдық.

Кориолистiк үдеудiң модулi мына формуламен есептеледi:

$$a_k = 2\omega_e v_r \sin(\vec{\omega}_e \wedge \vec{v}_r)$$

Кориолистiк үдеудiң бағытың Н.Е. Жуковский ережесi арқылы анықтауға болады:

- 1) тасымал бұрыштық жылдамдық векторына (немесе айналу өсіне) перпендикуляр етіп жазықтық жүргіземіз;
- 2) сол жазықтыққа салыстырмалы жылдамдық векторының проекциясын аламыз;
- 3) салыстырмалы жылдамдық проекциясын дененің айналу бағытына 90⁰-қа бұрамыз. Алынған бағыт – кориолистiк үдеудiң бағыты болады.

Егер: а) $\vec{\omega}_e = 0$, яғни тасымал қозғалыс iлгерілемелi болғаны; б) $\vec{v}_r = 0$ (мысалы, салыстырмалы қозғалысының бағыты кері бағытқа ауысқан мезетте); в) $\sin(\vec{\omega}_e \wedge \vec{v}_r) = 0$, яғни $\vec{\omega}_e \parallel \vec{v}_r$, онда кориолистiк үдеу $\vec{a}_k = 0$.

ГЛОССАРИЙ

Нүктенің күрделі қозғалысы	Сложное движение точки	Compound motion of particle
Нүктенің абсолют қозғалысы	Абсолютное движение точки	Absolute motion of particle
Нүктенің салыстырмалы қозғалысы	Относительное движение точки	Relative motion
Нүктенің тасымал қозғалысы	Переносное движение точки	Bulk motion
Кориолистiк үдеу	Ускорение Кориолиса	Coriolis acceleration
Салыстырмалы жылдамдық (үдеу)	Относительная скорость (ускорение)	Relative velocity (acceleration)
Тасымал жылдамдық (үдеу)	Переносная скорость (ускорение)	Bulk velocity (acceleration)

Өзіндік жұмысқа арналған сұрақтар:

1. Қандай себептен кориолистiк үдеу бар болады?
2. Жер бетімен нүкте параллельмен қозғалады. Кориолистiк үдеу Жердің центріне қарай бағытталған болу үшін нүкте қандай параллельмен және қандай бағытта қозғалуға тиіс?

Ұсынылатын әдебиеттер

1. Иманбаева Л.Х., Теориялық механика және роботтық техниканың элементтері, Караганды, КарМТУ, 2019. – 308б.
2. Иманбаева Л.Х., Орынтаева Г.Ж., Ганюков А.А., Безкоровайный П.Г. Теориялық механика (курстық өздік жұмыстары және тәжірибелік сабақтар). Караганды, КарТУ, 2016,- 96 б.
3. Иманбаева Л.Х., Орынтаева Г.Ж., Доненбаев Б.С., Куанов И.С. Теориялық механиканың барлық бөлімдеріне қатысты студенттердің алған білімдерін бақылау. Караганды, КарТУ, 2020,- 100 б.

Дәріс 3.2. Нүктенің күрделі қозғалысы.

Дәрістің мақсаты: қатты дененің жазық параллель қозғалысын анықтап, жазық фигураның өз жазықтығындағы қозғалысын зерттеу арқылы, жазық фигураның нүктелерінің жылдамдықтары мен үдеулері туралы теоремаларды беру.

Дәрістің жоспары:

1. Қатты дененің жазық параллель қозғалысы. Жазық фигураның қозғалысын қарапайым қозғалыстарға ажырату.
2. Жазық фигураның қозғалыс заңы
3. Жазық фигура нүктелерінің жылдамдықтары туралы теорема
4. Жазық фигура нүктелерінің үдеулері туралы теорема

Дәрістің қысқаша желісі:

Қатты дененің жазық-параллель қозғалысының анықтамасы, осы қозғалысты жасайтын денелерді мысалға келтіру. Жазық фигураның өз жазықтығындағы қозғалысын қарапайым қозғалыстарға ажырату туралы теорема.

Жазық фигураның қозғалыс заңын беру. Жазық фигураның нүктелерінің жылдамдықтары мен үдеулерін анықтайтын теоремаларды келтіру.

Жазық фигураның лездік жылдамдық центрін анықтау және осы центрге қатысты жазық фигураның нүктелерінің жылдамдықтарын анықтау.

Глоссарий

Қатты дененің жазық - параллель қозғалысы	Плоско-параллельное движение твердого тела	Two-dimensional motion of rigid body
Лездік жылдамдық центрі	Мгновенный центр скоростей	Instantaneous center of rare velocity

Үйге тапсырма: қатты дененің екі нүктесінің жылдамдықтарының проекциялары туралы теорема, лездік жылдамдық центрін анықтау түрлері.

