ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ

ҚАРАҒАНДЫ МЕМЛЕКЕТТІК ТЕХНИКАЛЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

Аринова С.К.

Лекция

«Эксперимент нәтижелерін жоспарлау және өңдеу»

Қарағанды 2023ж

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ

ҚАРАҒАНДЫ МЕМЛЕКЕТТІК ТЕХНИКАЛЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

Нанотехнологии және металлургия кафедрасы

Аринова С.К.

Лекция

PiORE 5107 «Эксперимент нәтижелерін жоспарлау және өңдеу» пәні

ТЕТ 02 «Технология және эксперимент» модулі

7M07102–«Материалтану және жаңа материалдар технологиясы» мамандығы

Қарағанды 2023

№ 3 Дәріс. Толық факторлы жоспарлау. (2 сағат)

Дәріс жоспары
1. Толық факторлы жоспардың қасиеттері.
2. Ортогоналдік және ротатабельность.
3. Бөлшекті факторлы жоспарлау.
4. Жинайтын байланыс және анықтайтын қарама-қарсылықтар

1. Толық факторлы жоспардың қасиеттері

Барлық болуы мүмкін факторлардың деңгейлерінің тіркестерін жүзеге асырылатын тәжірибе (Пфэ) толық факторлы тәжірибемен деп аталады.
Тәжірибелердің орындауын тізбектің маңызды ойна рөлінің жоспарлалатын тәжірибесі үшін. Тексермелетін кез келген эксперименталді зерттеу бірге болатын айнымалы жеке тәжірибелерденгі эффекттердің ортақ шамалылары мақсаттардағы кездейсоқ тізбекте өткізу керек. Тәжірибенің өткізуін кездейсоқ тізбек кездейсоқ сандар кестелер арқылы анықтала алады.
Тәжірибенің жоспары тәжірибенің жоспарлауын олардың өзара әрекеттесулерін тәжірибелердің өткізуі, факторлар және эффекттердің мәнінің тізбегі өз қосатын матрица деп аталатын кестемен сонымен бірге зерттелетін функцияның мәні, ықшамдауды деп аталатын параметрмен ыңғайлы тапсырма беру. 23-ші түрдің тәжірибесінің полнофакторногосының жоспарлауын матрица кестеге 1 елестеткен. Кестеде және факторлардың деңгейлерінің қысқартылған белгісін ендігәрі қолданамыз: +1лер орынына және +ны белгі қоямыз және.

Кесте 1. 2^3-ші жоспарлауды матрица.

Тәжірибе қатары		Факторлардың орындау тәртіптері									Оптимизация параметрінің белгісі		
I	II	III	x_0	x_1	x_2	x_3	x_1x_2	x_1x_3	x_2x_3	$x_1x_2\,x_3$	y_1	y_2	y_3
			+	–	–	+	+	–	–	+			
			+	+	–	+	–	+	–	–			
			+	–	+	+	–	–	+	–			
			+	+	+	+	+	+	+	+			
			+	–	–	–	+	+	+	–			
			+	+	–	–	–	–	+	+			
			+	–	+	–	–	+	–	+			
			+	+	+	–	+	–	–	–			

Тәжірибелік толық факторының жоспарлау матрицасыныңкелесі қасиеттері:

$$\sum_{j=1}^{N} X_{ji} = 0; \quad \sum_{j=1}^{N} X_{ji}^{2} = N; \quad \sum_{j=1}^{N} X_{jl} X_{jm} = 0, \quad l \neq m, \qquad (1)$$

мұндағы N - толық факторлы тәжірибенің тәжірибелерінің саны;
j - тәжірибенің нөмірі;
I, l, m - фактордың нөмірі.
Соңғы қасиет жоспарлауды матрицаның ортогоналдігымен деп аталады.

Барлық мүмкінді тіркелген деңгейлерді іске асыратын тәжірибені ТФТ деп атайды. ТФТ- де тәжірибе саны (тіркелген мүмкіндік факторлар деңгейлері) келесіге тен: $N=p^K$, мұнда р – факторлардың деңгейлер саны; К – факторлар саны.

