

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ

ҚАРАҒАНДЫ МЕМЛЕКЕТТІК ТЕХНИКАЛЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

Аринова С.К.

Лекция

«Эксперимент нәтижелерін жоспарлау және өңдеу»

Қарағанды 2023ж

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ

ҚАРАҒАНДЫ МЕМЛЕКЕТТІК ТЕХНИКАЛЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

Нанотехнологии және металлургия кафедрасы

Аринова С.К.

Лекция

РiORE 5107 «Эксперимент нәтижелерін жоспарлау және өңдеу» пәні

ТЕТ 02 «Технология және эксперимент» модулі

7M07102—«Материалтану және жаңа материалдар технологиясы»
мамандығы

Қарағанды 2023

№ 6 Дәріс. Кездейсоқ мәндердің үлестірілуі және олардың қасиетінің негізгі заңдары. Гаусстың үлестірілуі. (2 сағат)

Дәріс жоспары

1. Кездейсоқ мәндердің үлестірілуі және олардың қасиетінің негізгі заңдары. Гаусстың үлестірілуі.
2. Гаусстың үлестірілуі.
3. Сенімді ықтималдық және сенімді интервал.

1. Кездейсоқ мәндердің үлестірілуі және олардың қасиетінің негізгі заңдары

Нақтылы кепілдікпен кездейсоқ қателіктерін талдау хтың өлшелетін шамасының нақты мәні есептеп және болуы мүмкін қателер бағалауға мүмкіндік береді. Тәжірибенің басты міндеті анықтау болып табылады, жақын х исттың ақиқаттарына $x_{уст}$ қаншалықты:

$$x_{уст} = x_i \pm \Delta x \quad \Delta x = e, \quad (1)$$

мұндағы Δx – өлшемдердің қатесі.

Демек, шын қате әрдайым белгісіз:

$$e = x_{уст} - x_i; \quad \langle e^2 \rangle = (x_{уст} - x_i)^2 = \sigma^2 \quad (2)$$

мұндағы σ^2 – дисперсия.

$$\sigma^2 = \langle e^2 \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} (x_{уст} - x_i)^2 f(x) dx \quad (3)$$

Осы жағдайда - орташа квадраттық ауытқу $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$ (үйреншікті қате) орташа квадраттық - өлшеу нәтижелерді шашылуды шарамен қызмет көрсетеді. Дәл өлшемдерде $\sigma \rightarrow 0$, дөрекі өлшемдерде $\sigma \rightarrow \infty$.

Эксперименталді мәліметтер тәжірибелерден өз меншікті n бейнеленетін әрбір топтамаға σ топтамалармен әдетте толып кетеді. Әрбір топтама өлшемдердің толық топтамасынан кездейсоқ іріктеуін болады,

орташа мән тек қана толық жиынтықтан бір мәні орташа бар. Бұл шамалар σ_m - орташа квадраттық қате орташа. Онда:

$$\sigma_m = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}. \quad (4)$$

Бұл бір шаманың өлшемін сан рет қайталасын - тиімсіз, өлшеу дәлдігін жоғарылатылсын Питерса формула бойынша мүмкін:

$$\sigma_m = \sqrt{\frac{\pi}{2} \frac{\langle r \rangle}{\sqrt{n-1}}}, \quad (5)$$

мұндағы r – жалпы қалдықтың орташа мәні.

$$r = \frac{1}{n} \sum / x_i - \bar{x} / . \quad (6)$$

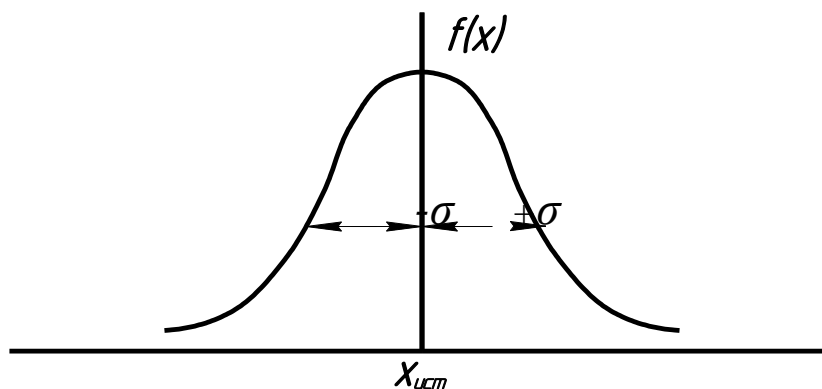
Питерса формуланы қолдануға болмайды

– 4 ($n < 4$) - ші өлшемдердің саны қашан – қате үлкен екіұштылықты болады;

– көрсетулерді шашылу қашан аз немесе іс жүзінде өте болмайды.

