ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ

ҚАРАҒАНДЫ МЕМЛЕКЕТТІК ТЕХНИКАЛЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

Аринова С.К.

Лекция

«Эксперимент нәтижелерін жоспарлау және өңдеу»

Қарағанды 2023ж

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ

ҚАРАҒАНДЫ МЕМЛЕКЕТТІК ТЕХНИКАЛЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

Нанотехнологии және металлургия кафедрасы

Аринова С.К.

Лекция

PiORE 5107 «Эксперимент нәтижелерін жоспарлау және өңдеу» пәні

TET 02 «Технология және эксперимент» модулі

7M07102–«Материалтану және жаңа материалдар технологиясы» мамандығы

Қарағанды 2023

№ 4 Дәріс. Экстремумның облысының табылуы (2 сағат)

Дәріс жоспары

1. Экстремумның облысының табылуы
2. Ұтымдылықтың белгісі
3. Градиент бойынша құламалы шығуды есептеу
4. Екінші реттің жоспарлары

1. Экстремумның облысының табылуы

(Факторлар) әр түрлі параметрлердің әсері туралы ұсыныстардың қатардың зерттеудің объекті және оның физикалық мәнінің зерттеулерінен кейін және қажеттілік зерттеулердің (белгі) көрсеткіш, сипаттайтын объекті қандай болмасынға олардың жиынтық ықпалы туралы эксперименталді мәліметтер алуға пайда болады. Бұл белгі математиканың тілінде үн қосумен деп аталады. Белгісі бар тәуелсіз фактор дәнекерлік функция үн қосуды функциямен деп аталады, оның геометриялық түрі - үн қосуды бетпен.

Процесстің сапасы үн қосудың бірнеше функцияларымен әдетте бейнеленетін түрде алу керек. Дегенмен ықпал ететін факторлардың мәндерінің жанында үн қосудың функцияларының барлық құнтты эксперименттшілерінің экстремумдарына бір уақытта жететін тіркесі әдетте мүмкін емес табу. Мысалы, жабдықтың максимал өнімділігі және ең төменгі өнімнің өзіндік күні әр түрлі технологиялық тәртіптерде әдетте жетеді.

Функция да, ықпал ететін факторлар да үн қосу тек қана нақтылы шектерде өзгере алатынын маңызды атап өту. Осылай, аппараттағы реагенттердің шоғырландыруы, температура және қысым қауіпсіз шектер, өнімнің өзіндік күні аса ала алмайды демек ауылы, ықпал ететін факторлар және үн қосуды функцияда шектеулердің шарттарындағын жүзеге асыратын процесстердің ықшамдауын жоспарлыдан жоғары емес және өйткені болуы керек.

2. Ұтымдылықтың белгісі

Процесстің ықшамдауын деңгей сипаттайтын шама ұтымдылықтың белгісімен деп аталады. Ұтымдылықтар белгімен жағдай бөліндіде процесс сипаттайтын үн қосулардың функциялардың бірлері бола алады.

Процесстің ықшамдауы жанында (барлық ықпал ететін факторлар және үн қосуды функция салған шектеулерді есепке алумен) ұтымдылықтың белгісінің экстремумына жететін ықпал ететін факторлардың мәндерінің нысананы көздейтін іздестіруі болады.

3. Градиент бойынша құламалы шығуды есептеу

Құламалы шығуды мән келесі тұрады. Мейлі, мысалы, ұтымдылықтар белгімен қасында үн қосуды түр көрсетілген функция қызмет көрсетеді

$$y = b_0 + b_1x_1 + a_2b_2.$$

Ықпал ететін факторлардың бірі ар жағында негізді қабылдайды және өзгертуді адымға регрессияның тиісті коэффициентінің шығармасы есепте оны үшін. Мысалы, бұл шығармалардың бірінші факторы үшін b_1 сияқты болады Δx_1 - құрайтыны градиент.

Қозғалыстың адымының негізді таңда факторы үшін содан соңы $\Delta x_1'$, ықшамдау іске асатын x1. Әдетте $\Delta x_1' \leq \Delta x_1$.