Егер тәжірибеде екі фактор X_1 және X_2, әр қайсысы +1, -1 екі деңгейде өзгерілсе, онда онда барлық мүмкінді комбинациялары, келесі 1-кестеде келтірілгендей төрт тәжірибеде бітеді:

1- Кесте. $N=2^2$ тәжірибенің жоспарлау матрицасы

№тәжірибе	X_1	X_2	$X_1 X_2$	У (өлшеу нәтижесі)	Қатарларды шартты белгілеу
1	+1	-1	-1	$У_1$	*а*
2	-1	-1	+1	$У_2$	(1)
3	+1	+1	+1	$У_3$	*а в*
4	-1	+1	-1	$У_4$	*в*

Осындай кестелерді тәжірибенің жоспарлау (ЖМ) матрицасы деп атайды. Жазуды қарапайым түрде жазу үшін 1 әрпін жазбайды. Тәжірибенің кейде әріппен жазуын қолданады. Ол үшін әрбір факторға латын алфавиттен сәйкес әрпін қояды: X_1 – *а*, X_2 – *в*, X_3 – *с* міне осылай әрі қарай жалғасып кете береді. Одан кейін матрицаның әр бір қатары үшін берілген тәжірибедегі жоғары деңгейдегі факторларын жазады. Төменгі деңгейдегі факторларды (1) белгілейді.

ТФТ матрицасын тұрғызунық бірнеше тәсілдері бар. Ен бір қарапайым тәсілі. Кез келген К мәнінде К-1 үшін ЖМ -ны екі рет қайталап жазу керек: алдымен К - лі факторындағы мәндері үшін жоғары деңгейінде, одан кейін төменгі деңгейде. ТФТ матрицасын К мәндері 2 ден 5 - ке дейін артуындағы тізбектеп тұрғызуы 5.2-кестеде көрсетілген. Бірінші төрт тәжірибе 2^2 матрицасы болады. Әрі қарай олар тағыда қайталанып жазылған. X_3 бағанасына біпінші 2^2 матрица үшін төрт «+» таңбасы жазылған, ал екіншісі үшін – «-» жазылған. Сонда бірінші сегіз тәжірибе 2^3 жоспарлау матрицасы болып келеді. Әрі қарай 5.2 кестесіндегі 2^5 матрицасын тұрғызу үшін осы көрстелген процедура қайталана береді.

Бұл тәсіл кез келген өлшемі бар матрицаларын тұрғызуға қолдануға болады. Екінші тәсіл таңбаларын кезек кезек өзгертуіне негізделген. Матрицаның бірінші бағанадағы таңбаларын кезек бойынша өзгертіп отырып жазады. Екінші бағанадағы таңбаларын екі ден кейін, үшіншіде төрттен кейін, ал төртінші бағанада сегізден кейін өзгертіп және әрі қарай жалғастыра береді.

2-кесте

2^2 ден 2^5 дейін ТФТ матрицасы

Жоспар	**№тәжірибе**	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
	1	+	+	+	+	+
2^2	2	−	+	+	+	+
	3	+	−	+	+	+
2^3	4	−	−	+	+	+
	5	+	+	−	+	+
	6	−	+	−	+	+
	7	+	−	−	+	+
	8	−	−	−	+	+
	9	+	+	+	−	+
	10	−	+	+	−	+
	11	+	−	+	−	+
2^4	12	−	−	+	−	+
	13	+	+	−	−	+
	14	−	+	−	−	+
	15	+	−	−	−	+
	16	−	−	−	−	+
	17	+	+	+	+	−
	18	−	+	+	+	−
	19	+	−	+	+	−
	20	−	−	+	+	−
	21	+	+	−	+	−
	22	−	+	−	+	−
	23	+	−	−	+	−
	24	−	−	−	+	−
	25	+	+	+	−	−
2^5	26	−	+	+	−	−
	27	+	−	+	−	−
	28	−	−	+	−	−
	29	+	+	−	−	−
	30	−	+	−	−	−
	31	+	−	−	−	−
	32	−	−	−	−	−