$n > 30$ -ші n егер санауға қабылдаған, онда осы өлшемдерді орташа мән оның шынайы мәніне жақындатылу жеткілікті. Үлестірілуді қисық ықтималдық кез келген қапылыста өлшенген мән холардың $x + dx$ тың x оларына холарынан шекте болатын көрсете алады.

Қисық сол сияқты - бұл (17.1-ші сурет) үлестірілуді қисық.



17.1-ші сурет - үлестірілуді қисықтың тұтас көрінісі

Нормалы үлестірілуді қисықтың қасиеттері:

- $x_{уст}$ -тың холары туралы симметриялық;
- $x_{уст}$ -тың холары максимум нүктеге алады;
- $\sigma_{и}$ x_i -ші салыстырғанда шараланатында 0-ге жылдам ұмтылады $|x_i - x_{уст}|$

2. Гаусстың үлестірілуі

Үлестірілуді $f(x)$ қисық тәуелді σ болады.

Егер белгілесе:

$$t = \frac{y}{\sigma}; \quad z = \frac{x}{\sigma}, \quad (7)$$

онда:

$$F(z) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^z e^{-t^2/2} dt \quad (8)$$

Мән қатал $F(z)$ (қажетті дәлдікпен есептелінген) кестелеген.

Демек, (17.2-ші сурет) графикадан аз және іс жүзінде болмайды тең өте интервалға өте қолға түсетін қателер ықтималдығы көруге болатын $\pm 3\sigma$.

$$x_{\max, \min} = \bar{x} \pm 3\sigma \quad (9)$$

Осы тәуелділік көмегімен (лақтырулар) өлшемдердің өрескел қатесі шығаруға болады.

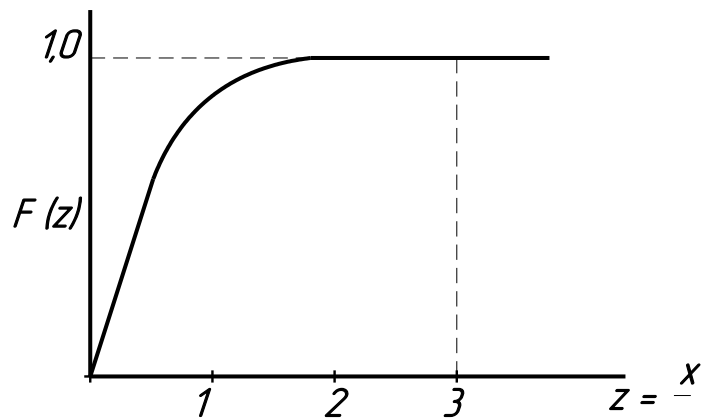
Тап қалған ықтималдығы $x_{уст}$ бар хист шынайы мән мәндердің сенімді интервалы бір нәрсеге тәуі керек:

$$a \leq x_{уст} \leq b.$$

Параметрдің шынайы мән бүркейтін интервалдың шекаралары мәндерге сәйкес келеді:

$$\pm t_{p,k} \sigma / \sqrt{n},$$

мұндағы $t_{p,k}$ – Стьюденттің белгісі.



17.1-ші сурет - ықтималдықты таратуды қисық.

Стьюденттің белгісі сенімділіктің әр түрлі деңгейі және бостандық p дәрежесінің саны үшін белгілі бір мәнді алады k :

$$k = n - 1.$$

Сонда, сенімді интервалы бар орташа мәннің математикалық жазуы сияқты болады:

$$P \left\{ y_{cm} \varepsilon \left[y - t_{p,k} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}; \bar{y} + t_{p,k} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right] \right\} = P \quad (10)$$

Опрадағы жаттығу есептерінің сенімді интервалдары үшін іскереді, негізінен, ықтималдықтың жанында 0, 90 0, 96 және 0, 99. Демек, ықтималдықтың үлкеюі параметрдің шынайы мәні түсуі керек сенімділік жоғарылаған облыстарын кеңейтуге алып келеді, бірақ сонымен бірге мәндердің дәлдігі құлайды, сенімді интервалдың шекаралары өйткені кеңиді.