Қатынастарды осыдан кейін есептейді:

$$\gamma = \Delta x_1' / a_1 \, \Delta x_1.$$

Барлық өңге факторлардың қозғалыстың адымдары үшін бе?хі ұтымды мәндерге формула бойынша үміт артады:

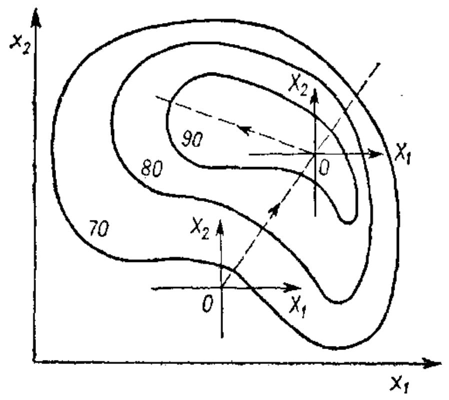
$$\Delta x_i' = \gamma \, a_i \, \Delta x_i.$$

Үн қосуды функцияның математикалық сипаттамасының алуы үшін қолданылатын жоспардың ортасынан баста ұтымдылығына қозғалыс. Әрбір жаңа адымдағы факторлардың мәндері қосулар жолымен табады тиісті алдыңғы мәндерге. Осылай құламалы шығуды әдіс бойынша ықшамдау іске асады.

4. Екінші реттің жоспарлары

Градиент бойынша құламалы шығуды әдіс бұрын қарап шыққан.

Егер қасында функцияның минимумын іздесе, онда факторлардың жаңа мәндері алу алдыңғы жолымен табады $\Delta x_i'$. Мұндай тезірек түсіру әдісін деп ата ықшамдауын әдіс.



Ұтымдылыққа қозғалыс келесі жағдайларда тоқтатады:

1. Факторлар немесе үн қосудың функцияларының (бір немесе бірнеше) мәндері мүмкін мәндердің шекараларында шықты.

2. Қасында ұтымдылықтың белгісінің экстремумдарына жетеді y. Ықшамдау бірінші жағдайда бұл бітеді, екінші - қасында функцияның y экстремумның төңірегідегі оның жаңа математикалық сипаттамаларын бөлшекті репликалардың толық факторлы тәжірибе немесе әдісі қолдана іздейді.

$$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2,$$

Егер түрдегі бұл функцияның бірдей сипаттамасын алуға лажы болса

Бірде (сурет қара) құламалы шығуды әдіспен ықшамдауларға жалғастырады. Анық, нәтижеде бірінші құламалы шығу табылған ұтымдылық жергілікті болды.

Егер ұтымдылықтың төңірегідегі түрдің регрессиясының бірдей теңдеуін алуға лажы болмаса

$$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2,$$

бірде функцияның математикалық сипаттамасының алуы үшін тәжірибенің жоспарлауына екінші дәреженің көпмүшелігінің түрінде өтеді.

Симплекс жоспарлауын мән

Бастапқы симплекстің тәжірибелерінің матрицасы кодпен жазылған айнымалы 0-ші нышанымен кестеге келтірілген е жоспардың ортасының координатасы, өйткені белгілелген. негізгі деңгей.

1-ші кестедегі Данның бастапқы симплексінің матрицасы берілген

Кесте 1

Тәжірибе нөмірі	X_1	X_2	. . .	X_{n-1}	X_n	Функция
1	k_1	k_2	. . .	k_{n-1}	k_n	y_1
2	$-R_1$	k_2	. . .	k_{n-1}	k_n	$У_2$
3	0	$-R_2$	. . .	k_{n-1}	k_n	$У_3$
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
$n-1$	0	0	. . .	k_{n-1}	k_n	$У_{n-1}$
n	0	0	. . .	$-R_{n-1}$	k_n	$У_n$
$n+1$	0	0	. . .	0	$-R_n$	$У_{n+1}$

Кестені бұл кіретін шамалар іріңдікке айналған формулаларға сле бойынша есеп айырысады:

$$k_i = \sqrt{\frac{1}{2i(i+1)}}\,; \qquad R_i = i\,k_i.$$

мұндағы i – жоспарлауды матрицадағы фактордың нөмірі.

Кестедегі келтір тәжірибелерінің бастапқы топтамасының шарттары 14.2:

Кесте 2

Тәжірибе	X_1	X_2	X_3	X_4
1	0,5	0,289	0,204	0,158
2	– 0,5	0,289	0,204	0,158
3	0	–	0,204	0,158
4	0	0	–	0,158
5	0	0	0	–

$$x_i = x_{0i} + \Delta x_i X_i,$$

мұндағы x_{0i} – фактордың і-шісі үшін орташа деңгей;

X_i – фактордың і-шісі кодпен жазылған мән.

$$x_i = {}^2/_n \left(\sum^{n+1} x_{ji} - x_i'\right) - x_i',$$

j=1

мұндағы n – фактордың і-шісі кодпен жазылған мән;

j – тәжірибенің нөмірі;

i – фактордың нөмірі;

x_i' – алдыңғы симплекстің өзі сәтсіз тәжірибесіндегі фактордың і-шісі мән.

$$x_i = {}^1/_{n+1} \sum_{j=1}^{n+1} x_{ji},$$

мұндағы қайда і = 1, 2 ......, өйткенілер. алдыңғы симплекстің тиісті координаталарының мәндерімен орташа арифметикалықтар болып табылады.