Жоспарлау матрицаның факторлар санынан тәуелсіз жалпы қасиеттері болады:

- симметриялығы: әрбір фактордың вектор: баған элементтерінің алгебралық қосындысы нөлге тең;
- ортогональдігі: кез келген екі вектор – баған элементтерінің мүшелеп қатар бойынша көбейтіндісі нөлге тең;
- нормировка: әрбір баған элементтерінің квадратының қосындысы тәжірибе санына тең;
- рототабельдігі: жоспарлау матрицаның нүктелерін ОП тәжірибе орталығынан тең қашықтығында,бірақ бағытынан тәуелсіз бірдей болжай ете алатындай таңдайды.

Жоспарлаудын бастапқы кезінде оптимумды анықтау міндетті емес, тек оған қарай бағыты орнатылады. Бұл жағдайда сызықты модель тұрғызылған жеткілікті:

$$y = b_0 + \sum_i^K b_i x_i \qquad (1)$$

Модельдің коэффициенттерін анықтау үшін ең аз квадрат әдісін (МНК) қолданады. Осы әдісті қолданғанда келесі функцияны минимизациялайды:

$$\varphi = \sum_i^N (y_i - \hat{y}_i)^2 \rightarrow min, \qquad (2)$$

мұнда: y_i −мен $\hat{y}_i$ – сәйкес і- тәжірибедегі тәжірибелік және (1) теңдеу ақылы есептелген оптимальдау параметрлері; N- тәжірибе саны.

Енді екі айнымалы мәндері бар модельді қарастырайық, X_0 фиктивті мәнің қосып:

$$y = b_0 x_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 \qquad (3)$$

Онда (2) теңдеуді келесі түрде жазуға болады:

$$\varphi = \sum_i^N (y_i - b_0 x_0 - b_1 x_1 - b_2 x_2)^2 \qquad (4)$$

Осы (4) теңдеуді минимизациялау үшін жеке меншікті туындыларын нөлге теңестіру керек:

$\frac{\partial\varphi}{\partial b_0} = 0; \frac{\partial\varphi}{\partial b_1} = 0; \frac{\partial\varphi}{\partial b_2} = 0;$немесе:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial\varphi}{\partial b_0} &= b_0 \sum_i^N x_{0i}^2 + b_1 \sum_i^N x_{1i} x_{0i} + b_2 \sum_i^N x_{2i} x_{0i} = \sum_i^N y_i x_{0i};\\
\frac{\partial\varphi}{\partial b_1} &= b_0 \sum_i^N x_{0i} x_{1i} + b_1 \sum_i^N x_{1i}^2 + b_2 \sum_i^N x_{2i} x_{1i} = \sum_i^N y_i x_{1i}; \qquad (5)\\
\frac{\partial\varphi}{\partial b_2} &= b_0 \sum_i^N x_{0i} x_{2i} + b_1 \sum_i^N x_{1i} x_{2i} + b_2 \sum_i^N x_{2i}^2 = \sum_i^N y_i x_{2i}.
\end{aligned}$$

Егер, осы соңғы жүйені $N=2^2$жағдайына жазсақ, онда теңдеулерінің кейбір мүшелері нөлге тең болады (ортогональдігінен), өйткені:

$\sum_i^N x_{0i} x_{1i} = 0; \sum_i^N x_{0i} x_{2i} = 0; \sum_i^N x_{1i} x_{2i} = 0;$нәтижесінде жоғарғы (5) жүйе ықшамдалып келесі түрде жазылады:

$$b_0 \sum_i^N x_{0i}^2 = \sum_i^N y_i x_{0i}; b_1 \sum_i^N x_{1i}^2 = \sum_i^N y_i x_{1i}; b_2 \sum_i^N x_{2i}^2 = \sum_i^N y_i x_{2i.}$$

