ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ

ҚАРАҒАНДЫ МЕМЛЕКЕТТІК ТЕХНИКАЛЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

Аринова С.К.

Лекция

«Эксперимент нәтижелерін жоспарлау және өңдеу»

Қарағанды 2023ж

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ

ҚАРАҒАНДЫ МЕМЛЕКЕТТІК ТЕХНИКАЛЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

Нанотехнологии және металлургия кафедрасы

Аринова С.К.

Лекция

PiORE 5107 «Эксперимент нәтижелерін жоспарлау және өңдеу» пәні

TET 02 «Технология және эксперимент» модулі

7M07102–«М|атериалтану және жаңа материалдар технологиясы» мамандығы

Қарағанды 2023

№ 8 Дәріс. Эмпирикалық тәуелділіктердің қалпына келтіруінің аналитикалық әдістері. Ең кіші квадраттардың әдісі (2 сағат)

Дәріс жоспары

1. Эмпирикалық тәуелділіктердің қалпына келтіруінің аналитикалық әдістері.
2. Тәжірибелі мәліметтердің сызықтауы
3. Интерполяция және аппроксимация
4. Тәжірибені өткізу. Тәжірибе нәтижелерін өңдеу

1. Эмпирикалық тәуелділіктердің қалпына келтіруінің аналитикалық әдістері

Жағдайлары көпшілігінде тап қалған тек қана кестені функциясы немесе графиктер, бұл функция жуықтап суреттейтін аналитикалық өрнек үшін теріп алуға керек болады. Функциялық тәуелділіксін кестенің тәжірибеден түрге немесе графика тапсырысқан суреттейтін формулалар эмпирикалық формулалармен деп аталады.

Тап қалған функциялар жақын жүрген адам сурет үшін әдетте $y = f(x)$ (жуытатын) аппроксимациялайтын функцияларды таңдайды $\varphi(x)$ бұл функция талап ете нақтылы түр (холар) $\varphi(x)$ (холар) адың хо кейбір нақтылы интервалдағы (холар) $f(x)$ қа өте жақын жақындатылды, бірақ $x > a$,$x < b$.

Эмпирикалық формулалардың алдың бірнеше қабылдауларында болады.

а) **Графиктердің салыстыруы**

Бұл процесс екі бөлікте ыдырайды:

а) формуланың түрін бастапқыда сайланады;

б) осы функцияға жуықтау үшін ең жақсы түрмен суреттелген параметрлердің сандық мәндері сонан соң анықталар еді.

Егер формуланың түрінің алы үшін қандай болмасын теориялық пікір болса, онда бос тұрулар өте тап қалған функцияның графигі бар олардың графикасы салыстыра ішінен функциялық тәуелділігуге әдетте таңдайды. Графиктердің ұқсастығы өйткені алдағыш көрсете алады, (ол көзге анықталады), параметрлердің мәні анықтаудан бұрын, теңестіруді әдіс бойынша оның қолдануын мүмкіндік тексеру керек.

***б*) Теңестіруді әдіс**

Ол төмендегідей болады. Таңдаулы аппроксимациялайтын функцияларды басқа функция алу үшін сайып келгенде өзгертеді, бірақ тек қана сызықты. Мысалы, келесі тәуелділігі боламыз:

$$y = \frac{x}{a+bx}.$$

Осылай оны өзгертеміз:

$$ay + bxy = x.$$

Алмастыруды өндіріп аламыз

$$X = x, \quad \frac{X}{y} = Y,$$

осыдан $y = \dfrac{x}{Y}$ и $a\dfrac{x}{Y} + bX\dfrac{x}{Y} = x, \quad a + bX = Y.$

Демек, тап қалған мәндер және холардың тиісті мәндері және Үлер үшін жақын есептей, және олар суреттей график түрінде енді, хо және Үлердің аралығында тәуелділікті оңай бірдену керек, және сызықты тиісті нүктелер жуық шамамен төтеге қаптап жатады және таңдаулы формуланы жақындайды немесе жоқ бол.

2. Тәжірибелі мәліметтердің сызықтауы

Ерекше рөлдің сызықты ойна тәуелділіктерінің инженерлік тәжірибесінде.

Түзу теңдеу сияқты болады:

$$y = ax + b$$

мұндағы a және b – тұрақты.

Олар айқын геометриялық мағынасы болады:

b – ординаталардың өстері түзу кесіп тасталатын кесінді,

a – ординаталардың өстеріне түзуді көлбеу бұрышының тангенсі.