Қайта ендірілетін фактордың мәні формула бойынша анықталады:

$$x_{n+1} = x_{0(n+1)} + \Delta x_{n+1} (R_{n+1} + k_{n+1}),$$

мұндағы $x_{0(n+1)}$ – бұл фактордың негізгі деңгейі;

Δx_{n+1} – осы фактор үшін өзгертуді таңдаулы адым;

R_{n+1}, k_{n+1} – формулалар бойынша есептелетін шамалар.

Толық факторлы тәжірибенің құрамына жаңа факторының қосымшасы екі есе тәжірибелердің санының үлкеюімен жарысайтынын атап өтеміз. Симплекс әдісі мағына бұл анық артықшылығы болады.

Оптимум аймағына жеткен соң, отклик бетін нақты зерттеуі басталады. Оптимум аймағын, факторлық кеністігінің гипер жазықтығының тік болуынан, өзара әсерлесу факторлар және квадратты әсерлерінің мәнділігінен сызықты регрессия теңдеуімен жазбалау мүмкін емес.

Онымен қоса, сызықты теңдеулердің ішкі экстремумі болмайды, сондықтан, оның көмегімен экстремумнің дәл мәнің анықтау мүмкін емес.

Оптимум аймағындағы откликтың функциясын екінші дәрежелі полиноммен аппроксимациялауға болады:

$$y = b_0 + \sum_j^K b_j X_j + \sum_{je}^K b_K X_j X_e + \sum_j^K b_{jj} X_j^2 . \qquad (9)$$

Квадратты модельдер алу үшін екінші ретте жоспарларын пайдаланады. Бұл жоспарлардың сызықты жоспарлардан факторларды бірнеше деңгейлерінде өзгертуінен айырмашылығы болады (ең азы үш деңгейде). Оны екі тәсілмен іске асыруға болады.

Бірінші тәсіл: екі деңгейлі жоспарды арнайы тәсілмен таңдап алған нүктелермен толықтырады. Бұл қосымша нүктелерін келесі бойынша орналастырады:

- жоспар орталығынан 2α қашықтығында факторлар остері бойында; бұл нүктелерді жұлдызды деп атайды; нүктелер саны факторлар санының екі еселі санына тең: $n_\alpha=2K$;
- жоспар (гиперкуб) орталығына; осы нүктелер n_0 (орталық деп аталатың) саны жоспарлар каталогында көрсетілген ауыспалы мәндерінің санынан тәуелді.

Екінші тәсіл. 3^K ТФТ жоспарын қолданады, егер К>4 болса. Үш деңгейдегі ТФТ үнемді емес болады (тиімсіз), өйткені көп санды тәжірибе өткізуін талап етеді. Мысалы, 3^4 жоспары үшін, тәжірибе саны N=81, еркін дәрежесінің саны f_{ad}=66; ал 3^5 жоспары үшін, N=243, еркін дәрежесінің саны f_{ad}=222 және әрі қарай жалғаса береді.

Бірінші тәсіл Бокс пен Уилсонмен ұсынған аз тәжірибе саның талап етеді, $N=2^n+n_\alpha+n_0$ тең, мұнда 2^n- бірінші ретті ТФТ-ның нүктелер саны; n_α- жұлдызды нүктелер саны; $-n_0$- орталық нүктелер саны. Осылай тұрғызылған жоспарларды орталық композиционды (ОКЖ) деп атайды, келесі артықшылығы бар:

-олар бірінші ретті жоспарларын толықтырылып тұрғызылады, сондықтан композиционды деп атайды, жұмысты кезектеп өткізуге мүмкіндік беретің: бірінші кезенде бірінші ретті жоспарлар нүктелерінде тәжірибе өткізіледі(ТФТ 2^K), моделі тексеріледі, егер ол адекватты болмаса, онда екінші ретті модель тұрғызу үшін қосымша орталық және жұлдызды нүктелерінде тәжірибелер өткізіледі;

- остерінде орналасқан жұлдызды нүктелер бірінші тәртіпті бағаналарының ортогональдігімен және өзара әсерлесі әсерлерін бұзбайды, регрессия теңдеулерінің сәйкес коэффициенттерін тәуелсіз алуына мүмкіндік беретің.