Осыдан $в_i$коэффициенттерін есептеуге жоғары жүйені шешу қажеті жоқ. Әрбір коэффициент бір бірінен тәуелсіз өз теңдеулерінен жеке анықталынады:

$b_0 = \frac{\sum_i^N y_i x_{0i}}{\sum_i^N x_{0i}^2}$; $b_1 = \frac{\sum_i^N y_i x_{1i}}{\sum_i^N x_{1i}^2} b_2 = \frac{\sum_i^N y_i x_{2i}}{\sum_i^N x_{2i}^2}$, немесе жалпы түрде:

$b_j = \frac{\sum_i^N y_i x_{ji}}{\sum_i^N x_{ji}^2}$, мұнда j- фактордын номері.

Онымен қоса, әрбір тік қатарда (бағанада) $\sum_i^N x_{ji}^2 = N$ (нормировка қасиетінен), онда соңғы формуланың ақтық түрі келесі түрде қарапайымданады:

$$b_j = \frac{\sum_i^N y_i x_{ji}}{N}.(6)$$

Осы соңғы алынған формула кез келген саны бар факторларына әділетті.

Енді 2^2 моделінің коэффициенттерін есептеу үшін (6) формуланы қолданайық:

$$b_0 = \frac{(+1)\cdot y_1 + (+1)\cdot y_2 + (+1)\cdot y_3 + (+1)\cdot y_4}{4} = \frac{y_1 + y_2 + y_3 + y_4}{4};$$

$$b_1 = \frac{y_1 - y_2 + y_3 - y_4}{4};$$

$$b_2 = \frac{-y_1 - y_2 + y_3 + y_4}{4};$$

$$b_{12} = \frac{-y_1 + y_2 + y_3 - y_4}{4}.$$

Сонда, регрессия коэффициенттерін есептеу қарапайымданады, немесе, y_iтік қатарына x_i бағанасындағы таңбалары жазылады және қосындысын тәжірибе санына бөледі.

Коэффициенттер берілген факторлардың әсер беруін көрсетеді және осы әсер беруінің санды өлшемі болып табылады. Коэффициент неғұрлым көп болса, соғұрлым берілген фактор ОП - не әсер береді. Оң (+) таңбалы фактор мәні артуымен, У мәніартады, ал кері (-) таңбалы артқанда – азаяды. Коэффициенттер шамасы берілгенфактордың ОП-ге әсер ету үлесіне сәйкес, нөлдік деңгейден жоғары, немесе, төменгі деңгейге өткенде. Бұл коэффициенттерді кейде фактордың негізгі (бас,сызықты) әсері деп атайды. Кейде фактордың әсері деп төменгі деңгейден, жоғары деңгейге өту кезіндегі қосатын үлесін айтады. Онда b_i коэффициентінің негізгі әсері оның екі есе мәнінен тен.

Тәжірибелерді іске асырған соң (ТФТ 2^2) сызықты модель жазады. Кейде процесс сызықты модельмен жазбалана берілмейді. Өйткені жиі сызықтық емесік орын алады: бір фактордың әсері басқа фактордың тұрған деңгейінен байланысты – екі фактордың өзара әсерлесу әсері.Бұл жағдайда модель келесі түрде жазылады:

$$y=b_0+b_1X_1+b_2X_2+b_{12}X_1X_2.$$

ТФТ байланысу коэффициенттерінің санмен бағалануына мүмкіндік береді. Ол үшін x_1x_2 бағанасын тұрғызамыз, ТФТ матрицаның қасиеттерін толық сақтайтын. Осы вектор-бағананың векторларымен, кез келген вектор бағананың элементтерімен айналысқандай айналысуға болады, немесе, жоғары (6) формула арқылы анықтауға болады:

$$b_{12} = \frac{-y_1+y_2+y_3-y_4}{4}.$$

Бұл коэффициент берілген фактордың басқа фактордың тұрған деңгейінен байланысты әсер етуін көрсетеді. X_1 және X_2бағаналары жоспарлауды береді-нақты тәжірибе жағдайын анықтайды, ал X_0 және X_1X_2-есептеу үшін қолданады. Жүптік өзара әсерлеуін есептеу үшінкелесі формуланы қолданады:

$$b_{ui} = \frac{\sum_i^N y_i x_{ui} x_{ji}}{N}, \qquad (7)$$

мұнда u, j=1,2,…K-фактор номері,u≠i.

Факторлардың өзара әсерленуін қалай интерпретациялайды деген сауал туындайды. Модельдің интерпретациялауы деп математикалық тілден тәжірибешінің тіліне ауыстыруын айтады. Егер, өзара әсерлену әсерінің оң таңбалы болса, онда ОП арту үшін бір мезгілде факторлар мәнің арту немесеазайту керек, мысалы, X_1=+1, X_2=+1 немесе X_1=-1, X_2=-1. ОП азайту үшін факторларды бір мезгілде әртүрлі бағыты бойында өзгерту керек, мысалы,X_1=+1, X_2=-1, немесе X_1=-1, X_2=+1.Егер, өзара әсерлесу әсерінің кері таңбалы болса, онда ОП арту үшін бір мезгілде факторларды іртүрлі бағыты бойындаөзгерту керек, мысалы, X_1=+1, X_2=-1 немесе X_1=-1, X_2=+1. ОП азайту үшін факторларды бір мезгілде факторларды артады немесе азайтады: X_1=+1, X_2=+1 немесе X_1=-1, X_2=-1.

Егер үш $X_1X_2X_3$ фактордың өзара әсерлесу әсері мәнді болса, онда әсер оң таңбала болады («+»), егерде кері таңбалары факторлардың жұп сандарында болса, кері таңбалы болады, егерде факторлардың тақ сандары «-» болса. Бұл ереже кез келген тәртіптің өзара әсерленуіне тарайды. Тағыда бір тәсіл бар – екі фактордың көбейтіндісін шартты түрде біреу деп есептейді және үш факторлы өзара әсерленуді жұптық әсерленуіне әкеледі.

Модельдің интерпретациясы процесті дұрыс түсінуімен қоса, оптимимзациялауда дұрыс шешімдер қабылдау үшін қажет. Жалпы жағдайда ТФТ –ден бір бірінен тәуелсіз негізгі әсерлер және өзара әсерлену әсерлерін бағалауға болады (қос, екі, үш, төрт еселі және т.б.). әсерлердің толық саны ($в_0$ ескергенде) ТФТ – нын тәжірибе санына тен, немесе, $2^К$. Өзара әсерлену саның келесі формула бойынша анықтауға болады:

$$С_К^Т = \frac{К!}{П!(К-П)!},$$

мұнда К- факторлар саны; П- өзара әсерленудегі элементтер саны.

ТФТ-де максимальді тәртібі бар өзара әсерлену әсерінің факторлар санынан бірге кіші тәртібі болады.

Мысалы, 2^4 ТФТ – ны іске асырып тәуелсіз келесілерді анықтауға болады:

- X_1 ,X_2 ,X_3, X_4 факторлардың негізгі әсерлерін;
- X_1X_2 , X_1X_3, X_2X_3, X_2X_4 факторлардың жұптық өзара әсерленуін (бірінші тәртіпті өзара әсерленуін);
- $X_1X_2X_3$, $X_1X_2X_4$, $X_1X_3X_4$, $X_2X_3X_4$ факторлардың үш еселі өзара әсерленуін (екінші тәртіпті өзара әсерленуін);
-$X_1X_2X_3X_4$ төрт еселі өзара әсерленуін (үшінші тәртіпті өзара әсерленуін).

Онымен қоса, квадраттағы және олардың кубтарындағы коэффициенттер мәнді болуы мүмкін.