Төтесі нүктелер бойынша өте жай ғана және берік жүргізіледі. Сызықты емес функциялар сондықтан түзумен жұмыс артықшылықты пайдалану үшін сызықты түрлердегі көрсетуге жиі ұмтылады. Бұл процесс сызықтаумен деп аталады.

3. Интерполяция және аппроксимация

Интерполяция - (кесте - кестелік шама, графика үшін - график түрінде тәуелділіктер үшін) осы облыстың шектеріне ізделіп отырған шаманың мәндерінің табылуы.

Аппроксимация - белгілі мәндердің арасындағы табелге енгізілген шаманың мәндерінің қандай болса да нүктесіндегі табылу.

4 Тәжірибені өткізу. Тәжірибе нәтижелерін өңдеу

Тәжірибе жоспарын қабылдағаннан соң тәжірибенің өзіне көшеді.Оптимальдау параметрі (ОП) кездейсоқ шама болады, сондықтан тәжірибенің қатесі болады (қайта өндіріс қатесі).Бұл қатені тәжірибенің дисперсиясы сипаттайды S_y^2(ОП-ның дисперсиясы немесе тәжірибенің қайта өндіріс дисперсиясы $S^2_{воспр}$ деп атайды) және паралельді тәжірибе арқылы бағалайды.

Паралельді тәжірибелерді келесі бір тәсілдері бойынша ұйымдастырады: 1) ЖМ-жоспарлау матрицасында берілген тәжірибелерді бір рет өткізеді, ал негізгі деңгейде бірнеше сермелі тәжірибе қойады; 2) ЖМ-ғы барлық тәжірибелерді қайталайды;

3) ЖМ-ның кейбір тәжірибені қайталайды.Мұнда қайталау саны бірыңғай (біркелкі дубльдеу) және бірыңғай емес болад (біркелкі емес дубльдеу).

Бірінше жағдайда дисперсияны келесі формула арқылы санайды:

$$S_y^2 = \frac{\sum_g^n \left(y_{0g} - \overline{Y_0}\right)^2}{f}$$

мұнда ,$y_{0g} -$ негізгі деңгейдегі i-лі тәжірибенің нәтижесі;

$\overline{Y_0}$-негізгі деңгейдегі барлық n_o тәжірибелердің орта арифметикалық мәні;

f-еркін дәрежесінің саны

S_y^2- мәнін анықтағанда адын-ала бір константаны y_H есептеуді талап етеді,сондықтанда оған бір еркін дәреже қажет. Сондықтанда берілген жағдайда f=n_o-1

Ж.М. тәжірибенің біркелкі емес дубльдеуде қайталауда, алдымен қатар дисперсияларының есептейді (әр жеке тәжірибенің дисперсиясы):

$$s_{yi}^2 = \frac{\sum_g^{n_i}\left(y_{ig-}\,\overline{y_\iota}\right)^2}{f_i}$$

Мұнда y_{ig}- і-лі тәжірибенің g қайталау нәтижесі

$\overline{y_\iota}$і –лі тәжірибенің барлық n_iқайталауының орта арифметикалық мәндері;

f_i- S_{yi}^2 і-лі қатар дисперсияның анықтағандағы еркін дәрежесінің саны, $f_i = n_i - 1$.

Одан кейін тәжірибенің орта дисперсиесін анықтайды.

$$S_y^2 = \frac{\sum_i^N f_i S_{yi}^2}{\sum_i^N f_i}$$

Немесе басқа тәсілмен :

$$S_y^2 = \frac{\sum_i^N \sum_g^{n_i}\left(y_{iq} - y_i\right)^2}{\sum_i^N (n_i - 1)}$$

Бұл формулаларды егерде дисперсиялар біртекті болса қолдануға болады, және ОП мәндері бірің͏ғай дәлдікпен анықталса.

Біркелкі емес дубльдеуде бірқатар дисперсияның біртектігін Бартлет критериясы бойынша есептелінеді.Алдымен ***B*** шамасын есептейді

B=2,3026 ($\lg S_y^2$ $\sum_i^n f_i$-$\sum_i^n f_i\, lgS_{y_i}^2$), мұнда -$S_y^2$тәжірибе орта дисперсиясы;

$S_{y_i}^2$- f_i еркін дәрежесі санымен анықталған,і-лі тәжірибесінен құрылған дисперсиясы.