Екі факторлар үшін екінші ретті жоспары 3-кестеде келтірілген.

3-кесте. Екі факторлар үшін орталық композиционды екінші ретті жоспар

Жоспар мазмұны	Тәжірибе нөмірі	X_0	X_1	X_2	X_1X_2	X_1^2	X_2^2	У
2^2 жоспары	1	+	+	+	+	+	+	$У_1$
	2	+	-	+	-	+	+	$У_2$
	3	+	+	-	-	+	+	$У_3$
	4	+	-	-	+	+	+	$У_4$
«жұлдызды» нүктелер	5	+	+α	0	0	α^2	0	$У_5$
	6	+	-α	0	0	α^2	0	$У_6$
	7	+	0	+α	0	0	α^2	$У_7$
	8	+	0	-α	0	0	α^2	$У_8$
	9	+	0	0	0	0	0	$У_9$

Бұл жоспар 2^2ТФТ-ге (№ 1,2,3,4 тәжірибеге) координаталары (+α;0); (-α;0); (0; +α); (0;-α) төрт «жұлдызды» нүктелерін (№ 5,6,7,8 тәжірибелерін) және жоспар орталығындағы нүктелерін(№ 9 тәжірибе) қосып құрылған.

Егер үш факторлар үшін ОКД алу үшін, онда 2^3 жоспарына алты «жұлдызды» нүктелерімен және жоспар ортасына бір нүкте қосып құрады.

Ортогональді жоспарларда жоспарлау матрицаның екі бағанасының қатарлы көбейтіндісінің қосындысы нөлге тең. ОКЖ-да бағаналардың кейбіреуі ортогональді емес болады:

$$\sum_i^N X_{0i} X_{ji}^2 \neq 0; \quad (10)$$

$$\sum_i^N X_{ji}^2 X_{ji} \neq 0; \quad (11)$$

Өйткені X_0=+1, ал X_{ji}^2≥0. Осы қатынастарды ортогональдау үшін матрицаның бағаналарын түрлендіру керек, X_j^2 жаңа ауыспалы X_j' мәнмен алмастырып:

$$X_j' = X_j^2 - \frac{\sum_i^N x_{ji}^2}{N} = X_j^2 - \bar{\bar{X}}_j^2. \quad (12)$$

Осы алмастырудан кейін бағаналардың қатар бойындағы көбейтіндісі нөлге тең болады:

$$\sum_i^N X_{0i} X_{ji}' = \sum_i^N X_{ji}^2 - N X_j^2 = 0.$$

Мысалы 7-кестедгі ОКЖ матрицадағы екі фактор үшін жаңа ауыспалы мәндер аламыз:

$$X_1' = X_1^2 - \frac{1}{9}\sum_i^9 X_1^2 = X_1^2 - \bar{\bar{X}}_1^2 = X_1^2 - \frac{4+2\alpha^2}{9};$$

$$X_2' = X_2^2 - \frac{1}{9}\sum_i^9 X_2^2 = X_2^2 - \bar{\bar{X}}_2^2 = X_2^2 - \frac{4+2\alpha^2}{9}. \quad (13)$$

Сонда

$$\sum_i^9 X_{0i} X_{iI} = \sum_i^9 X_{0i}(X_{Ii}^2 - \bar{\bar{X}}_I^2) = \sum_i^9 X_I^2 - 9\bar{\bar{X}}_I^2 = 4 + 2\alpha^2 - \frac{9(4+2\alpha^2)}{9} = 0.$$

Дәл осылай $\sum_i^9 X_{0i} X_{2i}' = 0$.

Жоғары (11) қатынасты ортогональдау «жұлдызды» нүктелерін таңдауымен іске асырылды. Ортогональді жағдайында «жұлдызды» нүктелер шамасы келесі шартты қанағаттандыру керек:

$(n_ф+2\alpha^2)^2$ - $Nn_ф=0$, мұнда $n_ф$- бірінші ретті жоспардың нүктелер саны. Бірақ $n_ф=2^K$, ал$N=2^K+2K+n_ф$ тең болған соң, түрлендіруден кейін келесіні аламыз:

$$\alpha^4+2^K\alpha^2-2^{K-1}(K+0,5n_0)=0,$$

ал жартылай үзінділер үшін :

$$\alpha^4+2^{K-1}\alpha^2-2^{K-2}(K-0,5n_0)=0.$$

Осы теңдеулер бойынша есептелген α мәндері 4-кестеде келтірілген.