Өзіндік жұмысқа арналған сұрақтар:

- 1.Қандай себептен кориолистік үдеу бар болады?
- 2.Жер бетімен нүкте параллельмен қозғалады. Кориолистік үдеу Жердің центріне қарай бағытталған болу үшін нүкте қандай параллельмен және қандай бағытта қозғалуға тиіс?

Ұсынылатын әдебиеттер

1. Иманбаева Л.Х., Теориялық механика және роботтық техниканың элементтері, Караганды, КарМТУ, 2019. – 308б.
- 2.Иманбаева Л.Х., Орынтаева Г.Ж., Ганюков А.А.,Безкоровайный П.Г. Теориялық механика (курстық өздік жұмыстары және тәжірибелік сабақтар). Караганды, КарТУ, 2016,- 96 б.
- 3.Иманбаева Л.Х., Орынтаева Г.Ж., Доненбаев Б.С., Куанов И.С. Теориялық механиканың барлық бөлімдеріне қатысты студенттердің алған білімдерін бақылау. Караганды, КарТУ, 2020,- 100 б.

Дәріс 3.3. Қатты дененің жазық параллель қозғалысы.

Дәрістің мақсаты: қатты дененің жазық параллель қозғалысын анықтап, жазық фигураның өз жазықтығындағы қозғалысын зерттеу арқылы, жазық фигураның нүктелерінің жылдамдықтары мен үдеулері туралы теоремаларды беру.

Дәрістің жоспары:

1. Қатты дененің жазық параллель қозғалысы. Жазық фигураның қозғалысын қарапайым қозғалыстарға ажырату.
2. Жазық фигураның қозғалыс заңы
3. Жазық фигура нүктелерінің жылдамдықтары туралы теорема
4. Жазық фигура нүктелерінің үдеулері туралы теорема

Дәрістің қысқаша желісі:

Қатты дененің жазық-параллель қозғалысының анықтамасы, осы қозғалысты жасайтын денелерді мысалға келтіру. Жазық фигураның өз жазықтығындағы қозғалысын қарапайым қозғалыстарға ажырату туралы теорема.

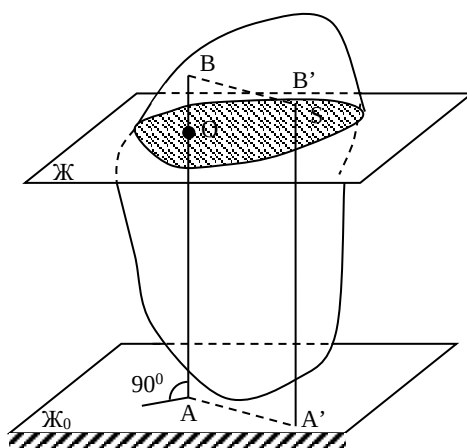
Жазық фигураның қозғалыс заңын беру. Жазық фигураның нүктелерінің жылдамдықтары мен үдеулерін анықтайтын теоремаларды келтіру.

Жазық фигураның лездік жылдамдық центрін анықтау және осы центрге қатысты жазық фигураның нүктелерінің жылдамдықтарын анықтау.

1. Анықтамалар. Егер қатты дененің барлық нүктелері негізгі деп аталатын қозғалмайтын жазықтыққа параллель орналасқан жазықтықтарда қозғалатын болса, дененің мұндай қозғалысын жазық-параллель деп атайды. Қатты дененің жазық-параллель қозғалысының техникада үлкен маңызы бар, өйткені механизмдер мен машиналардың тетіктері осы қозғалысты жасайды. Мысалы: автокөліктердің дөңгелектері, локомотивтің спарнигі, кривошип-шатунды механизмнің шатуны және тағы да басқа механизмдер.

Дененің қозғалмайтын өске қатысты айналмалы қозғалысы жазық-параллель қозғалысының дербес түрі болып табылады.

Негізгі қозғалмайтын жазықтықты ($\mathcal{J}_0$) мен белгілейік. Дененің кез келген O нүктесі арқылы негізгі жазықтығына параллель етіп, денемен бірге қозғалатын ($\mathcal{J}$) жазықтығын жүргіземіз. ($\mathcal{J}$) жазықтығы дененің (S) қимасын береді. (S) қимасының барлық нүктелерінің негізгі ($\mathcal{J}$) жазықтығынан қашықтықтары өзгермейді. Дененің жазық-параллель қозғалысында негізгі жазықтыққа перпендикуляр түсірілген түзу AB ілгерілемелі қозғалыс жасайды.