Осы ***B*** шаманың X^2 критериясымен салыстырады, Қосымшадағы кестеден алынатын (Қосымша. І) мәнділік деңгейімен α және еркін дәреже санынан $f = N - 1$ байланысты, N- салыстырылатын дисперсияның саны.

Дисперсия біртекті, егерде ***B***<X^2 α; N-1.

Осы В шамасы әрқашан жеткілікті жоғары.Егер ол салыстырмалы болса, немесе шамасы көп болса X^2 α; N-1 мәнінен , онда ***B*** формула бойынша анықтайды: $B^*=\frac{B}{C}$, мұнда C=$\frac{\sum_i^N \frac{1}{f_i}}{3(N-1)}$ және X^2 α мәнімен қайта салыстырады.

Біркелкі дубльдеуде әрбір тәжірибенің қайталау саны бірің͏ғай n_i=m. Сондықтанда жоғары фоормуланы түрлендіргеннен кейін

$$S_y^2 = \frac{(m-1)\sum_i^N S_{y_i}^2}{N\,(m-1)}$$

келесі түрде болады:

$$S_y^2 = \frac{\sum_i^N S_{y_i}^2}{N}$$

$$S^2_{y}=\frac{\sum_i^N \sum_q^m (y_{iq}-y)}{N(m-1)}$$

Соңғы формулаларымен қолдану үшін, қайта бірқатар дисперсиясын біртектілікке тексеру қажет.Бұл тексерісті Кохрен критериясі бойынша іске асырады-максимальды дисперсияның барлық дисперсияның қосындысының қатынасы:

$$G=\frac{S^2_{ymax}}{\sum_i^N S^2_{y_i}}$$

Осы G шамасын G- критерия мәнімен салыстырады, кестеден алынған α және еркін дәреже санынан f= m-1, тәжірибе санынан N байланысты. Дисперсия біртекті деп саналады, егерде G<Gкесте $(\alpha;\ f;N)$.

Егерде дисперсия біркелкі емес болса, онда ОП масштабын өзгертеді. Мұнда Оп-ең кейбір функциясымен енгізіледі, мысалы түбір асты немесе логарифм.

Жүйелі қателер әсерін жою үшін , сыртқы жағдайдан болған (температура бақылауы дәл еместігінен, шикізаттың құрамының өзгеруімен,тәжірибе өткізгенде әр –түрлі адамдар қатысуымен т.б), жоспарланған матрицалар тәжірибелер кезінде тізбектілік ұсынылады. Тәжррибені уақыт бойынша рандомизирлеу қажет. Тәжірибені өткізу тәртібін кездейсоқ сандары кестесімен орнатуға болады (қосымша 3).Егерде, мысалы 16 тәжірибе өткізі қажет болса, онда кестенің кездейссоқ жерінен 1 ден 16 дейін сандарын жазып алады,16 –дан көп болған сандар лақтырылады. Алынған санның тізбектілігі тәжірибелерді жүргізу тізбектілігімен анықталады. Мысалға , төртінші бағаннан бастап, келесі тізбекті алуға болады: 2;15;9;5;12;14;8;13;16;1;3;7;4;6;2;10. Сонда, бірінші №2 тәжірибе іске асырылады, екінші -№7 тәжірибе және т.б.

Тәжірибе аяқталған кейін регрессия коэффиценттері есептелінеді. Егерде тәжірибе біркелкі емес қайталанса, онда ЖМ ортогональдігі жоғалады және алдындағы коэффиценттерін формулар қолданылмайды. Бұл жағдайда тік теңдеулер жүйесін шешіп МНК қолдану керек.Әрі қарай әрбір коэффиценттің статистикалық мәнділігін тексереді екі тәсіл бойынша:

$$S^2_{b_j}=\frac{S^2_y}{N}$$

Формуладан барлық коэффиценттер дисперсті тек қана тәжірибе қатесінен,санының N және сондықтанда бір –біріне тең:

$$\Delta B=\pm t_{кесте}S_{Bj}$$

мұнда $t_{кесте}$- Стьюдент критериясының кестелік мәні мәнділік деңгейі α, еркін дәреже санынан байланысты S^2_y анықталған;

S_{Bj}- регрессия коэффиценттері орта квадратты қателігі

$$S_{bi}=\sqrt{S^2_{bj}}$$

Коэффицент статистикалық мәнді, егерде онын абсалютті мәні сенімді интервалдан көп болса, немесе $\left|b_j\right| \geq \Delta b_j$, $|b_i| \geq tS_{bi}$. Сенімді интервал жоғары және төменгі шегімен беріледі : $b_j + \Delta b_j$; $b_j - \Delta b_j$.