4-кесте. Әртүрлі К факторы бар жоспарлары үшін α мәндері

n_0	К			
	2	3	4	5 үзінділер
1	1,000	1,215	1,414	1,545
2	1,077	1,285	1,471	1,606
3	1,148	1,363	1,546	1,664
4	1,215	1,414	1,606	1,718
5	1,567	1,471	1,664	1,772
6	1,320	1,524	1,718	1,819
7	1,368	1,575	1,772	1,868
8	1,414	1,623	1,819	1,913
9	1,457	1,667	1,868	1,957
10	1,498	1,711	1,913	2,000

Егер ортогональдігін тәжірибе жоспарының оптимальдігін жеткілікті критериясы ретінде қабылданса, онда жоспар орталығындағы тәжірибе сандарына еш қандай шектеулігі қойылмайды, және $n_0=1$тең болады.

Енді ауыспалы мәндердің түрлендіруін қарастырып кетейік: К$=2$,$n_0=1$, $\alpha=1$. Соңғы $\alpha=1$мәнің (13) қатынасына қойып жаңа ауыспалы мәндерін аламыз:

$$X_1' = X_1^2 - \frac{2}{3};$$

$$X_2' = X_2^2 - \frac{2}{3}.$$

Онда екі факторлар үшін ортогональді орталық композиционды жоспар 5-кестеде келтірілген матрица түрінде келтіруге болады.

5-кесте. екі факторлар үшін ортогональді орталық композиционды екінші ретті жоспар

Жоспар мазмұны	Тәжірибе нөмірі	X_0	X_1	X_2	X_1X_2	X_1^2	X_2^2	У
2^2 жоспары *($n_ф=2^2=4$)*	1	+	+	+	+	+1/3	+1/3	$У_1$
	2	+	-	+	-	+1/3	+1/3	$У_2$
	3	+	+	-	-	+1/3	+1/3	$У_3$
	4	+	-	-	+	+1/3	+1/3	$У_4$
«жұлдызды» нүктелер *$\alpha=1$* *($n_ф=2K=4$)*	5	+	+	0	0	+1/3	-2/3	$У_5$
	6	+	-	0	0	+1/3	-2/3	$У_6$
	7	+	0	+	0	-2/3	+1/3	$У_7$
	8	+	0	-	0	-2/3	+1/3	$У_8$
Нөлдік нүкте *($n_0=1$)*	9	+	0	0	0	-2/3	-2/3	$У_9$

Үш факторда *$\alpha=1{,}215$*. Тағыда жоғары (12) қатынасты және *$K=3$* үшін жоспарлау матрицасын қолданып үш факторлар үшін келесі жаңа ауыспалы мәндер жаза аламыз:

$X_1' = X_1^2 - \frac{\sum_i^{15} X_1^2}{15} = X_1^2 - \frac{8+2(1{,}215)^2}{15} = X_1^2 - 0.73$,дәл осылай келесілерді аламыз:$X_2' = X_2^2 - 0.73, X_3' = X_3^2 - 0.73.$

Орталық композиционды ортогональді жоспарлардың (ОКОЖ) ортогональдігінен регрессия коэффициенттерін бір бірінен тәуелсіз жеке анықтауға болады:

$$b_0' = \frac{\sum_i^N Y_i}{N}; b_j = \frac{\sum_i^N X_{ji}Y_i}{\sum_i^N X_{ji}^2}; b_{je} = \frac{\sum_i^N X_{ji}X_{je}Y_i}{\sum_i^N (X_{ji}X_{je})^2}; b_{jj} = \frac{\sum_i^N X_{ji}'Y_i}{\sum_i^N (X_{ji}')^2}.$$

Коэффициенттерінің дисперсиясы әртүрлі:

$$S_{b_0'}^2 = \frac{S_Y^2}{N};\quad S_{b_j}^2 = \frac{S_Y^2}{\sum_i^N X_{ji}}; S_{b_{je}}^2 = \frac{S_Y^2}{\sum_i^N (X_{ji}X_{je})^2}; S_{b_{jj}}^2 = \frac{S_Y^2}{\sum_i^N (X_j')^2},$$

мұнда S_y^2- ТФТ ден белгілі тәжірибе қателігі.