П.34-сурет

Қатты дененің бойымен негізгі жазықтыққа перпендикуляр етіп AB түзуін жүргіземіз. Аз уақыт ішінде AB түзуі орнын ауыстырып $A'B'$ орнына барады. Біздің қарастырып отырған дене қатты болғандықтан, $AB=A'B'$ екі арақашықтық біріне-бірі тең. Берілген қозғалыстың анықтамасы бойынша дененің A және B нүктелері негізгі ($\mathcal{J}_0$)

жазықтығына параллель жазықтықтарда орналасқан, сондықтан $AA' \parallel BB'$. Осы айтылғандарды қорыта отырып, $ABB'A'$ параллелограм екенің анықтаймыз. Ілгерілемелі қозғалыстың қасиетін сипаттайтын теоремадан AB түзуі ілгерілемелі қозғалыс жасайтынын дәлелдедік. Қатты дененің әрбір нүктесі арқылы негізгі жазықтыққа перпендикуляр жүргізілген түзулер жиыны ілгерілемелі қозғалыстар жасайды.

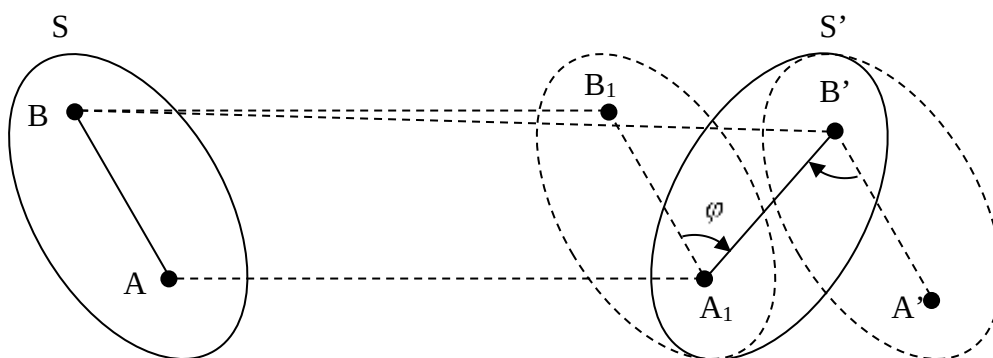
Осы түзулер жиындарының ілгерілемелі қозғалыстарының орнына, түзулердің дененің S қимасында орналасқан нүктелерінің қозғалысын қарастырған жеткілікті.

Сондықтан қатты дененің жазық-параллель қозғалысын зерттеу, оның қозғалмайтын негізгі (J_0) жазықтығына параллель орналасқан (J) жазықтығында жатқан (S) кима жазығының қозғалысын зерттеуге келтіреді. Осындай қималардың барлығын “жазық фигура” деп атап, оларды S пен белгілейміз. Алдағы уақытта қатты дененің жазық-параллель қозғалысының орнына, жазық фигураның өз жазықтығындағы қозғалысы деп қарастырамыз.

2. Жазық фигураның қозғалысы туралы теорема

Теорема. Жазық фигураның өз жазықтығындағы орын ауыстыруын, фигураның кез келген полюс деп аталатын нүктесі мен бірге ілгерілемелі орын ауыстыруы мен осы полюс арқылы өтетін өске қатысты белгілі бір бұрышқа бұру арқылы орындауға болады.

Өзгермейтін жазық фигураның өз жазықтығындағы орны, осы жазық фигурада орналасқан кез келген кесінді AB -ның орнымен анықталынады.



П.35-сурет

Теореманы дәлелдеу үшін жазық фигураның біршама уақыт аралығындағы орындары S және S_1 -ді қарастырамыз. AB кесіндісі жаңа орында A_1B_1 -де болады. Полюс ретінде A нүктесін алып, ең алдымен жазық фигураны ілгерілемелі орын ауыстырып A_1B_1' орнына келеді, сосын A_1B_1' -ті A_1 полюсі арқылы өтетін өске қатысты $\varphi = \angle B'A_1B'$ бұрышына бұрғанда жазық фигураның жаңа орнына S_1^x -ге тура келеді. Осымен теорема дәлелденді.

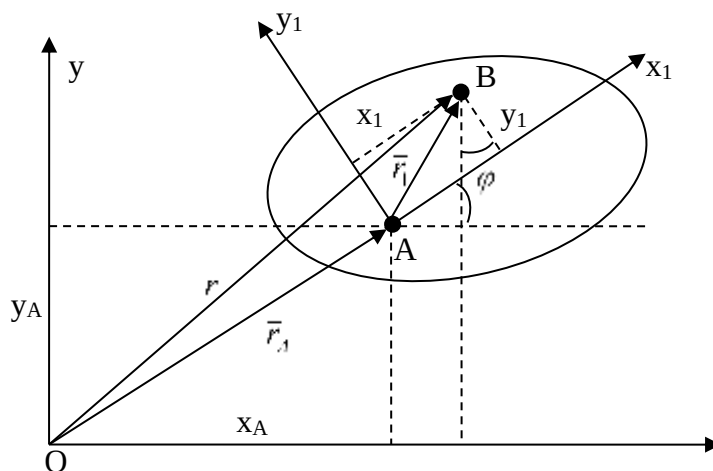
Егер полюс ретінде жазық фигураның әр түрлі нүктелерін алғанда, оның бір орыннан екінші орынға ауыстырғанда, жазық фигураның ілгерілемелі орын ауыстыруы өзгереді де, ал айналмалы орын ауыстыруы өзгермейді.