Екі фактордың квадраттық моделі келесі түрде келтіріледі:

$$y=b_0+b_1X_1+b_2X_2+b_{12}X_1X_2+b_{11}X_1^2+b_{22}X_2^{\,2}. \qquad (8)$$

Енді жоғары келтірілген 1 -кестедегі берілгендері бойынша осы X_1^2және X_2^2 бағаналарын құрайық. Бұл бағаналар фиктивті X_0 бағанасымен толық дәл түседі. Осы бағаналар дәл деп бұл коэффициенттерді (6) формуламен алуға болатындығы дұрыс емес. Мұнда еркін элементтерінің мәндері келтірілгенмен, квадратты мүшелерінің үлесі болады. Бұл жағдайда аралас әсері орын алады дейді. Рәмізді түрде бұл келесі түрде жазылады:

$$B_0 \to \beta_0 + \sum_j^K \beta_{jj},$$

мұнда B_0- коэффициенттің есептелген таңдаулы бағасы; β_0, β_{jj}–сәйкес еркін мүшесімен және квадратты коэффициенттерінің белгісіз ақиқат мәндері.

Тәжірибенің шексіз саны болған жағдайда, коэффициенттерінің ақиқат мәндерін алуға болады. Негізі іс жүзінде тек таңдаулы саны іске асырылады, нәтижелері бойынша ақиқат мәндері есептелінетін. Соңғы (8) моделіне қарасты толық араластыру жүйесі келесі:

$$B_0 \to \beta_0 + \sum_j^K \beta_{jj};\ B_1\to\beta_1,\ B_2\to\beta_2,\ B_{12}\to\beta_{12}.$$

Осы қатынастардан B_0 коэффициентінен басқа коэффициенттер араласпағанның байқауға болады.

2. Ортогоналдік және ротатабелдік

Симметриялылық - әрбір фактордың бағанасының барлық элементтерін сома нөлге тең
Нормаланғандық - әрбір бағананың барлық элементтерін квадраттар қосындысы қаралатын фактордан тәуелді болмайды және N теңОртогоналдік - әртүрлі факторлардың екі бағаналарының тиісті элементтерінің шығармаларының сомасы нөлге тең. Бұл қасиеттер матрицалық алгебраның қолдануы бар формулаларына бос тұрумен арналған регрессияның коэффициенттері есептеуге мүмкіндік береді.
Ротатабельность - өзара перпендикуляр бағыттардағы матрицаның қасиеттерінің бірдейлігі.

3. Бөлшекті факторлы жоспарлау

(ДФЭ) бөлшекті факторлы жоспарлау - бұл жартылай Пфэның жоспарлауды матрицасының іске асыруы, жартылай.
Егер әдеби, теориялық мәліметпен немесе алдын ала тәжірибелердің мәліметінің регрессияның теңдеуіндегі кейбір мүшелері (олар кішілік ететінін болып есептеледі) есепке алмауға болмайтыны белгілі болса, онда тәжірибелердің кішісі саны бар жоспары құрастыруға болады. Мұндай жоспарлар бөлшекті немесе репликалармен деп аталады. Бұл жағдайлар көпшілігінде тәжірибелердің саны қысқартуға мүмкіндік береді, жақын жүрген адам бағалар үшін әсіресе.

4. Жинайтын байланыс және анықтайтын қарама-қарсылықтар

Жинайтын байланыспен факторлардың бірлерінің мәнімен ауыстырылатын жоспарлауды матрицаның бағаналардың бірлеріндегі факторлардың кодпен жазылған мәндерінің шығармасы деп аталады.
Толық факторлы тәжірибеден эксперименталді жұмыстың тәжірибесі, полуреплики қалай тек қана факторлардың санында үшірек орынды алуға көрсетеді.
Бөлшекті репликалардың шешу қабілеттілігі және олардың құрастыруы ережелері туралы жоғарыда айтылған схемаға түйістіруге болады. Ол үшін келесі операциялар істеуге керек.
1. Формула бойынша N-шы сынаулар немесе тәжірибелердің шарттарының жалпы саны көшіріп алу керек nнің факторларының оңынан келген жалпы санымен көшіріп алу керек