Түрленген квадратты ауыспалы мәндерімен жоспарлау матрицасы бойынша тәжірибені іске асырып, келесі модельді тұрғызуға болады:

$$Y = b_0' + \sum_j^K b_jX_j + \sum_{je}^K b_{je}X_jX_e + \sum_j^K b_{jj}(X_j^2 - \bar{\bar{X}}_j^2). \qquad (14)$$

Кәдімгі жазба түріне өту үшін:

$$Y = b_0 + \sum_j^K b_jX_j + \sum_{je}^K X_j X_e + \sum_j^K b_{jj} X_j^2, \qquad (15)$$

b_0мәні:

$$b_0 = b_0' - b_{11}\overline{X}_1^2 - b_{22}\overline{X}_2^2 - \cdots - b_{KK}\overline{X}_{KK}^2,$$

мұнда $\overline{X}_j^2 = X_j^2 - X_j'$.

Адекваттік дисперсиясын (4,8) формула, (4.1) кестесін пайдалана отырып анықтайды, ал *$У_{i\ расч.}$*мәнің (4.8) формуласынан (14) немесе (15) формуласы бойынша анықтайды.

ОКОЖ дан кейін алынған коэффициенттерінің мәнділігін және модельдің адекваттігін ТФТ - де қолданатын әдістер арқылы іске асырады.

Екінщі ретті ортоглнальді жоспарлауда факторлы кеңістіктің әртүрлі бағыты бойынша ОП мәнің болжау бірдей болмайды. Онымен қоса, тәжірибенің бастапқы кезінде мәнді қызығушылығын білдіретін бағыт бізге белгісіз. Бұл жағдайда отклик беті бойынша накты ақпарат болмаған жағдайда рототабельдік талаптарына толық жауап беретің орталық композиционды жоспарларды (ОКЖ) пайдаланған тиімді. Рототабельді жоспарлар ОП мәнің бағытынан тәуелсіз, жоспар орталығынан әртүрлі арақашықтығынан бірдей дәлдігімен (дисперсиясымен) болжай алатын моделін алуға мүмкіндік береді.

ОКЖ - дың рототабельдігін «жұлдызды» шамасын α дұрыс таңдап іске асырады. Толық рототабельді орталық композиционды жоспар (РОКЖ) үшін $\alpha=2^{К/4}$.

К=5 болған жағдайда 2^5 типті ТФТ орнына алдымен оның жартылай үзіндісі алынуы мүмкін, онда $\alpha=2^{(К-1)/4}$. $К \geq 8$ болғанда, онда $2^К$ дан ¼ үзіндісін алады, онда $\alpha=2^{(К-2)/4}$. Жалпы жағдайда $\alpha=2^{(К-Р)/4}$, мұнда Р-факторлы тәжірибенің бөлшектік шамасы; ТФТ үшін Р=0, жартылай үзінді үшін Р=1; төрттен бір үзінді үшін Р=2 және әрі қарай жалғаса береді.

Екінші ретті рототабельді жоспарын жоспарлау үшін отклик беті туралы алынған ақпараттарын таралуын анықтайтын жоспар орталығында тәжірибе санық таңдау маңызды орын алады. Жоспар орталығындағы тәжірибе санық униформ - жоспарлауын қамтамасыз ететіндей етіп таңдайды. Жоспарлауды униформ – рототабельді деп атайды, егер жоспарлау аймағы ішінде *У* шығыс шамасының тең дәлдігінің болжауы қамтамасыз етілсе:

S_y^2=const; $0 \leq \rho \leq 1$ аралығында,

мұнда ρ – ақпаратты жиегінің радиусы.

Екінші ретті рототабельді жоспарлау вектор – бағаналарының ортогональдігін талап етпейді, сондықтан жоспарлау матрицасын құрғанда ешқандай ауыспалы мәндерінің түрлендіруін өткізбейді.

Униформ – рототабельді жоспарлау мүмкін, егер кейбір λ константасы бірден асып кетпесе (шамалы одан кіші болса):

$$\lambda = \frac{К(n_ф - n_ф)}{n_ф(К+2)},$$

мұнда n_0- жоспарлау орталығындағы тәжірибе саны; (нөлдік нүктелер саны);

$n_ф=2^К=N\text{-}n_0$- ТФТ дегі тәжірибе саны;

К- факторлар саны;

N-тәжірибенің жалпы саны;

К = 2...5 болғандағы РОКЖ тұрғызу үшін қажет мәліметтері 6-кестеде келтірілген. К=2 үшін екінші ретті РОКЖ 7- кестеде келтірілген.