Стьюдент t- критериясы бойынша тексергенде формуламен қолданады:

$$t = \frac{\left|b_j\right|}{S_{bj}}$$

Есептегенt- критерия мәнін кестесі мәнімен салыстырады α және еркін дәріжесі санына байланысты коэффицент мәнді егерде $t \geq t_{\text{таб}}(\alpha, f)$

Коэффицент статистикалық мәндіеместігі сәйкес фактірінің әсері жоқ екенін көрсетеді оның зерттеу интервалындағы өзгеруінде.Осындай коэффицент модельден шығарылады.

Регрессия коэффицент есептеген соң және олардың мәндігін тексерген соң модельдің адекватілігінің статистикалық болжамын тексереді.

Адекваттік (жарамдылық)-модельдің кейбіт аймақты қажеті дәлдікпен тәжірибе нәтижелерін алдын ала айту.

Адекваттік болжамның F- китерия (Фишер критериясы) арқылы тексеріледі:

$$F = {S_{ag}^2}\Big/{S_y^2}$$

Знаменательде тәжірибе дисперсиясы S_y^2,f_1 еркін дәрежесі арқылы анықталған; чилительде – адекваттік дисперсиясы (қалдық дисперсиясы), келесі формула арқылы есептелінетін

$$S_{ag}^2 = \frac{\sum_i^N (y_{i\ \text{есеп}} - y_{i\text{тәж}})}{f_2}$$

Мұнда -y_iжәне$y_{\text{тәж}}$ –і-лі тәжірибедегі ОП –ныңсәйкес есептеген және тәжірибелік мәндері;

$f_2 = N - r$ еркін дәрежесінің саны, тәжірибе санымен N және регрессия коэффиценттерінің r айырмашылығы ретінде келтірілетін (b_o)

Мысалы, 2^3ТФТ өткізілген және сызықты теңдеу алынсын

y= $b_o + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3$онда $f_2 = 8 - 4 = 4$

Модельдің адекваттігінің болжамы қабылданады, егерде есептелген F – критерия мәні кестеліктен аспағанда (қосымша 5) α мәнділік деңгейіндегі және еркін ұсталау дәрежесінде f_1 және f_2, немесе F≤ $F_{\text{кесте}}(\alpha; f_1\ ; f_1)$

Осы формулалар жарамды, егерде ЖМ паралельді тәжірибе болмағанда. Егерде тәжірибелерді біркелкі қайталаса (мысалы m рет әрбір тәжірибеде), онда сәйкес дисперсияны келесі формула арқылы есептелінеді:

$$S_{bj}^2 = \frac{S_y^2}{Nm};\ S_{ag}^2 = \frac{m\sum_i^N (y_{i\text{есеп}} - y_{i\text{тәж}})}{N-r}$$

Біркелкі емес дубльдеуде адекваттік дисперсияның келесі формула арқылы анықтайды:

$$S_{ag}^2 = \frac{\sum_i^N n_i (y_{i\text{есеп}} - y_{i\text{тәж}})}{N-r}$$

Мұнда n_iі-лі формуланың қайталау саны.

Тәжірибенің әр түрлі дубльдеу варианттарын кестеде келтірілген.

Матрицаның бір қатарында қайталағанда (7-кесте, бұл қатардың 1 индексі болады, қатардың таңдауы еркін) симметриялығы бұзылады, формулаға берілетін. Егер, уақытты үнемдеу үшін бір нүктеде параллельді тәжірибелер өткізілсе, онда ол нүктені жоспардың ортасын таңдап алған дұрыс, өйткені ортогональдігі бұзылмайды.

7- кестедегі соңғы нұсқа – жоспарға кірмейтін L тәжірибеден жеке сериясында қайталау. Парпллельді тәжірибелер қойылмайды, ал тәжірибенің қатесі туралы ақпарат тәуелсіз көздерінен жойылады, мысалы басқадай зерттеулер басылымдардан.