3. Сенімді ықтималдық және сенімді интервал

(Нәтижелер кестенің түрінде кезеңдердің орындауын шара бойынша толтырылатын 19.1 елестеткен) тікелей өлшеулерді нәтижелерді өңдеуді мысал:

– орташа арифметикалық мәнді үміт артамыз \bar{x} :

$$\bar{x} = \sum \frac{x_i}{n} = 1933/8 = 242 ;$$

– ауытқу орташа есептейміз:

$$\Delta x_i = |x_i - \bar{x}|;$$

– әрбір өлшемнің квадратты ауытқуын есептейміз Δx_i^2 ;

– орташа квадраттық ауытқуды анықтаймыз:

$$\sigma = \sqrt{\sum \Delta x_i^2 / (n - 1)} = \sqrt{3637 : 7} \approx 228$$

– орташа квадраттық ауытқуды анықтаймыз:

$$x_{\min} = 215 \text{ мм},$$

$$x_{\max} = 275 \text{ мм};$$

– шеткі мәндердің маңыздылығы бағалаймыз:

$$P = 0,95 \quad (\pm 2\sigma).$$

Кесте 19.119.1-ші кестеБостандық дәрежесінің саны:

№	x_i мм	\bar{x} мм	$ \Delta x_i $ мм	$ \Delta x_i ^2$ мм
1	240	242	1	1
2	220		22	484
3	257		15	225
4	268		26	676

5	215		27	729
6	230		12	144
7	275		33	1089
8	225		17	289
	$\Sigma = 1933$			3637

Стьюденттің белгісі кесте бойынша сонда:

$$k = n - 1 = 7.$$

Стьюденттің кестесі бойынша:

$$t_{p,k} = 2,365.$$

Сенімді интервалды үміт артамыз:

$$\Delta \bar{x} = \pm t_{p,k} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \pm 2,365 \cdot 22,8 : \sqrt{8} = \pm 19.$$

Сайып келгенде, шарттардың тап қалған күйінделер:

$$P = \{x_{устм} \in [242 \pm 19]\} = 0,95.$$

Өлшемнің салыстырмалы қателігі:

$$\alpha = \frac{\Delta \bar{x}}{\bar{x}} \cdot 100 = \frac{19}{242} \cdot 100 \approx 7,9\%.$$

Пайдаланган әдебиеттер тізімі

1. Статистические методы в инженерных исследованиях (лабораторный практикум): Учебн. Пособие / Бородюк В.П., Воцинин А.П., Иванова А.З., и др.: Под ред. Г.К. Круга –М.: высшая школа, 1983.- 216с.
2. Талмазан В.А. Методические указания по программированному изучению курса Организация эксперимента.-Алма-Ата: РУМК, 1989-49с.
3. Адлер Ю.П., Маркова Е.В., Грановский Ю.В., Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий .-М.: Наука, 1975.-279с.
4. Ахназарова С.Л., Кафаров В.В. Оптимизация эксперимента в химии и химической технологии.-М.: Высшая школа, 1978.-320с.
5. Зедгенидзе И.Г. Планирование эксперимента для исследования многокомпонентных систем.-М.: Наука, 1976.-390с.
6. Бондарь А.Г., Статюха Г.А. Планирование эксперимента в химической технологии (основные положения , примеры и задачи).-Киев : Высшая школа, 1976.-184 с.
7. Горский В.Г., Адлер Ю.П. Планирование промышленных экспериментов.-М.: металлургия , 1974.-264 с.
8. Прудковский Б.А. Зачем металлургу математическая модель.-М.: Наука, 1989.-264с.
9. Цымбал В.П. Математическое моделирование металлургических процессов –М.: Металлургия , 1986,-240с.
10. Дэдиел К. Применение статистики в промышленном эксперименте.-М.: 1979.- 260с
11. Вознесенский В.А., Ковальчук А.Ф. Принятие решений по статистическим моделям .-М.: Статистика , 1978.-192с.
12. Спиридонов А.А., Васильев Н.Г. Планирование эксперимента при исследовании и оптимизации технологических процессов.- Свердловск: УПИ им С.М. Кирова , 1975.-140с.
13. Винарский М.С., Жадан В.Т., Кулак Ю.Е. Математическая статистика в черной металлургии .-Киев : Техника, 1973.-220с.
14. Налимов В.В. Теория эксперимента. М.: Наука , 1971-207с.
15. Хан Г., Шапиро С. Статистические модели в инженерных задачах.-

М.:Мир ,1969.-345с.

16. Смирнов Н.В., Дунин –Барковский И.В. Курс теории вероятностей и математической статистики для технических приложений.- М.:Наука,1969.-511 с.

17.Адлер Ю.П. Введение в планирование эксперимента.- М.:Металлургия,1969.-157с.

18. Пустыльник Е.И. Статистические методы анализа и обработки наблюдений.-М.:Наука,1968.-288с.

19. Налимов В.В.,Чернова Н.А. Статистические методы планирования экстремальных экспериментов .-М.:Наука,1965.-340с.

20. Спиридонов А.А. Планирование эксперимента при исследовании технологических процессов.-М.: Машиностроение,1981.-184 с.

21. Новик Ф.С. Математические методы планирования экспериментов в металловедении. Разделы II-У. Изд. МИС иС, 1969-71 г.