6-кесте. Екінші ретті РОКЖ матрицасын тұрғызу үшін берілгендері

Атауы	$2^К$ ТФЭ				$2^{К-Р}$ БФТ
	К=2	К=3	К=4	К=5	К=5
ТФТ немесе БФТ тәжірибе саны $n_ф$ (матрица «ұяшығы»)	$2^2=4$	$2^3=8$	$2^4=16$	$2^5=32$	$2^{5-1}=16$
«жұлдызды» нүктелер саны n_α	4	6	8	10	10
Нөлдік нүктелер саны n_0	5	6	7	10	6
«жұлдызды» иіні	1.414	1.682	2.000	2.378	2.000

7-кесте. Екі фактор үшін (К=2)екінші ретті РОКЖ матрицасы

Жоспар мазмұны	Тәжірибе нөмірі	X_0	X_1	X_2	X_1 X_2	X_1^2	X_2^2	У
2^2 жоспары ($n_ф=2^2=4$)	1	+	+	+	+	+	+	$У_1$
	2	+	-	+	-	+	+	$У_2$
	3	+	+	-	-	+	+	$У_3$
	4	+	-	-	+	+	+	$У_4$
«жұлдызды» нүктелер $\alpha=1,414$ ($n_ф=2К=4$)	5	+	+1,414	0	0	2	0	$У_5$
	6	+	-1,414	0	0	2	0	$У_6$
	7	+	0	+1,414	0	0	2	$У_7$
	8	+	0	-1,414	0	0	2	$У_8$
Нөлдік нүкте ($n_0=5$)	9	+	0	0	0	0	0	$У_9$
	10	+	0	0	0	0	0	$У_{10}$
	11	+	0	0	0	0	0	$У_{11}$

	12	+	0	0	0	0	0	$У_{12}$
	13	+	0	0	0	0	0	$У_{13}$

ООКЖ жоспардан айырмашылығы, РОКЖ жоспарда матрицаның ортогональді еместігінен регрессия коэффициенттерін күрделі формулалар бойынша бағалайды:

$$b_0 = \frac{A}{N}\left[2\lambda^2(K+2)\sum_i^N Y_i - 2C\cdot\lambda\cdot\sum_i^N\sum_j^K X_{ji}^2\,Y_i\right];$$

$$b_j = \frac{C}{N}\sum_i^N X_{ji}Y_i; \qquad b_{je} = \frac{C^2}{N\lambda}\sum_i^N X_{ji}\,X_{je}Y_i;$$

$$b_{jk} = \frac{A}{N}\left\{C^2[(K+2)\lambda - K]\sum_i^N X_{ji}^2 Y_i + C^2\,(1-\lambda)\sum_i^N\sum_j^K X_{ji}^2\,Y_i - 2C\lambda\sum_i^N Y_i\right\},$$

мұнда $А = \frac{1}{2\lambda[(K+2)\lambda - K]}$; $C = \frac{N}{\sum_i^N X_{ji}^2}$.

Регрессия коэффициенттерінің дисперсиясын келесі формула арқылы анықтаймыз:

$$S_{b_0}^2 = \frac{2A\lambda(K+2)}{N}S_Y^2; S_{b_j}^2 = \frac{C}{N}S_Y^2; S_{b_{je}}^2 = \frac{C^2}{N\lambda}S_Y^2;$$

$$S_{b_{jj}}^2 = \frac{AC^2[(K+1)\lambda - (K-1)]}{N}S_Y^2.$$

РОКЖ статистикалық анализі жоғары келтірілген статистикалық анализден ешқандай айырмашылығы жоқ.

Коэффициенттерінің мәнділігін белгілі Стьюденттің t- критериясы немесе сенімді интервал арқылы тексеріледі. Мәнсіз коэффициенттер теңдеуден шығарылып тастайды. Егер бір квадратты әсер мәнсіз болса, онда оны шығарып тастаған соң регрессия коэффициенттерін қайта есептеп шығу қажет. Ол X_j^2бағанасының ортогональді еместігінен байланысты.

Модельдің адекваттігін Фишердің F- критериясы бойынша тексереміз:

$$F = \frac{S_{\text{ад}}^2}{S_Y^2}.$$

Оптимальдау параметрінің (ОП) дисперсиясын жоспар орталығындағы тәжірибе саны бойынша анықтаймыз:

$$S_Y^2 = \frac{\sum_q^{n_0}(Y_{0q} - \bar{\bar{Y}}_0)^2}{f_1},$$

мұнда $f_1=n_0-1$- еркін дәрежесінің саны;

n_0- жоспар орталығындағы параллельді тәжірибелер саны;

Y_{0q}- q тәжірибедегі ОП мәні;

$\bar{\bar{Y}}_0 - n_0$ тәжірибедегі ОП дін орташа арифметикалық мәні;

q-жоспар орталығындағы параллельді тәжірибенің нөмірі.