Жазық фигураның ілгерілемелі орын ауыстыруы полюстің орнына тәуелді, айналмалы орын ауыстыруы тәуелсіз болады.

Негізгі жазықтыққа параллель жазықтықтармен қиылысуынан пайда болатын дене қималарының әр түрлі бейнелі болып келетіндігіне себепті, оларды жазық фигура деп бір сөзбен жалпылай атаймыз.

Жазық фигурамен бір жазықтықта орналасқан қозғалмайтын тұрақты Оху координата өстерін тағайындап алғаннан кейін, фигураның өзімен бірге қозғалатын және

онымен қозғалмастай етіп байланыстырылған екінші координаталар жүйесі Ax_1y_1 -ді сайлап алайық.



II.36-сурет

Қозғалмалы Ax_1y_1 координата жүйесінің бас нүктесін А деп белгілеп, қозғалатын Ax_1 өсімен қозғалмайтын өстің Ох-тің арасындағы бұрышты φ арқылы аламыз. Жазық фигураның немесе онымен бірге қозғалатын Ax_1y_1 жүйесінің қозғалмайтын Оху координата жүйесіндегі орны полюс деп аталатын А нүктесінің x_A, y_A координаталарымен және φ бұрышымен анықталады. Бұл шамалар уақыт өтуіне байланысты үздіксіз өзгеріп отырады. Жазық фигураның өз жазықтығындаы қозғалысының скалярлық теңдеулері төмендегідей жазылады:

$$x_A = f_1(t), \quad y_A = f_2(t), \quad \varphi = \varphi(t), \quad (\text{II.3.1})$$

мұндағы $f_1(t)$, $f_2(t)$, $\varphi(t)$ – бір мәнді, үздіксіз уақыт бойынша екі рет дифференциалданатын функциялар.

(II.3.1) теңдеулер жүйесін жазық фигураның қозғалыс теңдеулері деп аталады.

Жазық фигураның кез келген бір нүктесінің, мысалы В нүктесінің қозғалыс теңдеулерін анықтау үшін, алдымен оның векторлық теңдеуін қарастырамыз:

$$\vec{r}_B = \vec{r}_A + \vec{r}_1.$$

Осы векторлық теңдеуді қозғалмайтын Оху координата өстеріне проекциялап, В нүктесінің қозғалыс теңдеулерін табамыз:

$$x_B = x_A + x_1 \cos \varphi - y_1 \sin \varphi, \quad (\text{II.3.2})$$

$$y_B = y_A + x_1 \sin \varphi + y_1 \cos \varphi,$$

мұндағы x_1, y_1 – М нүктесінің қозғалатын координата Ax_1y_1 жүйесіндегі координаталары, тұрақты шама.

Глоссарий

Қатты дененің жазық - параллель қозғалысы	Плоско-параллельное движение твердого тела	Two-dimensional motion of rigid body
Лездік жылдамдық центрі	Мгновенный центр скоростей	Instantaneous center of rare velocity

Үйге тапсырма: қатты дененің екі нүктесінің жылдамдықтарының проекциялары туралы теорема, лездік жылдамдық центрін анықтау түрлері.

Өзіндік жұмысқа арналған сұрақтар:

- 1.Қандай себептен кориолистiк үдеу бар болады?
- 2.Жер бетiмен нүкте параллельмен қозғалады. Кориолистiк үдеу Жердiң центрiне қарай бағытталған болу үшін нүкте қандай параллельмен және қандай бағытта қозғалуға тиiс?

Ұсынылатын әдебиеттер

1. Иманбаева Л.Х., Теориялық механика және роботтық техниканың элементтері, Караганды, КарМТУ, 2019. – 308б.
- 2.Иманбаева Л.Х., Орынтаева Г.Ж., Ганюков А.А.,Безкоровайный П.Г. Теориялық механика (курстық өздік жұмыстары және тәжірибелік сабақтар). Караганды, КарТУ, 2016,- 96 б.
- 3.Иманбаева Л.Х., Орынтаева Г.Ж., Доненбаев Б.С., Куанов И.С. Теориялық механиканың барлық бөлімдеріне қатысты студенттердің алған білімдерін бақылау. Караганды, КарТУ, 2020,- 100 б.