7- кестеде. Тәжірибелерді әртүрлі қайталауда квадраттар қосындысымен және еркін дәрежесінің сандары

Шашылу көзі	Тәжіріибені қайталау сипаты	Квадрат қосындысы	Еркін дәрежесінің сандары
Тәжірибенің қатесі	Әркелкі	$\sum_i^N \sum_g^{n_i} (Y_{ig} - \bar{Y})^2$	$\sum_i^N (n_i - 1)$
	Біркелкі	$\sum_i^N \sum_g^{n} (Y_{ig} - \bar{Y})^2$	N(n-1)
	Бір i=1нүктеде қайталау	$\sum (Y_{1g} - Y_1)^2$	n_1-1
	L тәжірибеден жеке сериясында қайталау	$\sum_g^{n_0} (Y_{0g} - Y_0)^2$	n_0-1
Модельдің адекваттігі еместігі	Неравномерный	$\sum_g^N n_i (Y_{iрpac} - Y_{iэкс})^2$	N-r
	Равномерный	$n\sum_i^N (Y_{iрpac} - Y_{iэкс})^2$	N-r
	Дублирование в одной точке i=1	$n_1(Y_{1\text{расч}}-Y_{1\text{эксп}})^2+$ $\sum_{i=2}^N (Y_{iрpac} - Y_{iэкс})^2$	N-r
	L тәжірибеден жеке сериясында қайталау	$\sum_i^N (Y_{iрpac} - Y_{iэкс})^2$	N-r

Пайдаланған әдебиеттер тізімі

1. Статистические методы в инженерных исследованиях (лабораторный практикум): Учебн. Пособие / Бородюк В.П.,Вощинин А.П., Иванова А.З., и др.:Под ред.Г.К. Круга –М.: высшая школа,1983.-216с.

2. Талмазан В.А. Методические указания по программированному изучению курса Организация эксперимента.-Алма-Ата:РУМК,1989-49с.

3. Адлер Ю.П., Маркова Е.В., Грановский Ю.В., Планирование экспермента при поиске оптимальных условий .-М.:Наука,1975.-279с.

4. Ахназарова С.Л.,Кафаров В.В.Оптимизация эксперимента в химии и химической технологии.-М.:Высшая школа,1978.-320с.

5. Зедгенидзе И.Г. Планирование эксперимента для исследования многокомпонентных систем.-М.:Наука,1976.-390с.

6. Бондарь А.Г.,Статюха Г.А. Планирование эксперимента в химической технолгии (основные положения , примеры и задачи).-Киев :Высшая школа,1976.-184 с.

7. Горский В.Г., Адлер Ю.П.Планирование промышленных экспериментов.-М:металлургия ,1974.-264 с.

8. Прудковский Б.А. Зачем металлургу математическая модель-М.: Наука,1989.-264с.

9. Цымбал В.П. Математическое моделирование металлургических процессов –М.: Металлургия ,1986,-240с.

10. Дэдиел К. Применение статистики в промышленном эксперименте.-М.:1979.- 260с

11. Вознесенский В.А.,Ковальчук А.Ф. Принятие решений по статистическим моделям .-М.: Статистика ,1978.-192с.

12 Спиридонов А.А.,Васильев Н.Г. Планирование эксперимента при исследовании и оптимизации технологических процессов.-Свердловск:УПИ им С.М. Кирова ,1975.-140с.

13. Винарский М.С.,Жадан В.Т.,Кулак Ю.Е.Математическая статистика в черной металлургии .-Киев :Техника, 1973.-220с.

14. Налимов В.В. Теория эксперимента.М.:Наука ,1971-207с.

15. Хан Г., Шапиро С. Статистические модели в инженерных задачах.-

М.:Мир ,1969.-345с.

16. Смирнов Н.В., Дунин –Барковский И.В. Курс теории вероятностей и математической статистики для технических приложений.-М.:Наука,1969.-511 с.

17.Адлер Ю.П. Введение в планирование эксперимента.-М.:Металлургия,1969.-157с.

18. Пустыльник Е.И. Статистические методы анализа и обработки наблюдений.-М.:Наука,1968.-288с.

19. Налимов В.В.,Чернова Н.А. Статистическиеметоды планирования экстремальных экспериментов .-М.:Наука,1965.-340с.

20. Спиридонов А.А. Планирование эксперимента при исследовании технологических процессов.-М.: Машиностроение,1981.-184 с.

21. Новик Ф.С. Математические методы планирования экспериментов в металловедении. Разделы II-У. Изд. МИС иС, 1969-71 г.