$S_{ад}^2$ анықтау үшін отклик функцияның есептелген мәнімен $У_{i.есеп.}$және тәжірибелік мәндерінің $Y_{i.тәж.}$ауытқу квадратының қосындысын S_Rесептейді:

$$S_R=\sum_i^N (Y_{i есеп.} - Y_{i тәж.})^2.$$

Алынған S_R қосындысынан жоспар орталығындағы тәжірибелер нәтижелері бойынша ОП дисперсиясын анықтау үшін қолданғанS_Eмәнің алып тастау керек, өйткені S_R есептегендегі қосындысы жоспардың барлық нүктелері бойынша өткізілген, орталықты жоспарларын қосып:

$$S_E= \sum_q^{n_0}(Y_{0q} - \bar{\bar{Y}}_0)^2.$$

Алынған $(S_R- S_E)$ нәтижесі $f_2=N-r$, еркін дәреже санына бөледі, мұнда - r модельдің статикалық мәнді коэффициенттерінің саны. Сонымен,

$$S_{aq}^2 = \frac{(S_R - S_E)}{f_2}.$$

Модельдің адекваттігі туралы гипотеза қабылданады, егер: $F \leq F_{(табл.(\alpha, f_1, f_2)}$ шарты орындалса.

Пайдаланған әдебиеттер тізімі

1. Статистические методы в инженерных исследованиях (лабораторный практикум): Учебн. Пособие / Бородюк В.П.,Вощинин А.П., Иванова А.З., и др.:Под ред.Г.К. Круга –М.: высшая школа,1983.-216с.

2. Талмазан В.А. Методические указания по программированному изучению курса Организация эксперимента.-Алма-Ата:РУМК,1989-49с.

3. Адлер Ю.П., Маркова Е.В., Грановский Ю.В., Планирование экспермента при поиске оптимальных условий .-М.:Наука,1975.-279с.

4. Ахназарова С.Л.,Кафаров В.В.Оптимизация эксперимента в химии и химической технологии.-М.:Высшая школа,1978.-320с.

5. Зедгенидзе И.Г. Планирование эксперимента для исследования многокомпонентных систем.-М.:Наука,1976.-390с.

6. Бондарь А.Г.,Статюха Г.А. Планирование эксперимента в химической технолгии (основные положения , примеры и задачи).-Киев :Высшая школа,1976.-184 с.

7. Горский В.Г., Адлер Ю.П.Планирование промышленных экспериментов.-М:металлургия ,1974.-264 с.

8. Прудковский Б.А. Зачем металлургу математическая модель-М.: Наука,1989.-264с.

9. Цымбал В.П. Математическое моделирование металлургических процессов –М.: Металлургия ,1986,-240с.

10. Дэдиел К. Применение статистики в промышленном эксперименте.-М.:1979.- 260с

11. Вознесенский В.А.,Ковальчук А.Ф. Принятие решений по статистическим моделям .-М.: Статистика ,1978.-192с.

12 Спиридонов А.А.,Васильев Н.Г. Планирование эксперимента при исследовании и оптимизации технологических процессов.-Свердловск:УПИ им С.М. Кирова ,1975.-140с.

13. Винарский М.С.,Жадан В.Т.,Кулак Ю.Е.Математическая статистика в черной металлургии .-Киев :Техника, 1973.-220с.

14. Налимов В.В. Теория эксперимента.М.:Наука ,1971-207с.

15. Хан Г., Шапиро С. Статистические модели в инженерных задачах.-

М.:Мир ,1969.-345с.

16. Смирнов Н.В., Дунин –Барковский И.В. Курс теории вероятностей и математической статистики для технических приложений.-М.:Наука,1969.-511 с.

17.Адлер Ю.П. Введение в планирование эксперимента.-М.:Металлургия,1969.-157с.

18. Пустыльник Е.И. Статистические методы анализа и обработки наблюдений.-М.:Наука,1968.-288с.

19. Налимов В.В.,Чернова Н.А. Статистическиеметоды планирования экстремальных экспериментов .-М.:Наука,1965.-340с.

20. Спиридонов А.А. Планирование эксперимента при исследовании технологических процессов.-М.: Машиностроение,1981.-184 с.

21. Новик Ф.С. Математические методы планирования экспериментов в металловедении. Разделы II-У. Изд. МИС иС, 1969-71 г.