$$N = 2^n, \qquad (9)$$

егер екі деңгейлердегі өзгерт фактор болса.
2. Шарттар, уақыттың бюджеті тағы сол сияқтылар, тәжірибелердің іске асыруының көлемі туралы сұрақ нақты жағдайдан сүйене ұйғарылады. Егер өткіз шеш тәжірибесі толық көлемде болса, онда (1/2, 1/8 және тағы басқалар) бөлшекті реплика белгіленеді.
3. Оңынан келген бөлшекті репликамен, шамаларды есептейді формулаға үзген

$$Q = 2^{n-p}, \tag{10}$$

мұндағы Q – тәжірибелердің бөлшекті репликасындағы сан.
Бұл факторлардың эффекттері өзара әрекеттесулердің эффекттерімен араластыратын білу үшін сол үшін керек.
4. Неткен өзара әрекеттесулермен араластыруға болатынын факторлар және туралы сұрақ ұйғарылады.
Егер зерттеу тұңғыш рет жүргізілсе, онда кездейсоқ таңдау және негіз бұлар істейді жинайтын қатынастарды салады. Факторлардың эффекті бөлшекті репликаның құрастырулары ыңғайлы болу үшін олардың бастапқы цифрларының төменгі индекстерінде болатын өзара әрекеттесулердің эффекттерімен жақсы араластыру.

Тәжірибелер және регрессияның коэффициенттерінің дисперсиясының анықтауы

Е статистикалық математикалық үлгілер, өйткені көп фактор қолдан процесстерінің ықшамдаулары есептердің шешімінде. факторлармен ықшамдауды параметр дәнекерлік теңдеулер:

$$y = f(x_1, x_2 ... x_n) \tag{11}$$

Функция регрессияның коэффициенттері, хі коэффициенттер ол кіретін регрессиялар үн қосуды функциямен немесе теңдеумен деп аталады - кодпен жазылған айнымалы факторлар. Әрбір фактор (деңгейлер) бір немесе бірнеше мәндердің тәжірибесінде қабылдай алады. Бірінің анықта факторларының деңгейлерінің бекітілген жиыны жүйенің күйлерінің болуы мүмкін.
Үн қосудың функциялары математикалық үлгі ретінде полином үлгісін әдетте сайланады

$$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + ... + b_nx_n + b_{12}x_1x_2 + ... + b_{n\,(n-1)}\, x_{n-1}x_n \tag{12}$$

мұндағы b0, b1, b2, b3 – тәжірибелердің нәтижелері бойынша анықталатын үлгілер коэффициенттер. Сонымен бірге олар регрессияның коэффициенттері немесе эффекттермен деп атайды
Регрессияның коэффициенттері формула бойынша анықталады

$$b_0 = \sum_{j=1}^{N} y_i \ ; \qquad b_i = \sum_{j=1}^{N} X_{ji} y_i \tag{13}$$

Формула бойынша ықшамдауды параметрдің дисперсиясы $\mathbf{S^2\{y\}}$ есеп айырысады;

$$\mathbf{S^2\{y\} = \frac{\sum_{j}^{n} S_j^2}{n}} \tag{14}$$

Факторлардың маңыздылығының анықтауы

Коэффициенттердің шамаларының кездейсоқ сипатының есепке алуымен коэффициенттердің кездейсоқ ауытқу факторлардың әсер дәрежелеріне қабылданбау үшін регрессияның теңдеуіндегі маңыздылық тексеруі керек. Ол үшін регрессияның коэффициентінің дисперсиясын табуы керек.
B0, bi, bil, bilkтің коэффициенттерінің бағаларының 2^3 дисперсиялары түрдің толық факторлы тәжірибесінің жоспары үшін бірдей және формула бойынша анықталады;

$$\mathbf{S_{b_i}^2 = \frac{S^2\{y\}}{n}}, \tag{15}$$

мұндағы $\mathbf{S_{b_i}^2}$ – регрессияның теңдеуінің коэффициенттерінің дисперсиясы.
Стьюденттің белгісінің эксперименталді мәні тең:

$$\mathbf{t = \frac{|b_i|}{S_{b_i}}}, \tag{16}$$

мұндағы $|b_i|$ – тексерілетін коэффициенттің бағасының абсолютті мәні..
Егер белгінің есептелген мәні Стьюденттің үлестірілу кестелері бойынша елеп-екшелетін кризистік мәнге қарағандасы көбірек болса, коэффициент мағыналы санайды.
Регрессияның теңдеуінен статистикалық болмалатын шығар коэффициенттері.

Пайдаланған әдебиеттер тізімі

1. Статистические методы в инженерных исследованиях (лабораторный практикум): Учебн. Пособие / Databases Бородюк В.П.,Вощинин А.П., Иванова А.З., и др.:Под ред.Г.К. Круга –М.: высшая школа,1983.-

216с.

2. Талмазан В.А. Методические указания по программированному изучению курса Организация эксперимента.-Алма-Ата:РУМК,1989-49с.

3. Адлер Ю.П., Маркова Е.В., Грановский Ю.В., Планирование экспермента при поиске оптимальных условий .-М.:Наука,1975.-279с.

4. Ахназарова С.Л.,Кафаров В.В.Оптимизация эксперимента в химии и химической технологии.-М.:Высшая школа,1978.-320с.

5. Зедгенидзе И.Г. Планирование эксперимента для исследования многокомпонентных систем.-М.:Наука,1976.-390с.

6. Бондарь А.Г.,Статюха Г.А. Планирование эксперимента в химической технолгии (основные положения , примеры и задачи).-Киев :Высшая школа,1976.-184 с.

7. Горский В.Г., Адлер Ю.П.Планирование промышленных экспериментов.-М:металлургия ,1974.-264 с.

8. Прудковский Б.А. Зачем металлургу математическая модель-М.: Наука,1989.-264с.

9. Цымбал В.П. Математическое моделирование металлургических процессов –М.: Металлургия ,1986,-240с.

10. Дэдиел К. Применение статистики в промышленном эксперименте.-М.:1979.- 260с

11. Вознесенский В.А.,Ковальчук А.Ф. Принятие решений по статистическим моделям .-М.: Статистика ,1978.-192с.

12 Спиридонов А.А.,Васильев Н.Г. Планирование эксперимента при исследовании и оптимизации технологических процессов.-Свердловск:УПИ им С.М. Кирова ,1975.-140с.

13. Винарский М.С.,Жадан В.Т.,Кулак Ю.Е.Математическая статистика в черной металлургии .-Киев :Техника, 1973.-220с.

14. Налимов В.В. Теория эксперимента.М.:Наука ,1971-207с.

15. Хан Г., Шапиро С. Статистические модели в инженерных задачах.-М.:Мир ,1969.-345с.

16. Смирнов Н.В., Дунин –Барковский И.В. Курс теории вероятностей и математической статистики для технических приложений.-М.:Наука,1969.-511 с.

17.Адлер Ю.П. Введение в планирование эксперимента.-

М.:Металлургия,1969.-157с.

18. Пустыльник Е.И. Статистические методы анализа и обработки наблюдений.-М.:Наука,1968.-288с.

19. Налимов В.В.,Чернова Н.А. Статистическиеметоды планирования экстремальных экспериментов .-М.:Наука,1965.-340с.

20. Спиридонов А.А. Планирование эксперимента при исследовании технологических процессов.-М.: Машиностроение,1981.-184 с.

21. Новик Ф.С. Математические методы планирования экспериментов в металловедении. Разделы II-У. Изд. МИС иС, 1969-71 г.